עידו מרבך

פיסיקה מכניקה

5 יח"ל

תרגילים

בהתאם לתוכנית הלימודים החדשה תשע"ז

מכיל את כל החומר הנדרש לבגרות ברמת 5 יח"ל

מתאים גם למכינות קדם־אקדמיות

חוק שימור התנע - חד-ממדי 164
תשובות 177
חוק שימור התנע - דו-ממדי 182
תשובות 189

פרק שישי - תנועה מעגלית

תנועה מעגלית - אימון במושגים בסיסיים 192
תשובות 196
מעגל אופקי 198
תשובות 209
מעגל אנכי 216
תשובות 233

פרק שביעי - תנועה הרמונית פשוטה

תנועה הרמונית פשוטה - אימון בסיסי להכרת הנוסחאות 241
תשובות 252
תנועה הרמונית פשוטה - אימון מתקדם 258
תשובות 271

פרק שמיני - גרביטציה

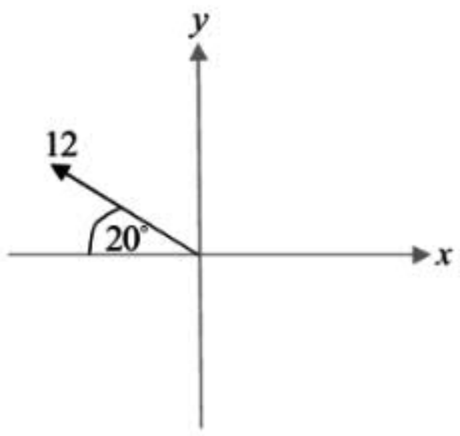
גרביטציה - הכוח הגרביטציוני 280
תשובות 289
גרביטציה - אנרגיות 293
תשובות 300

קישור לדפי מידע על הספר, הכוללים הערות, תיקונים (במידת הצורך),
ופתרונות מלאים לכל התרגילים :

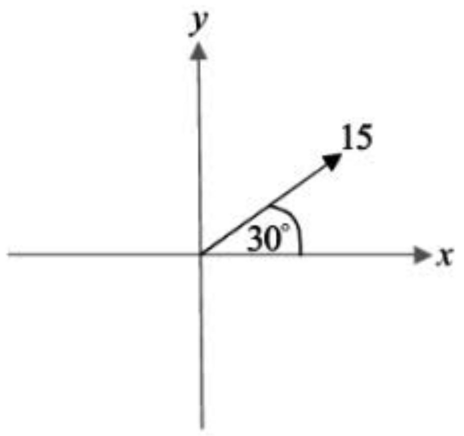
פירוק וקטורים

פרק את הווקטורים הבאים על הצירים :

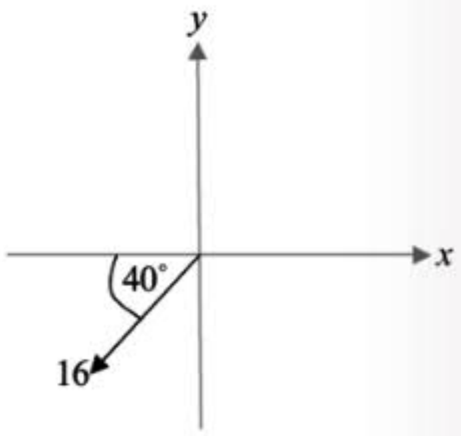
ציור א



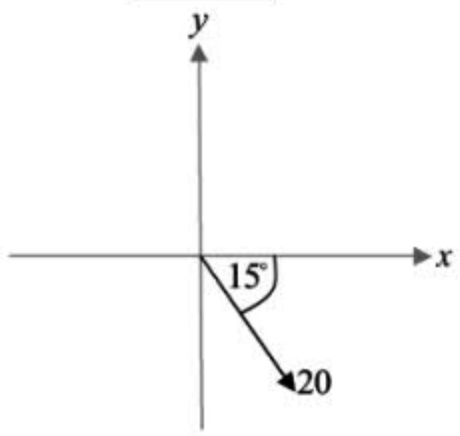
ציור ב



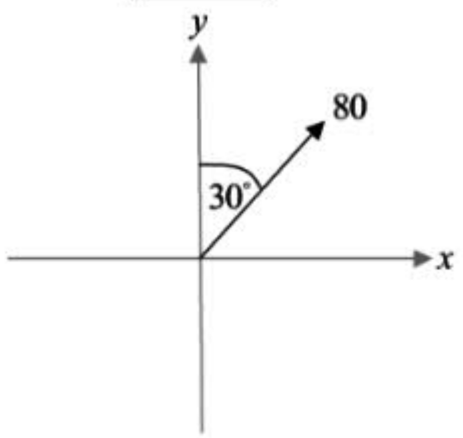
ציור ג



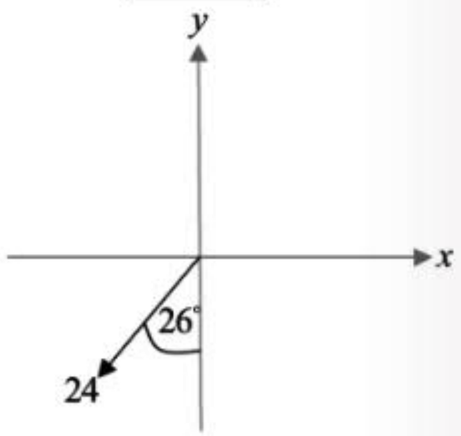
ציור ד



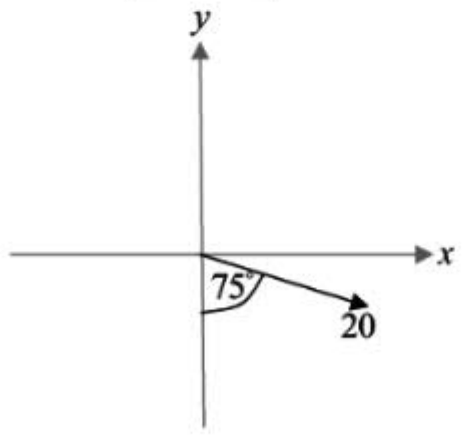
ציור ה



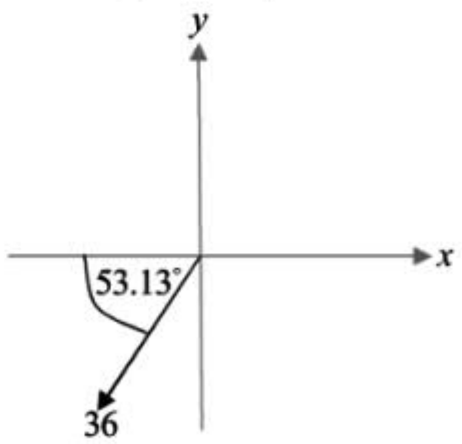
ציור ו



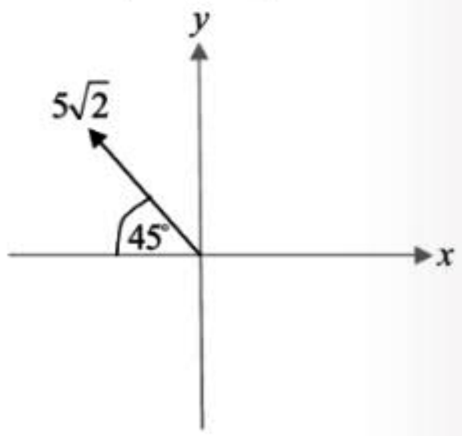
ציור ז



ציור ח

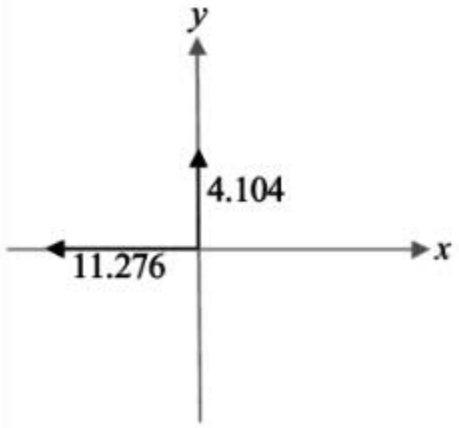


ציור ט

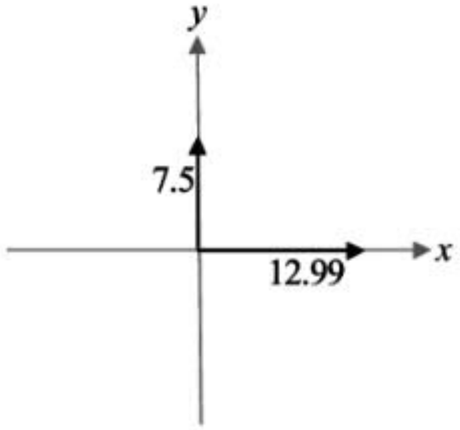


תשובות

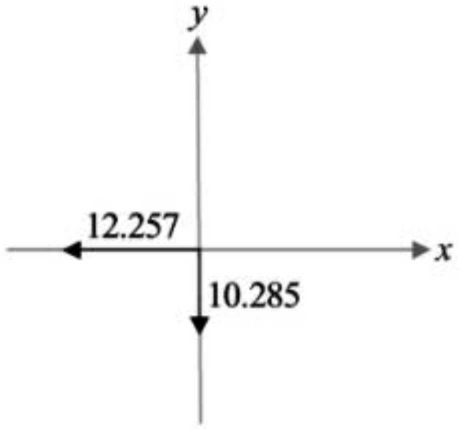
ציור א



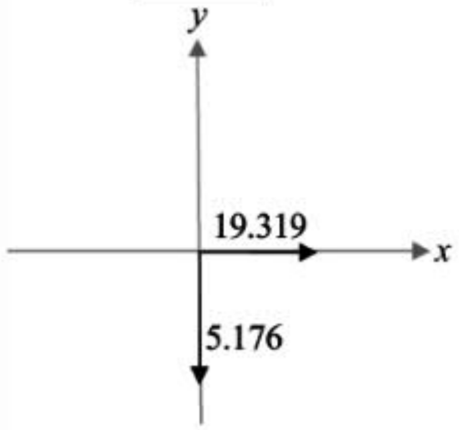
ציור ב



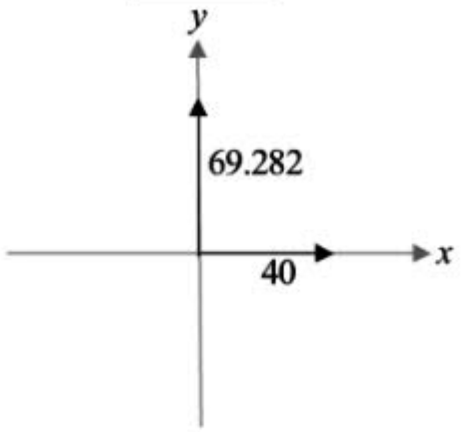
ציור ג



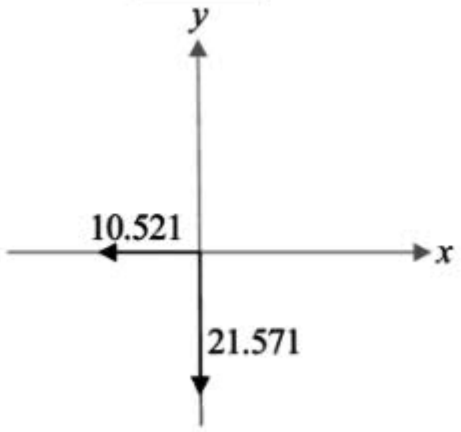
ציור ד



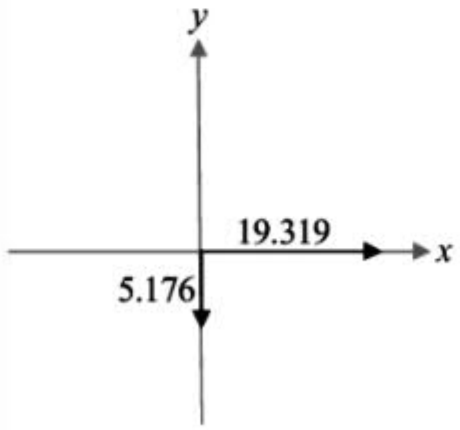
ציור ה



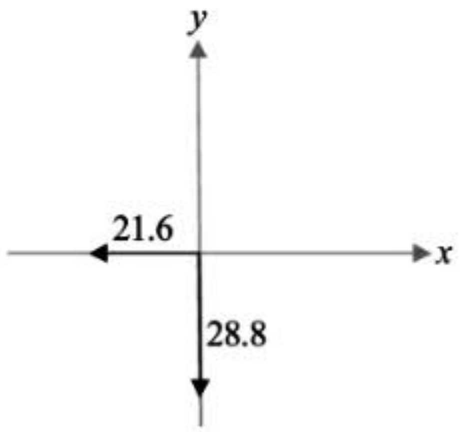
ציור ו



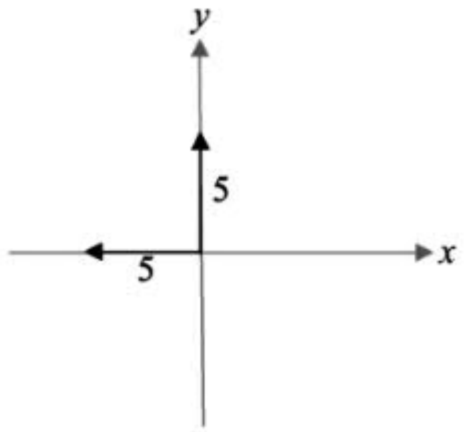
ציור ז



ציור ח



ציור ט



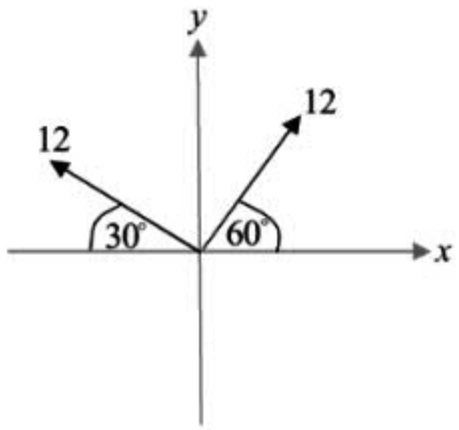
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

מציאת וקטור שקול

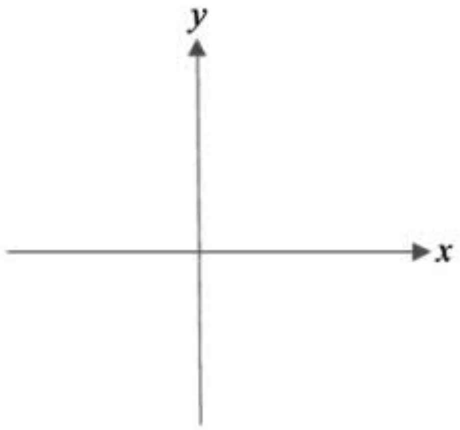
פרק כל וקטור לצירים, מצא את הווקטור השקול בכל ציר, ומצא את הווקטור השקול הכללי.

א.

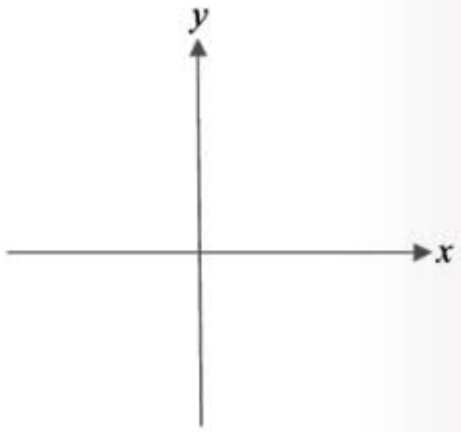
פרק כל וקטור לצירים



צייר כאן את הווקטור השקול בכל ציר

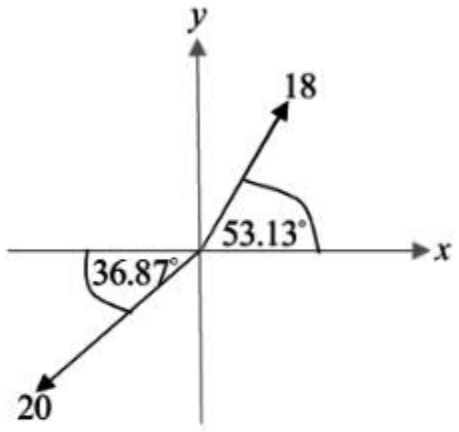


צייר כאן את הווקטור השקול

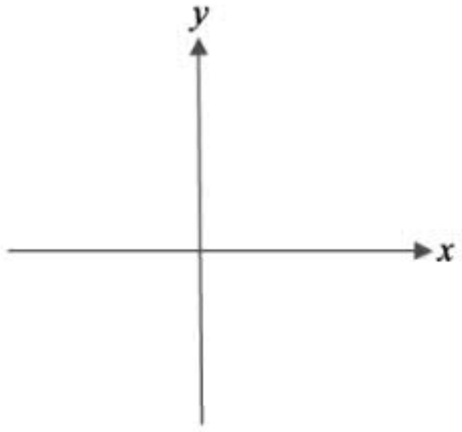


ב.

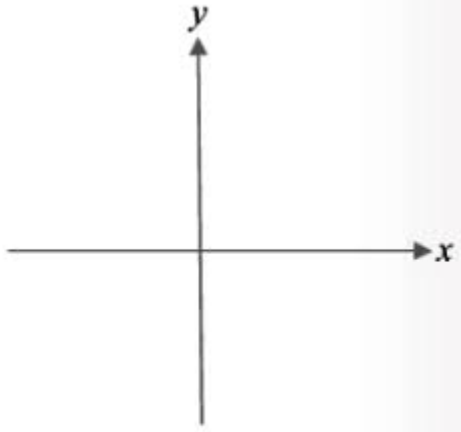
פרק כל וקטור לצירים



צייר כאן את הווקטור השקול בכל ציר

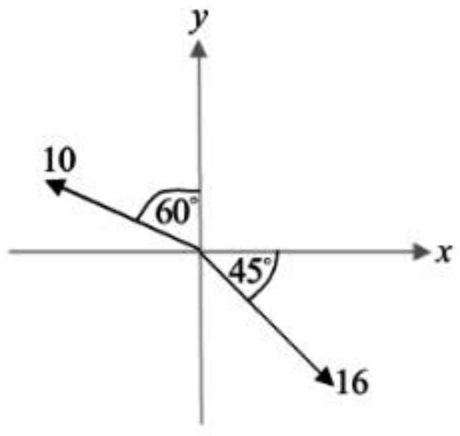


צייר כאן את הווקטור השקול

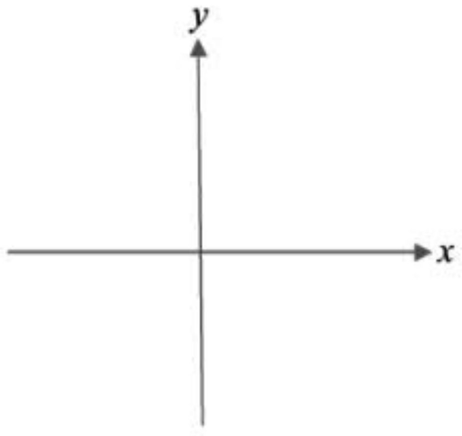


ג.

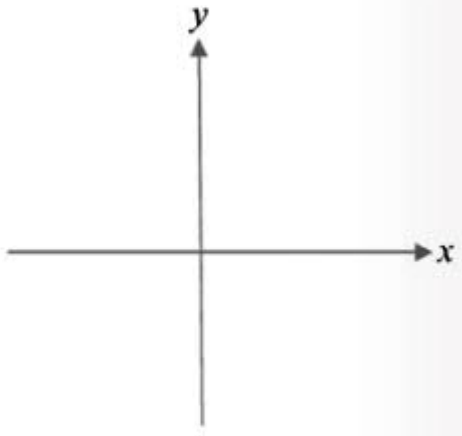
פרק כל וקטור לצירים



צייר כאן את הווקטור השקול בכל ציר



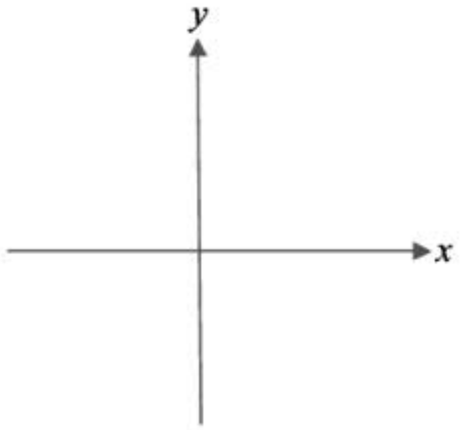
צייר כאן את הווקטור השקול



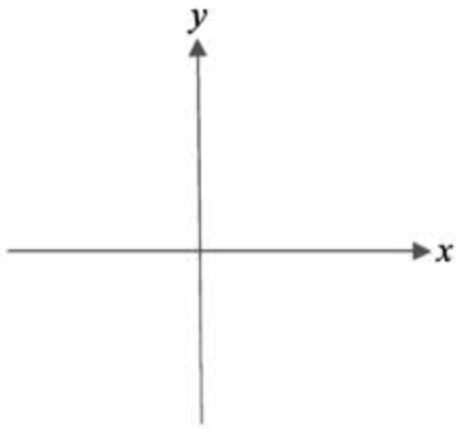
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ד.

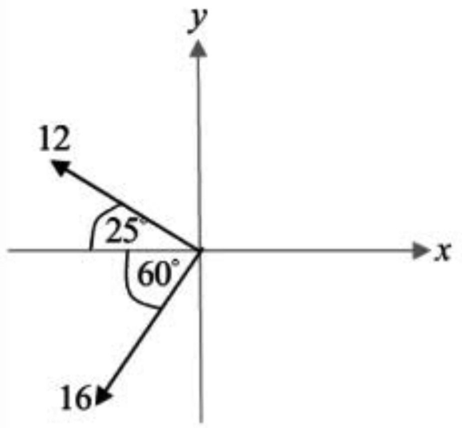
צייר כאן את הווקטור השקול



צייר כאן את הווקטור השקול בכל ציר

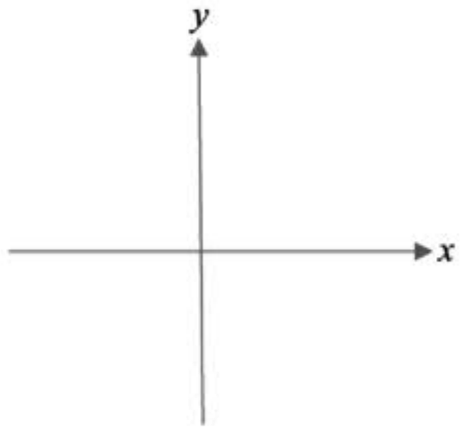


פרק כל וקטור לצירים

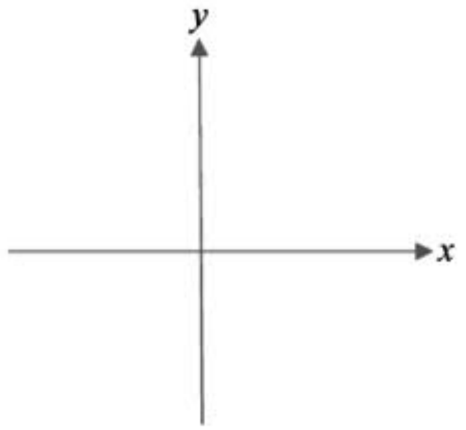


ה.

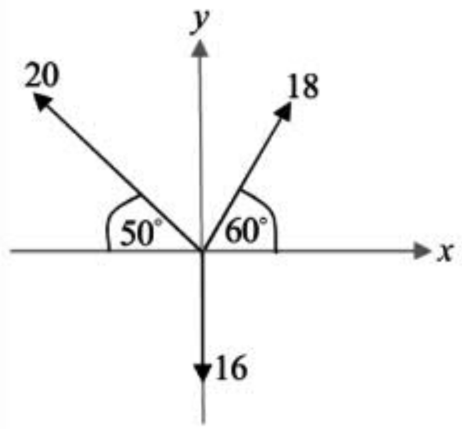
צייר כאן את הווקטור השקול



צייר כאן את הווקטור השקול בכל ציר

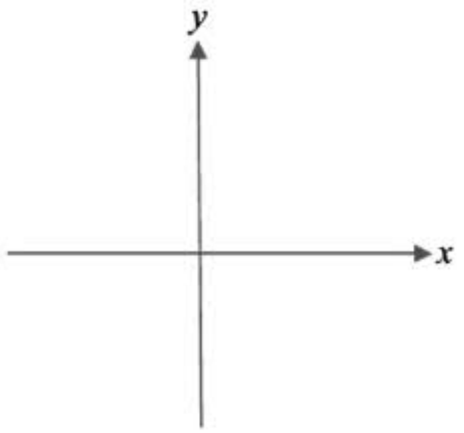


פרק כל וקטור לצירים

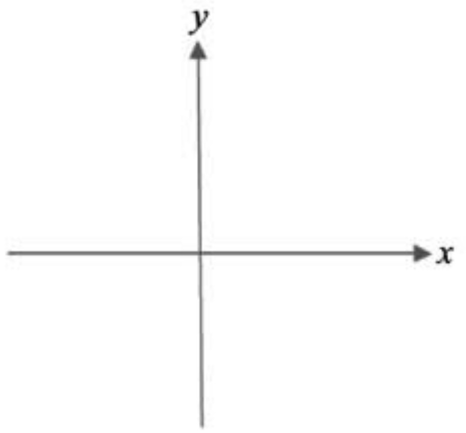


ו.

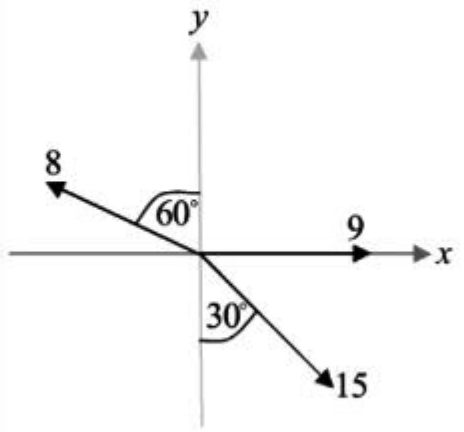
צייר כאן את הווקטור השקול



צייר כאן את הווקטור השקול בכל ציר



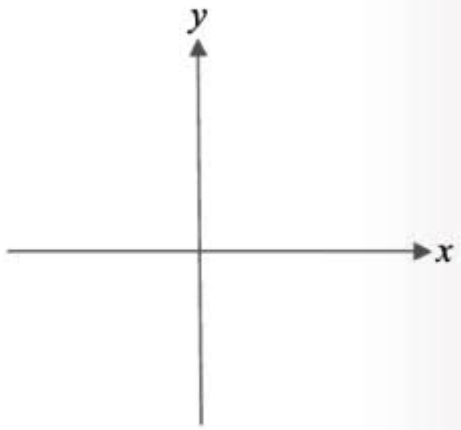
פרק כל וקטור לצירים



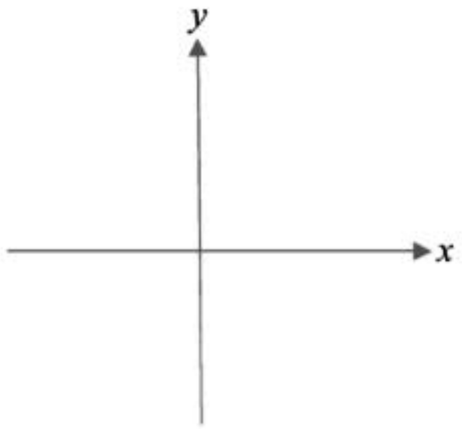
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ז.

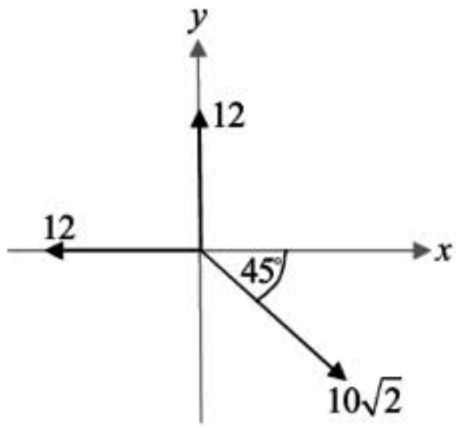
צייר כאן את הווקטור השקול



צייר כאן את הווקטור השקול בכל ציר

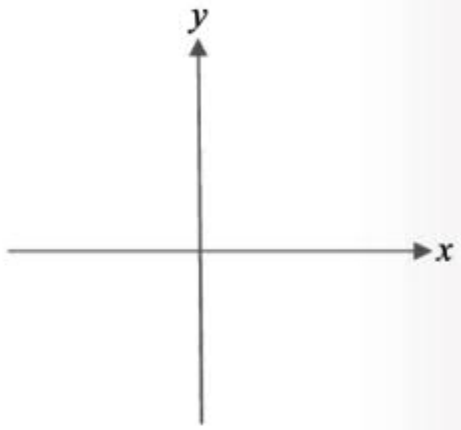


פרק כל וקטור לצירים

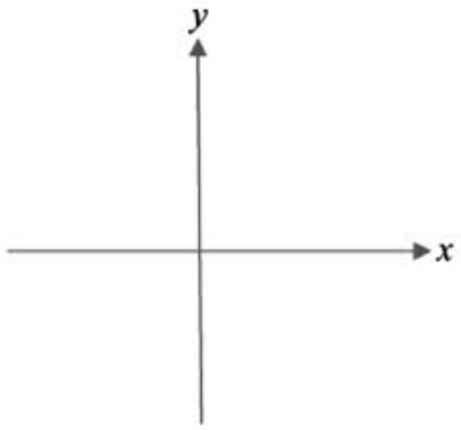


ח.

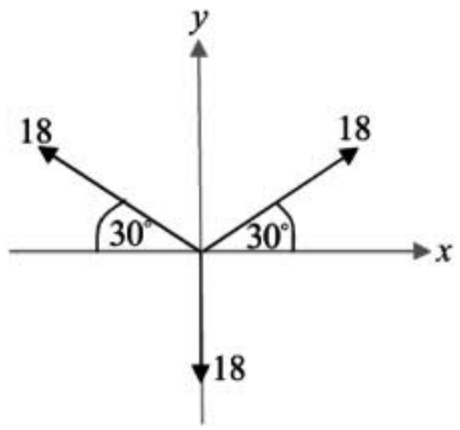
צייר כאן את הווקטור השקול



צייר כאן את הווקטור השקול בכל ציר

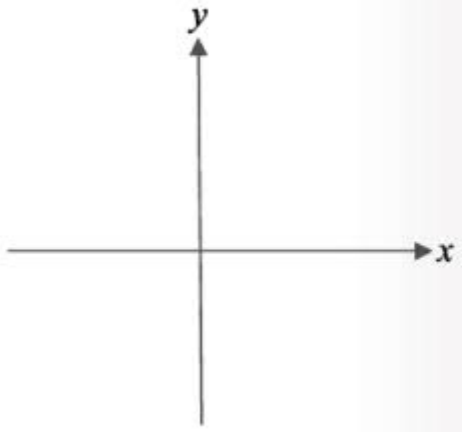


פרק כל וקטור לצירים

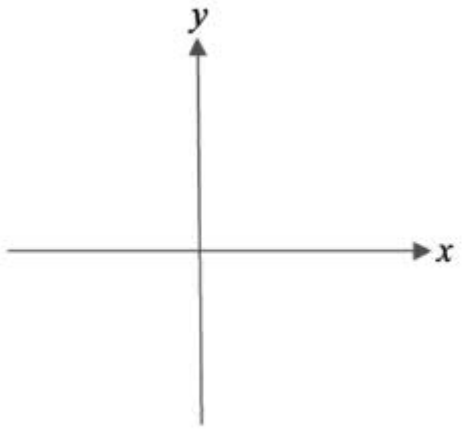


ט.

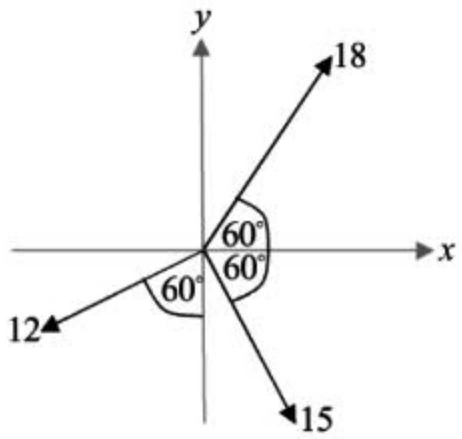
צייר כאן את הווקטור השקול



צייר כאן את הווקטור השקול בכל ציר

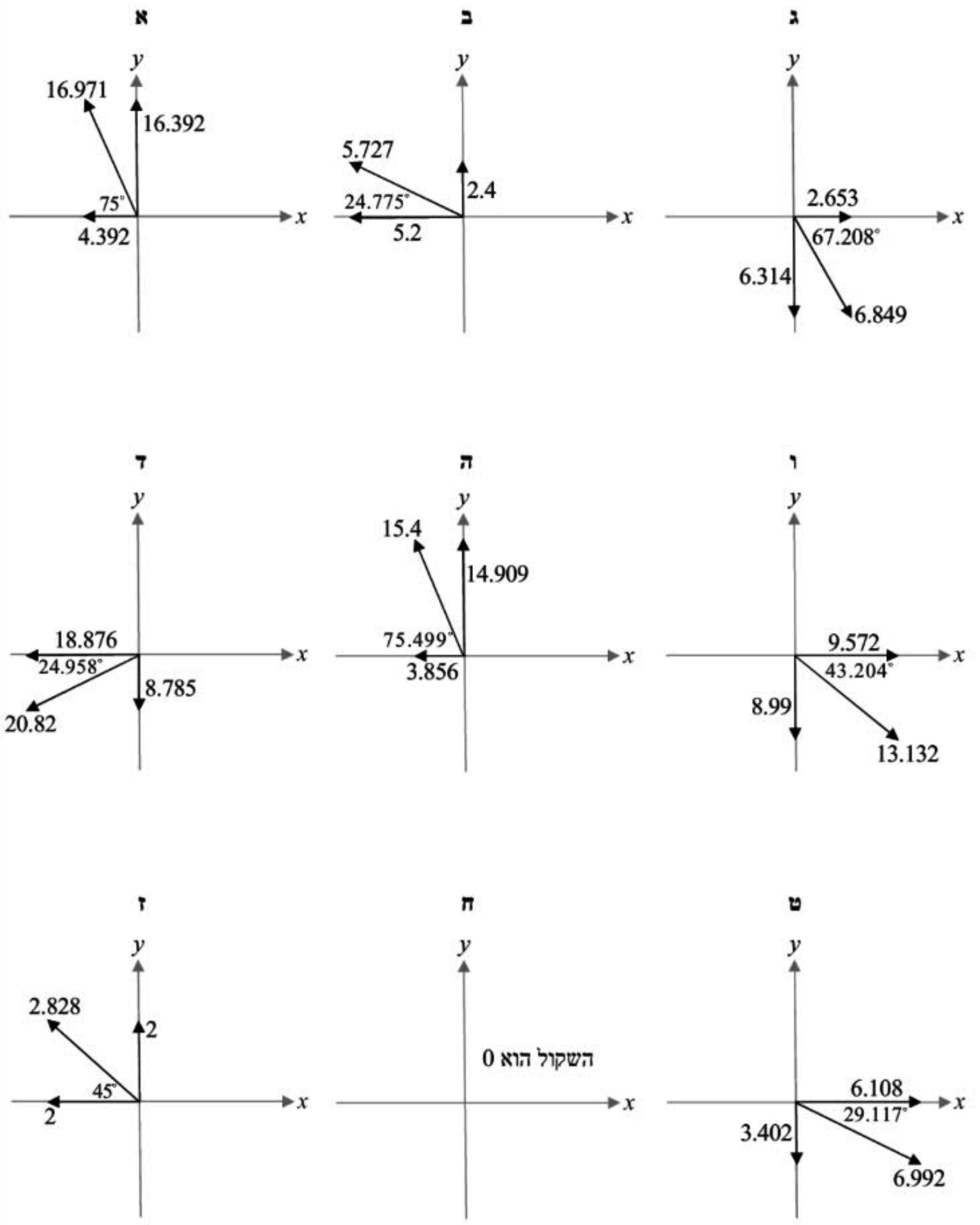


פרק כל וקטור לצירים



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

חוקי ניוטון ללא חיכוך

נוסחאות

<u>חוקי ניוטון</u>

חוק ראשון : גוף נשאר במצבו (מנוחה או מהירות קבועה), אם סך הכוחות הפועלים עליו הוא 0. גוף כזה נמצא בשיווי משקל.

חוק שני : סך הכוחות שפועלים על גוף שווה למסת הגוף כפול תאוצתו. גוף מאיץ איננו בשיווי משקל.

חוק שלישי : אם גוף מפעיל כוח על גוף אחר, יחזיר הגוף האחר את אותו הכוח בכיוון ההפוך. (חוק הפעולה והתגובה)

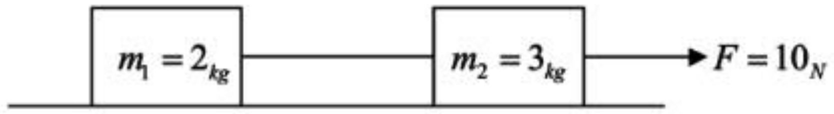
<u>סימוני כוחות בסיסיים</u>

mg כוח המשיכה - הכוח שכדור הארץ מושך מסה. כיוונו תמיד כלפי מטה.

N כוח הנורמל - הכוח שמשטח מחזיר לגוף שנמצא עליו. כיוונו תמיד בניצב למשטח.

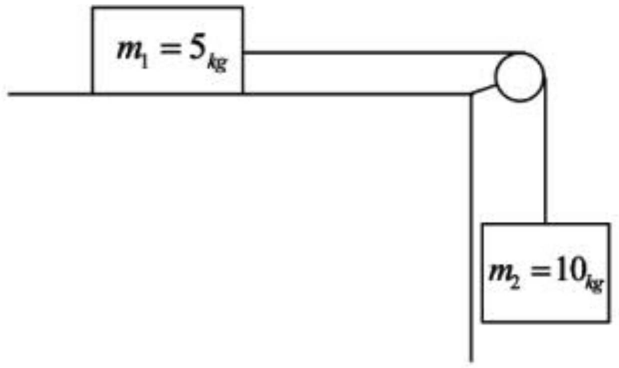
T מתיחות של חבל - הכוח שבו החבל נמתח. כיוונו תמיד כלפי חוץ מהגוף. חבל יימתח תמיד באותה המתיחות לכל אורכו.

1. נתונה מערכת הגופים הבאה. המשטחים חלקים ואין חיכוך.



א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.
ב. מהי תאוצתה של המערכת ?
ג. מהי מתיחות החבל המקשר את שני הגופים ?

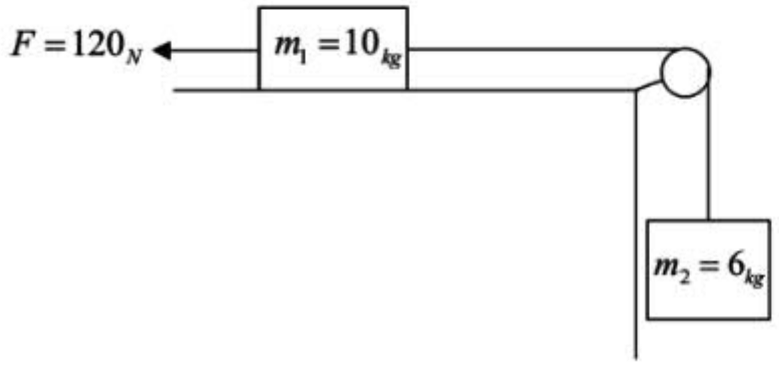
2. נתונה מערכת הגופים הבאה. המשטחים חלקים ואין חיכוך.



א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.
ב. מהי תאוצתה של המערכת ?
ג. מהי מתיחות החבל ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

3. נתונה מערכת הגופים הבאה. המשטחים חלקים ואין חיכוך.

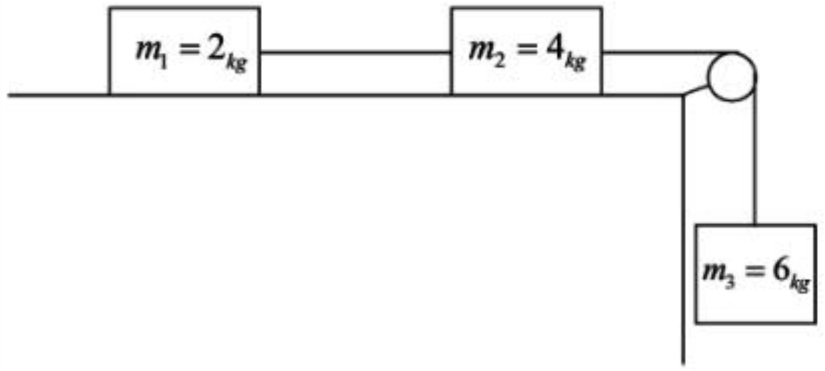


א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.

ב. לאיזה כיוון תנוע המערכת ?

ג. מהי תאוצתה של המערכת ?

4. נתונה מערכת הגופים הבאה. המשטחים חלקים ואין חיכוך.

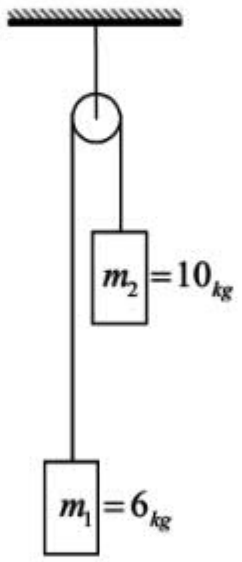


א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.

ב. מהי תאוצתה של המערכת ?

ג. מהי מתיחות כל חבל ?

5. נתונה מערכת הגופים הבאה.

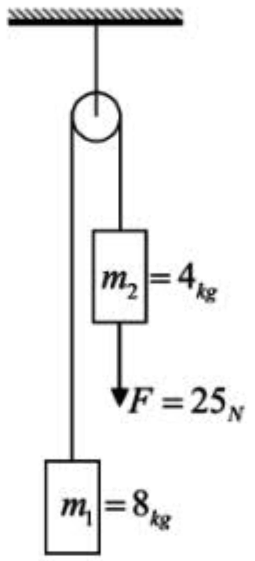


א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.

ב. מהי תאוצתה של המערכת ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. נתונה מערכת הגופים הבאה.

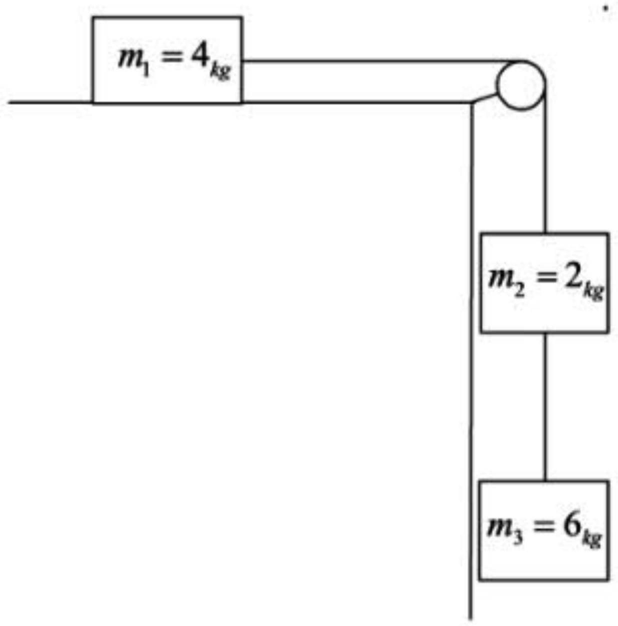


א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.

ב. לאיזה כיוון תנוע המערכת ?

ג. מהי תאוצתה של המערכת ?

7. נתונה מערכת הגופים הבאה. המשטחים חלקים ואין חיכוך.

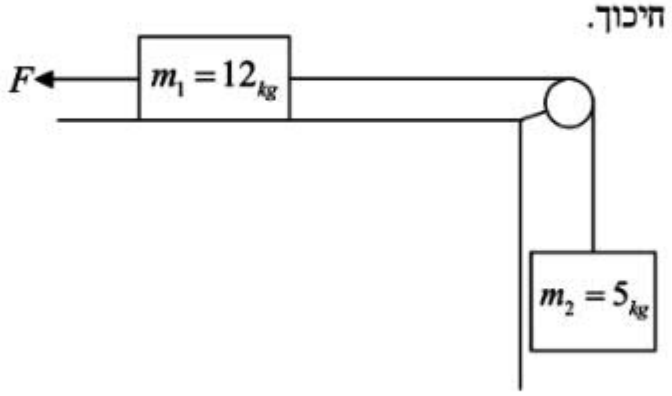


א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.

ב. מהי תאוצתה של המערכת ?

ג. מהי מתיחות כל חבל ?

8. נתונה מערכת הגופים הבאה. המשטחים חלקים ואין חיכוך.



א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.

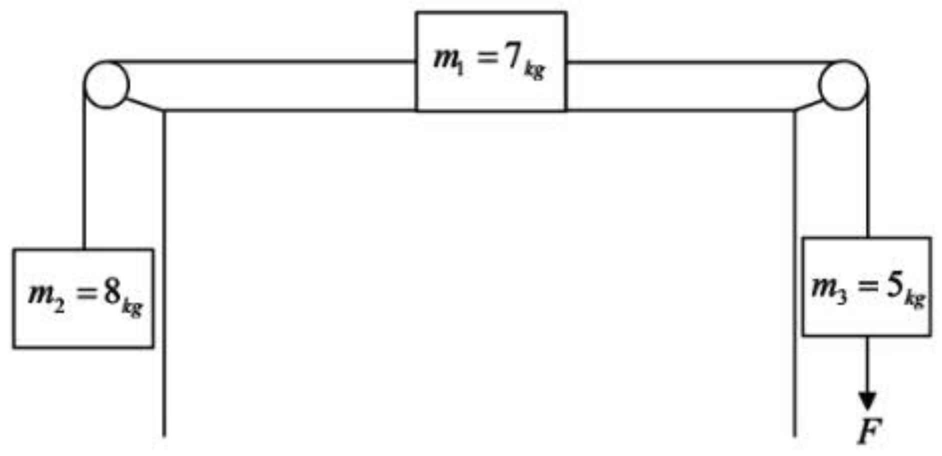
ב. מה צריך להיות הכוח F, כדי שהמערכת תהיה בתאוצה של $2\,\frac{m}{sec^2}$ בכיוון הכוח F ?

ג. מה צריך להיות הכוח F, כדי שהמערכת תהיה בתאוצה של $2\,\frac{m}{sec^2}$ בכיוון המנוגד לכוח F ?

ד. מה צריך להיות הכוח F, כדי שהמערכת לא תהיה בתאוצה ? מהי המשמעות של תופעה זו ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

9. נתונה מערכת הגופים הבאה. המשטחים חלקים ואין חיכוך.



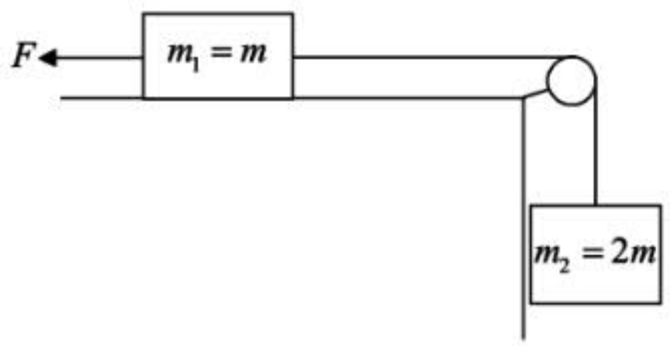
א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.

ב. מה צריך להיות הכוח F, כדי שהמערכת תהיה בתאוצה של $6\frac{m}{sec^2}$ בכיוון הכוח F ?

ג. מה צריך להיות הכוח F כדי שהמערכת תהיה בתאוצה של $1\frac{m}{sec^2}$ בכיוון המנוגד לכוח F ?

ד. מה צריך להיות הכוח F כדי שהמערכת לא תהיה בתאוצה ?

10. נתונה מערכת הגופים הבאה. המשטחים חלקים ואין חיכוך.



א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.

ב. מצא נוסחה לתאוצת המערכת כפונקציה של m,g,F (הנח שהמערכת מאיצה בכיוון הכוח F).

ג. מה צריך להיות F כדי שהתאוצה תהיה $2g$ בכיוון הכוח F (כלומר שהתאוצה תהייה כפליים מתאוצת הנפילה החופשית) ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. ב. $a=2\frac{m}{sec^2}$

ג. $T=4_N$

2. ב. $a=6\frac{2}{3}\frac{m}{sec^2}$

ג. $T=33\frac{1}{3}{}_N$

3. ב. המערכת תנוע שמאלה בכיוון הכוח F, כי הכוח F מתגבר על משקל המסה m_2 ($120_N>60_N$).

ג. $a=3.75\frac{m}{sec^2}$

4. ב. $a=5\frac{m}{sec^2}$

ג. $T_{1,2}=10_N \;,\; T_{2,3}=30_N$

5. ב. $a=2.5\frac{m}{sec^2}$

6. ב. המערכת תנוע נגד כיוון השעון, כי משקל המסה m_1 מתגבר גם על הכוח F וגם על משקל המסה m_2.

$(80_N>25_N+40_N)$

ג. $a=1.25\frac{m}{sec^2}$

7. ב. $a=6\frac{2}{3}\frac{m}{sec^2}$

ג. $T_{1,2}=26\frac{2}{3}{}_N \;,\; T_{2,3}=20_N$

8. ב. $F=84_N$

ג. $F=16_N$

ד. $F=50_N$ המשמעות היא שהמערכת תהיה בשיווי משקל, כלומר תישאר במצבה (מנוחה או מהירות קבועה).

9. ב. $F=150_N$

ג. $F=10_N$

ד. $F=30_N$

10. ב. $a=\frac{F-2mg}{3m}$

ג. $2g=\frac{F-2mg}{3m} \Rightarrow F=8mg$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

חוקי ניוטון כולל חיכוך

נוסחאות

<u>**חוקי ניוטון**</u>

חוק ראשון : גוף נשאר במצבו (מנוחה או מהירות קבועה), אם סך הכוחות הפועלים עליו הוא 0.
גוף כזה נמצא בשיווי משקל.

חוק שני : סך הכוחות שפועלים על גוף שווה למסת הגוף כפול תאוצתו. גוף מאיץ איננו בשיווי משקל.

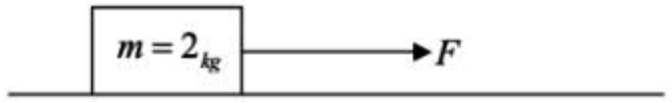
חוק שלישי : אם גוף מפעיל כוח על גוף אחר, יחזיר הגוף האחר את אותו הכוח בכיוון ההפוך.
(חוק הפעולה והתגובה)

חיכוך קינטי : $f_k = \mu_k \cdot N$ כוח זה פועל על גוף שנמצא בתנועה.

חיכוך סטטי מקסימלי : $f_{s,\max} = \mu_s \cdot N$ (זהו החיכוך הסטטי המקסימלי שגוף במנוחה יכול להרגיש).

1. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



א. מהו החיכוך המקסימלי שהמערכת יכולה לייצר ?

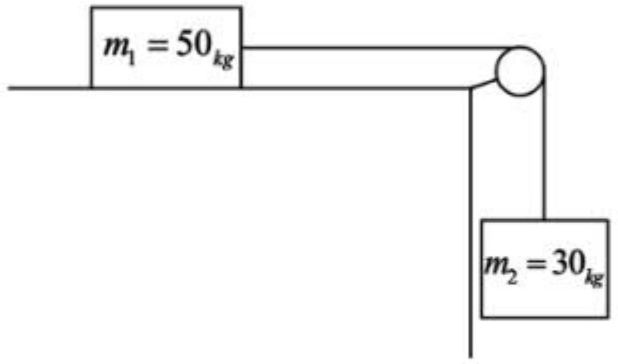
ב. מה צריך להיות הכוח F כדי שהמערכת תהיה על סף תנועה ?

ג. מה יהיה כוח החיכוך, אם הכוח F יהיה מחצית מזה שחישבת בסעיף ב' ?

ד. מה תהיה תאוצת המערכת, אם הכוח F יהיה כפליים מזה שחישבת בסעיף ב' ?

2. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m_1 הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



א. מהו החיכוך המקסימלי שהמערכת יכולה לייצר ?

ב. האם מסוגלת המערכת להתגבר על אותו חיכוך מקסימלי ? אם כן, מה תהיה התאוצה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

3. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח לגופים הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.

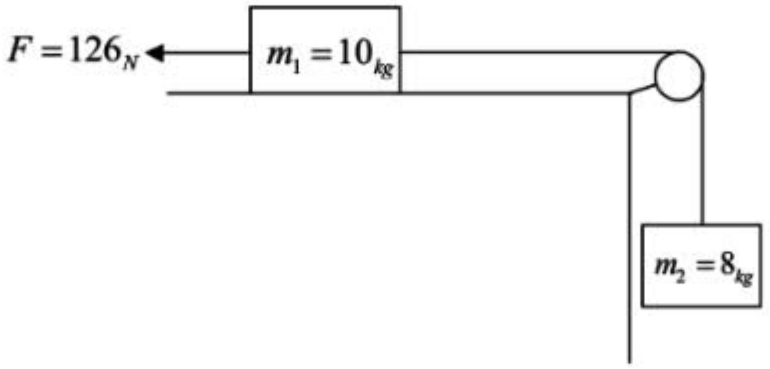
א. מהו החיכוך המקסימלי שהמערכת יכולה לייצר ?

ב. מה צריך להיות הכוח F כדי שהמערכת תהיה על סף תנועה ?

ג. מה תהיה תאוצת המערכת, אם הכוח F יהיה כפליים מזה שחישבת בסעיף הקודם ?

4. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m_1 הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



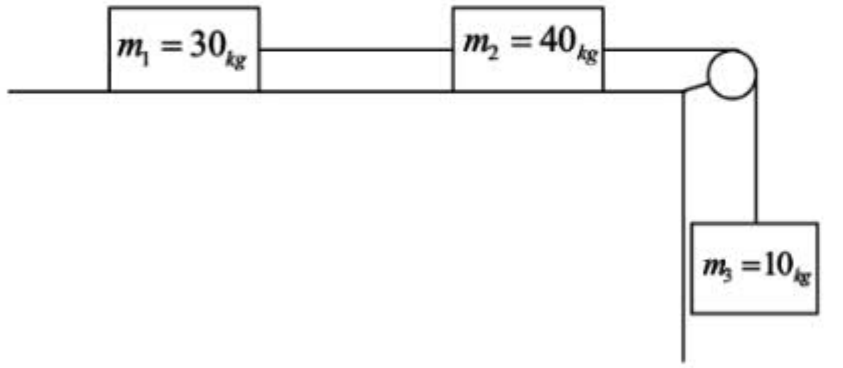
א. בדוק את הכוחות המושכים את המערכת מכל כיוון, וקבע לאיזה כיוון נוטה המערכת לנוע.

ב. מהו החיכוך המקסימלי שהמסה m_1 מסוגלת לייצר, ולאיזה כיוון יפעל החיכוך ?

ג. האם המערכת תאיץ ? אם כן, מה תהיה התאוצה ? אם לא, הסבר מדוע.

5. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח לגופים הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



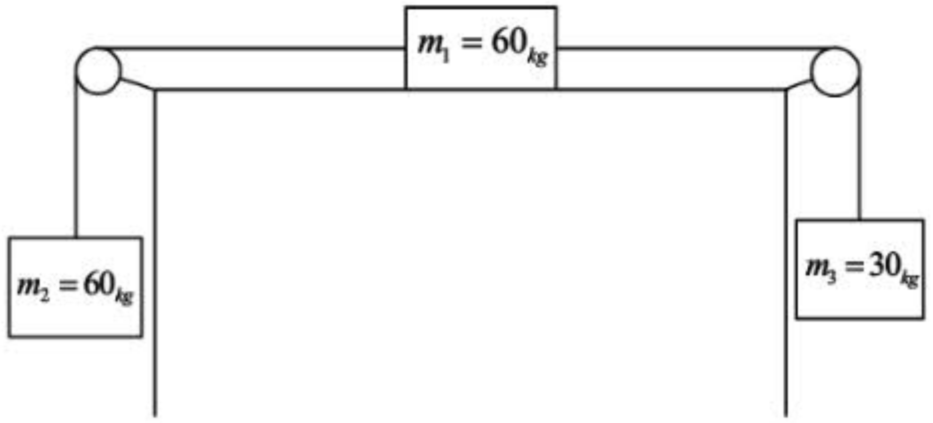
א. מהו החיכוך המקסימלי שהמערכת יכולה לייצר ?

ב. האם המערכת תאיץ ? אם כן, מה תהיה התאוצה ? אם לא, הסבר מדוע.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m_1 הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



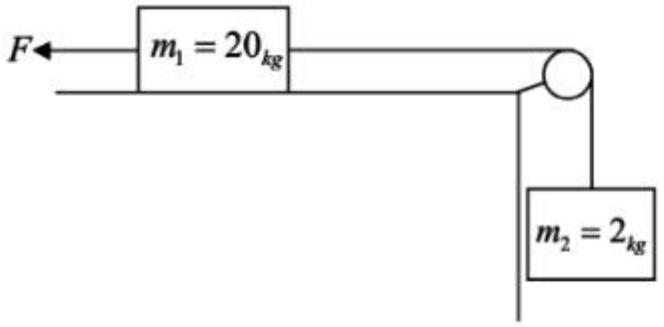
א. בדוק את הכוחות המושכים את המערכת מכל כיוון, וקבע לאיזה כיוון נוטה המערכת לנוע.

ב. מהו החיכוך המקסימלי שהמסה m_1 מסוגלת לייצר, ולאיזה כיוון יפעל החיכוך ?

ג. האם המערכת תאיץ ? אם כן, מה תהיה התאוצה ? אם לא, הסבר מדוע.

7. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m_1 הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



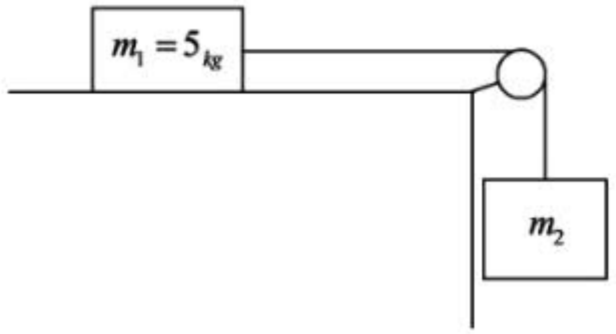
א. מה צריך להיות הכוח F המינימלי כדי שהמסה m_1 תצליח לנוע שמאלה ?

ב. אם הכוח F לא יפעל כלל, האם תצליח המערכת לנוע ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

8. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m_1 הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



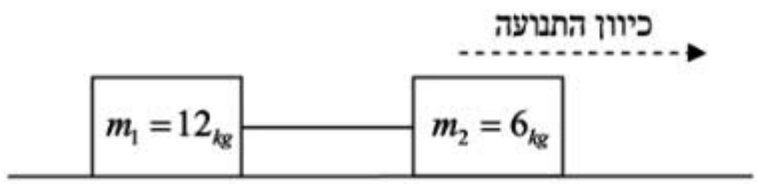
א. מה צריכה להיות המסה m_2 המינימלית כדי שהמערכת תוכל לנוע ?

ב. מה יהיה כוח החיכוך, אם המסה m_2 תהיה מחצית מזו שחישבת בסעיף א' ?

ג. מה יהיה כוח החיכוך, אם המסה m_2 תהיה פי שלושה מזו שחישבת בסעיף א', ומה תהיה תאוצת המערכת במקרה זה ?

9. נתונה המערכת הבאה שנמצאת בתנועה ימינה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח לגופים הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



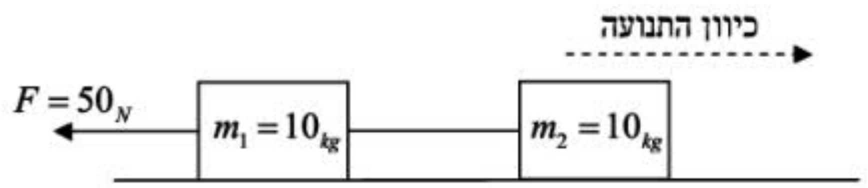
א. מה תהיה תאוצת המערכת ? (רמז : כשהמערכת בתנועה, פועל עליה רק חיכוך קינטי).

ב. לאחר שהמערכת תעצור, חשב איזה כוח חיצוני מינימלי יש להפעיל על המערכת כדי שתתחיל לנוע שוב.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. נתונה המערכת הבאה שנמצאת בתנועה ימינה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח לגופים הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



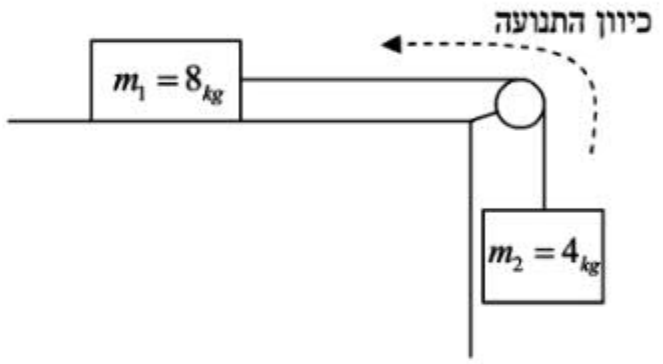
א. מה תהיה תאוטת המערכת ? (רמז : כשהמערכת בתנועה, פועל עליה רק חיכוך קינטי).

ב. לאחר שהמערכת תעצור, חשב מהו החיכוך המקסימלי שהיא מסוגלת לייצר.

ג. האם המערכת תאיץ שוב לאחר שתיעצר ? אם לא, נמק מדוע; ואם כן, חשב את התאוצה.

11. נתונה המערכת הבאה שנמצאת בתנועה שמאלה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m_1 הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



א. מה תהיה תאוטת המערכת ?

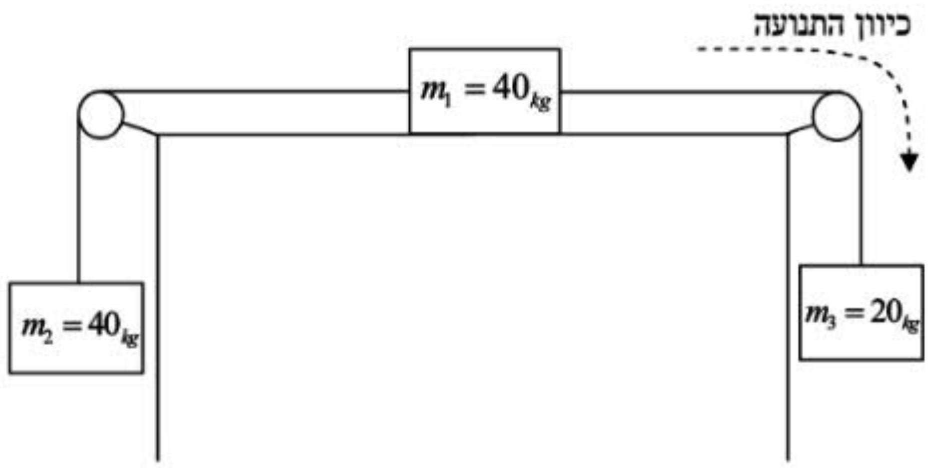
ב. לאחר שהמערכת תעצור, חשב מהו החיכוך המקסימלי שהמסה m_1 מסוגלת לייצר.

ג. האם המערכת תאיץ שוב לאחר שתיעצר ? אם לא, נמק מדוע; ואם כן, חשב את התאוצה.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. נתונה המערכת הבאה שנמצאת בתנועה ימינה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m_1 הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



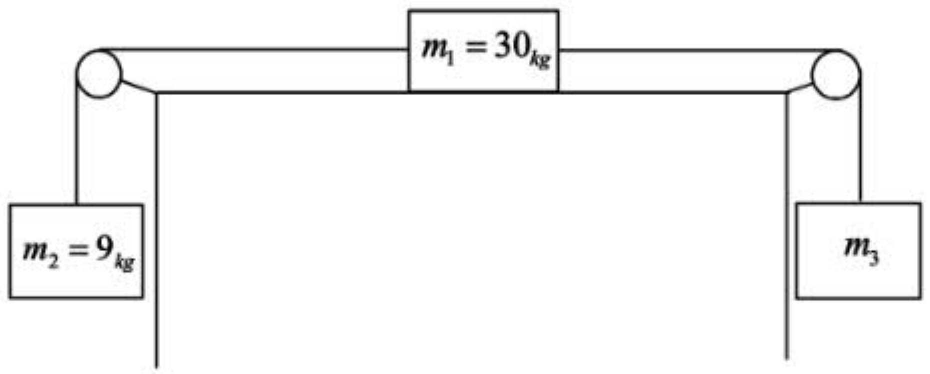
א. מה תהיה תאוטת המערכת ?

ב. לאחר שהמערכת תעצור, חשב מהו החיכוך המקסימלי שהמסה m_1 מסוגלת לייצר.

ג. האם המערכת תאיץ שוב לאחר שתיעצר ? אם לא, נמק מדוע; ואם כן, חשב את התאוצה.

13. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m_1 הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



א. מה צריכה להיות המסה m_3 המינימלית כדי שהמערכת תתחיל לנוע בכיוון השעון (שהמסה m_1 תנוע ימינה) ?

ב. האם תאיץ המערכת ממנוחה עבור $m_3 = 1_{kg}$? אם כן, לאיזה כיוון ? ומה תהיה התאוצה ?

ג. מה צריכה להיות המסה m_3 המקסימלית כדי שהמערכת תתחיל לנוע נגד כיוון השעון (שהמסה m_1 תנוע שמאלה) ?

ד. מהם הערכים האפשריים למסה m_3, שעבורם המערכת לא תנוע ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $f_{s,\max}=4_N$

ב. $F=4_N$

ג. $f_s=2_N$

ד. $a=3\,\frac{m}{sec^2}$ (במקרה זה יהיה החיכוך קינטי!)

2. א. $f_{s,\max}=100_N$

ב. הכוח המושך הוא 300_N ומסוגל להתגבר על החיכוך המקסימלי. לכן המערכת תאיץ והחיכוך יהיה קינטי. התאוצה תהיה $a=3.125\,\frac{m}{sec^2}$.

3. א. $f_{s,\max}=20_N$

ב. $F=20_N$

ג. $a=3\,\frac{m}{sec^2}$

4. א. המערכת נוטה לנוע שמאלה (בכיוון הכוח F), כי 126_N גדול מ-80_N.

ב. החיכוך יפעל ימינה (נגד כיוון נטיית המערכת לנוע). $f_{s,\max}=20_N$.

ג. הכוח F מתגבר גם על החיכוך המקסימלי וגם על משקל המסה m_2, ולכן המערכת תאיץ בכיוון F ($126_N>20_N+80_N$). החיכוך יהיה קינטי, והתאוצה תהיה $a=2\,\frac{m}{sec^2}$.

5. א. $f_{s,\max}=140_N$

ב. משקל המסה m_3 - הכוח המושך את המערכת, אינו מסוגל להתגבר על החיכוך המקסימלי, ולכן המערכת תישאר במנוחה ($100_N<140_N$). יש לציין שהמערכת תייצר חיכוך של 100_N מתוך ה-140_N שהיא מסוגלת לייצר.

6. א. המערכת נוטה לנוע שמאלה (נגד כיוון השעון), כי משקל המסה m_2 גדול ממשקל המסה m_3 (600_N גדול מ-300_N).

ב. החיכוך יפעל ימינה (נגד כיוון נטיית המערכת לנוע). $f_{s,\max}=120_N$.

ג. משקל המסה m_2 מתגבר גם על החיכוך המקסימלי וגם על משקל המסה m_3, ולכן המערכת תאיץ ($600_N>120_N+300_N$). החיכוך יהיה קינטי, והתאוצה תהיה $a=1.6\,\frac{m}{sec^2}$.

7. א. הכוח F צריך להתגבר גם על החיכוך המקסימלי שמייצרת המסה m_1 וגם על משקל המסה m_2 ($F_{\min}=40+20=60_N$).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ב. משקל המסה m_2 (20_N) אינו מסוגל להתגבר על החיכוך המקסימלי שהמסה m_1 מסוגלת לייצר, ולכן המערכת תישאר במנוחה ($20_N<40_N$). יש לציין שהמערכת תייצר חיכוך של 20_N מתוך ה-40_N שהיא מסוגלת לייצר.

8. א. $m_{2,\min}=1_{kg}$

ב. $f_s=5_N$. החיכוך יתאים את עצמו לכוח המושך את המערכת, וייצר 5_N מתוך ה-10_N שהוא מסוגל לייצר.

ג. החיכוך יהיה קינטי: $f_k=5_N$, והתאוצה תהיה $a=3.125\,\frac{m}{sec^2}$.

9. א. $a=1\,\frac{m}{sec^2}$ בכיוון שמאלה.

ב. $F_{min}=36_N$

10. א. $a=3.5\,\frac{m}{sec^2}$ בכיוון שמאלה (נגד כיוון התנועה הראשוני).

ב. $f_{s,\max}=40_N$

ג. הכוח F מתגבר על החיכוך המקסימלי, ולכן המערכת תאיץ ($50_N>40_N$). החיכוך יהיה קינטי, והתאוצה תהיה $a=1.5\,\frac{m}{sec^2}$ בכיוון שמאלה (בכיוון התנועה החדש).

11. א. $a=4\,\frac{m}{sec^2}$ בכיוון ימינה (נגד כיוון התנועה הראשוני).

ב. $f_{s,\max}=16_N$

ג. משקל המסה m_2 מתגבר על החיכוך המקסימלי, ולכן המערכת תאיץ ($40_N>16_N$). החיכוך יהיה קינטי, והתאוצה תהיה $a=2\frac{2}{3}\,\frac{m}{sec^2}$ בכיוון ימינה (בכיוון התנועה החדש).

12. א. $a=2.4\,\frac{m}{sec^2}$ בכיוון שמאלה (נגד כיוון התנועה הראשוני).

ב. $f_{s,\max}=80_N$

ג. משקל המסה m_2 מתגבר על החיכוך המקסימלי ועל משקל המסה m_3, ולכן המערכת תאיץ ($400_N>200_N+80_N$). החיכוך יהיה קינטי, והתאוצה תהיה $a=1.6\,\frac{m}{sec^2}$ נגד כיוון השעון.

13. א. $m_{3,\min}=15_{kg}$

ב. משקל המסה m_2 מתגבר על החיכוך המקסימלי ועל משקל המסה m_3, ולכן המערכת תאיץ ($90_N>60_N+10_N$). החיכוך יהיה קינטי, והתאוצה תהיה $a=1.25\,\frac{m}{sec^2}$ בכיוון שמאלה.

ג. $m_{3,\max}=3_{kg}$

ד. $3_{kg}<m<15_{kg}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

חוקי ניוטון כולל חיכוך ושיפועים

נוסחאות

<u>חוקי ניוטון</u>

חוק ראשון : גוף נשאר במצבו (מנוחה או מהירות קבועה), אם סך הכוחות הפועלים עליו הוא 0.
גוף כזה נמצא בשיווי משקל.

חוק שני : סך הכוחות שפועלים על גוף שווה למסת הגוף כפול תאוצתו. גוף מאיץ איננו בשיווי משקל.

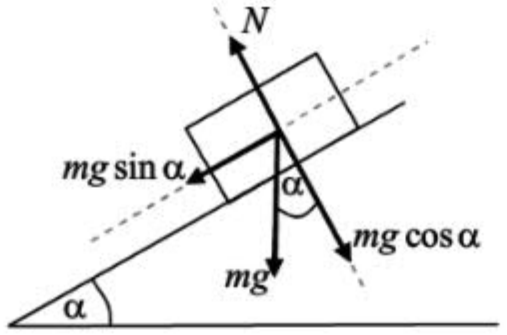
חוק שלישי : אם גוף מפעיל כוח על גוף אחר, יחזיר הגוף האחר את אותו הכוח בכיוון ההפוך.
(חוק הפעולה והתגובה)

חיכוך קינטי : $f_k = \mu_k \cdot N$ כוח זה פועל על גוף שנמצא בתנועה.

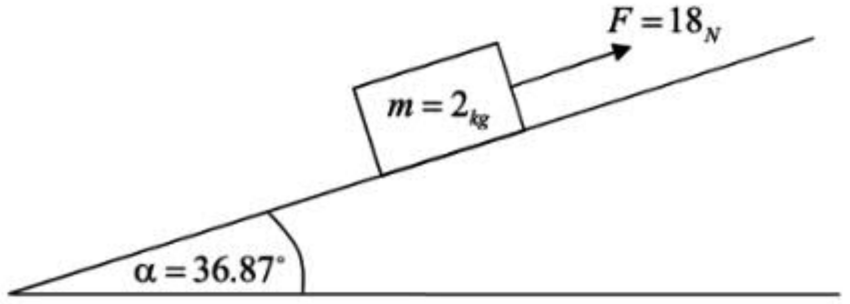
חיכוך סטטי מקסימלי : $f_{s,\max} = \mu_s \cdot N$ (זהו החיכוך הסטטי המקסימלי שגוף במנוחה יכול להרגיש).

סימוני כוחות בסיסיים על מסה במדרון משופע.

- הזווית של המדרון תהיה תמיד שווה לזווית בין הכוח mg לבין הציר הניצב למדרון.
- במערכת הצירים יקביל ציר אחד למדרון, והאחר יהיה מאונך לו.
- יש לפרק את הכוח mg לרכיבים על מערכת הצירים.



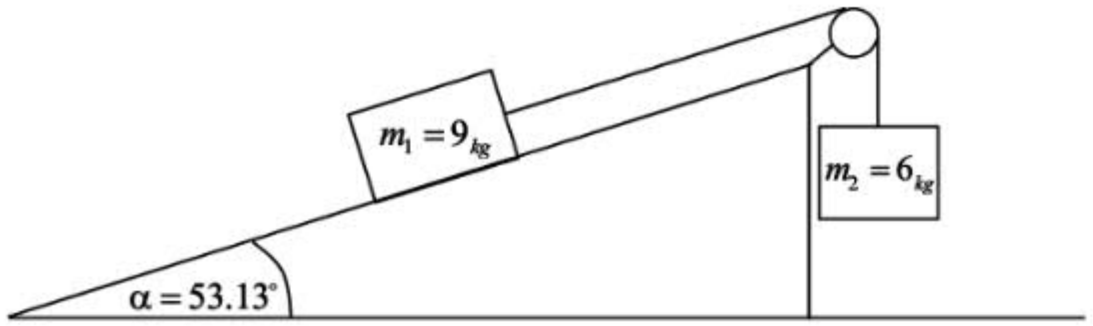
1. נתונה המערכת הבאה. המשטח חלק ואין חיכוך.



א. סמן את הכוחות הפועלים על המסה.
ב. למה שווה הכוח הנורמל ?
ג. בדוק את הכוחות המושכים את המסה מכל כיוון, וקבע לאיזה כיוון היא תנוע.
ד. מה תהיה תאוצת המסה (גודל וכיוון) ?

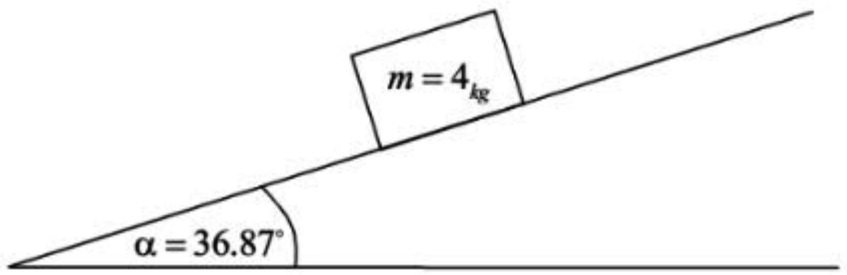
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

2. נתונה המערכת הבאה. המשטח חלק ואין חיכוך.



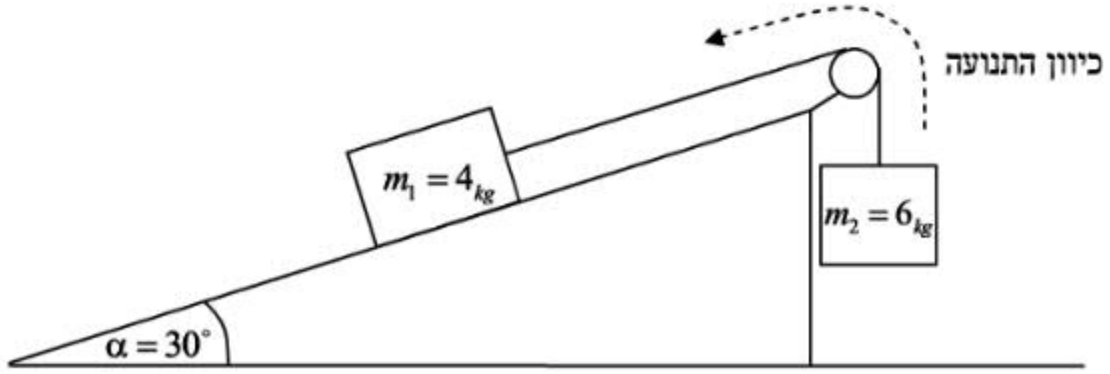
א. סמן את הכוחות הפועלים על הגופים.
ב. בדוק את הכוחות המושכים את המערכת מכל צד, וקבע לאיזה כיוון היא תנוע.
ג. מה תהיה תאוצת המערכת (גודל וכיוון) ?

3. נתונה המערכת הבאה הנמצאת במנוחה. מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



א. סמן את הכוחות הפועלים על המסה.
ב. חשב את גודל החיכוך הסטטי המקסימלי שהמסה יכולה לייצר.
ג. האם הכוח המושך את המסה מסוגל להתגבר על החיכוך המקסימלי ? אם לא, הסבר מדוע; ואם כן, מצא את התאוצה.
ד. ענה על סעיפים ב', ג', אם המסה תהיה $m = 500_{kg}$.

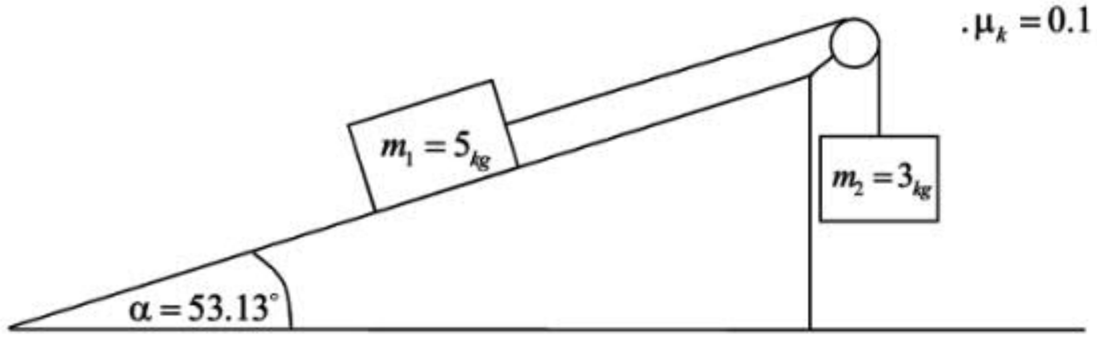
4. נתונה המערכת הבאה. המשטח חלק ואין חיכוך.



א. מצא את התאוצה (גודל וכיוון). האם התאוצה נשארת קבועה ?
ב. תאר במילים את תנועת המערכת.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

5. נתונה המערכת הבאה הנמצאת במנוחה. מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.

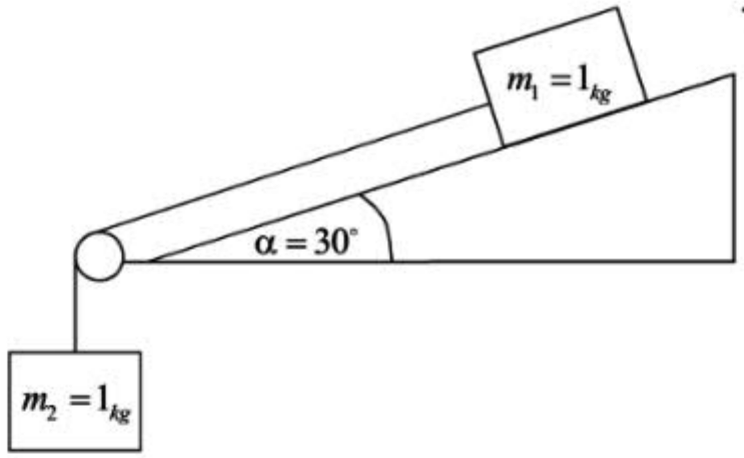


א. סמן את הכוחות הפועלים על הגופים ללא כוח החיכוך.

ב. בדוק את הכוחות המושכים את המערכת מכל צד, וקבע לאיזה כיוון היא נוטה לנוע.

ג. לאיזה כיוון יופעל החיכוך על המסה m_1 ? מצא את החיכוך הסטטי המקסימלי שיכול להיווצר, וקבע אם המערכת תנוע. אם כן, מצא את תאוצתה.

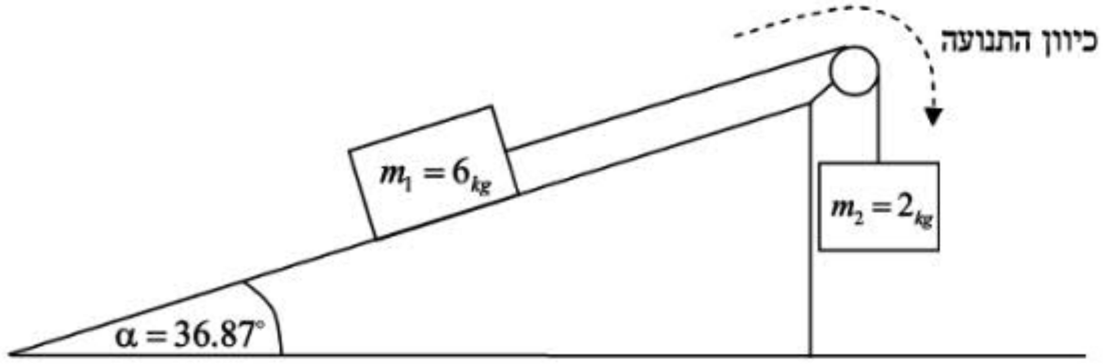
6. נתונה המערכת הבאה. המשטח חלק ואין חיכוך.



א. מה תהיה תאוצת המערכת ?

ב. מה תהיה מתיחות החבל ?

7. נתונה המערכת הבאה. מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



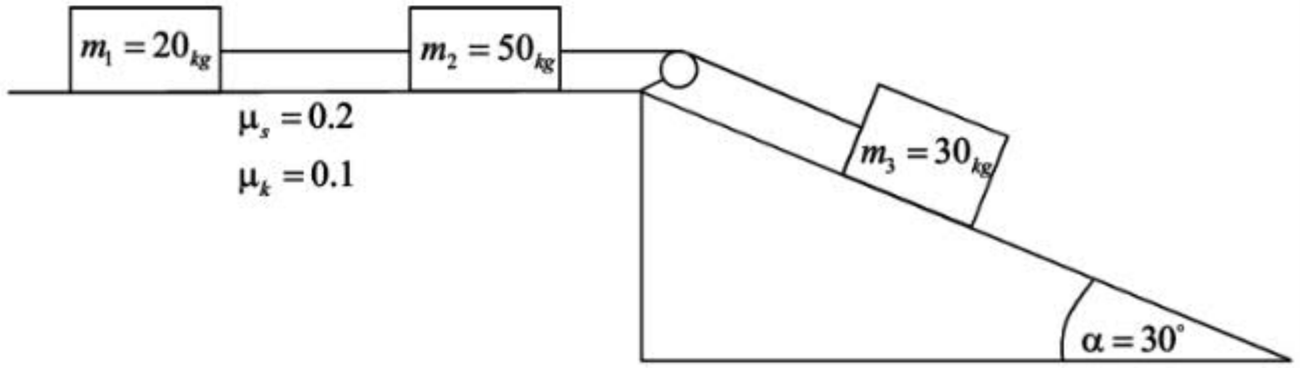
א. הסבר מדוע המערכת תאט את מהירותה משיקולי כוחות, ומצא את גודל התאוטה.

ב. הסבר מדוע כוח החיכוך משנה את מגמתו מיד לאחר שהמערכת נעצרת.

ג. כשהמערכת תעצור, האם היא תנוע שוב ? אם כן, מצא את התאוצה. אם לא, נמק (רמז : בדוק אם הכוחות המושכים מסוגלים להתגבר על הכוחות המתנגדים, כולל החיכוך הסטטי המקסימלי שניתן לייצר).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

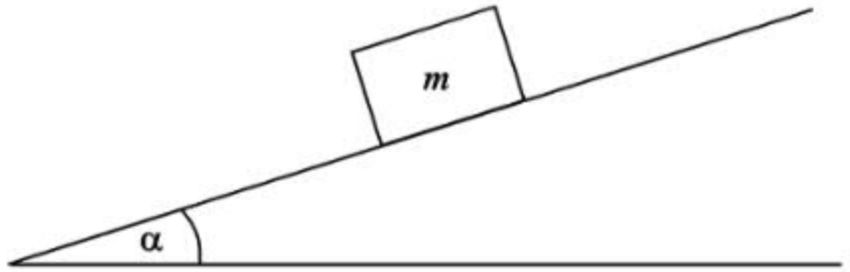
8. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה. החיכוך קיים רק במשטח האופקי (המדרון חלק וללא חיכוך). מקדם החיכוך הסטטי הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



א. מהו החיכוך המקסימלי שהמערכת יכולה לייצר ?

ב. האם המערכת תאיץ ? אם כן, מה תהיה התאוצה ? אם לא, הסבר מדוע.

9. נתונה המסה m הנמצאת במנוחה על מדרון ששיפועו α. מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה הוא μ_s, ומקדם החיכוך הקינטי הוא μ_k. בתרגיל זה יש להשתמש ב-g כפרמטר, ולא כ-$10\ \frac{m}{sec^2}$. התשובות לתרגיל זה יבוטאו בעזרת הפרמטרים : $g, \alpha, \mu_s, \mu_k, m$



א. מצא את ערכו של החיכוך הסטטי המקסימלי שהמסה יכולה לייצר.

ב. מצא את ערכו של החיכוך הקינטי, הפועל על המסה כשהיא בתנועה.

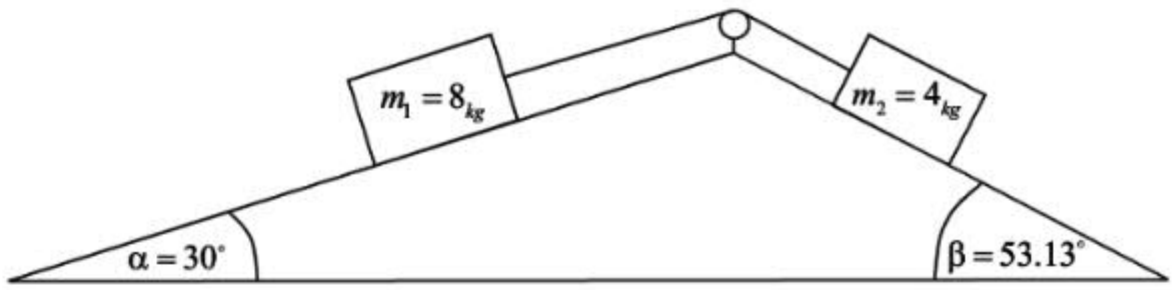
ג. מצא את הכוח המושך את המסה.

ד. אם נתון שהמסה בדיוק על סף תנועה, מצא למה שווה μ_s (רמז : כשהמסה על סף תנועה, הכוח המושך שווה לחיכוך המקסימלי שניתן לייצר. כמו כן יש להיעזר בזהות : $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$).

ה. אם נתון שהמסה כבר נמצאת בתנועה, מצא את תאוצתה.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. נתונה המערכת הבאה הנמצאת במנוחה. קיים חיכוך <u>רק במדרון התלול</u> שנטייתו $\beta = 53.13^\circ$.

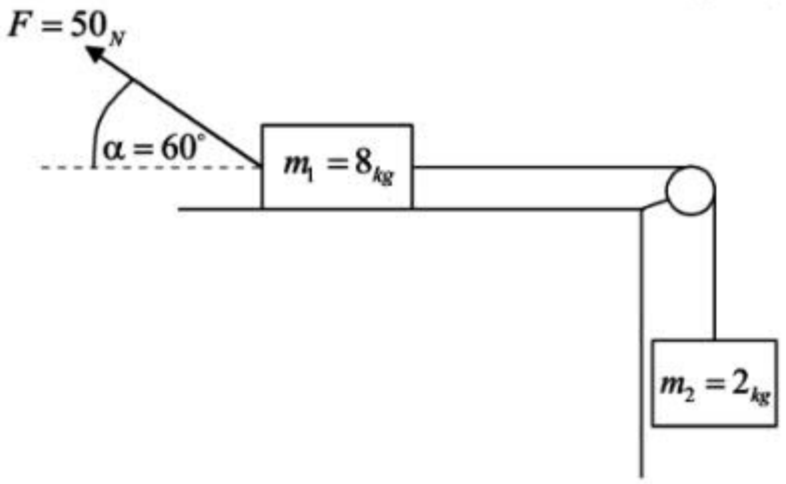


א. בדוק לאיזה כיוון נוטה המערכת לנוע.

ב. מה צריך להיות μ_s המינימלי המופעל על המסה m_2, כך שהמערכת לא תנוע ? (רמז : במקרה הגבולי חייבים הכוחות המושכים את המערכת להשתוות לכוחות המקסימליים שהמערכת מסוגלת לייצר בכיוון הנגדי).

ג. אם ידוע שהמערכת מצליחה לנוע, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$, מה תהיה תאוצתה ?

11. נתונה המערכת הבאה. המשטח חלק ואין חיכוך.

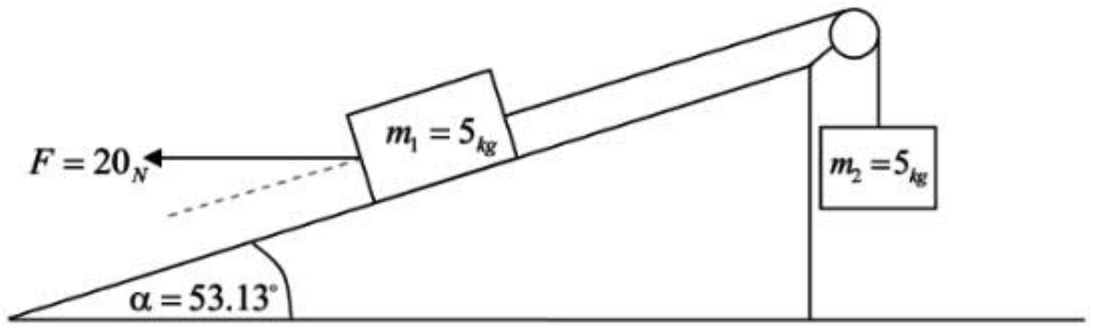


א. לאיזה כיוון תנוע המערכת ?

ב. הסבר מדוע המסה m_1 לא תתרומם באוויר (רמז : כל עוד יש כוח נורמל, סימן שהמסה לוחצת על המשטח, ולפיכך נמצאת עליו).

ג. מצא את תאוצת המערכת.

12. נתונה המערכת הבאה הנמצאת במנוחה. מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



א. לאיזה כיוון נוטה המערכת לנוע ?

ב. מצא את הכוח הנורמל שבו לוחצת המסה m_1 על המשטח.

ג. מהו החיכוך הסטטי המקסימלי שהמסה m_1 מסוגלת לייצר ?

ד. האם המערכת תנוע ? אם כן, מצא את תאוצתה. אם לא, נמק.

ה. מהי מתיחות החבל ? מהו כוח החיכוך המופעל על המסה m_1 ?

תשובות

1. ב. $N = 16_N$

ג. $mg\sin\alpha = 12_N$ כלפי מטה, $F = 18_N$ כלפי מעלה. לכן המסה תנוע כלפי מעלה.

ד. $a = 3\ \frac{m}{sec^2}$ כלפי מעלה.

2. ב. הכוח $m_1 g\sin\alpha = 72_N$ מושך בכיוון m_1, לעומת הכוח 60_N, שמושך בכיוון m_2. לכן המערכת תנוע בכיוון המסה m_1.

ג. $a = 0.8\ \frac{m}{sec^2}$ נגד כיוון השעון.

3. ב. $f_{s,max} = \mu_s mg\cos\alpha = 6.4_N$

ג. הכוח המושך $mg\sin\alpha = 24_N$ מתגבר על $f_{s,max} = 6.4_N$. לכן המסה תנוע כלפי מטה, והחיכוך יהיה קינטי. התאוצה תהיה $a = 5.2\ \frac{m}{sec^2}$.

ד. $f_{s,max} = 800_N$. הכוח המושך $mg\sin\alpha = 3000_N$ מתגבר על $f_{s,max}$, ולכן המסה תנוע כלפי מטה, והחיכוך יהיה קינטי. התאוצה תהיה $a = 5.2\ \frac{m}{sec^2}$.

כדאי לשים לב שהתאוצה לא תלויה במסה: $a = \frac{mg\sin\alpha - \mu_k mgcos\alpha}{m} = g(\sin\alpha - \mu_k cos\alpha)$.

4. א. $a = 4\ \frac{m}{sec^2}$ נגד כיוון התנועה. התאוצה נשארת קבועה, כי הכוחות לא משתנים (גם כאשר כיוון המהירות משתנה!).

ב. המערכת תאט בתאוטה של $4\ \frac{m}{sec^2}$ עד שתיעצר. אח"כ תשנה את כיוונה ותאיץ בתאוצה של $4\ \frac{m}{sec^2}$ לכיוון הנגדי.

5. ב. המערכת נוטה לנוע שמאלה (נגד כיוון השעון), כי הכוח המושך את המסה m_1 גדול מהכוח המושך את המסה m_2 (40_N גדול מ- 30_N).

ג. החיכוך יפעל כלפי מעלה (נגד כיוון הנטייה לנוע). $f_{s,max} = 6_N$. הכוח המושך (40_N) מתגבר גם על $f_{s,max}$ וגם על המשקל של m_2 ($40_N > 6_N + 30_N$). לכן המערכת תנוע, והחיכוך יהיה קינטי. התאוצה תהיה $a = 0.875\ \frac{m}{sec^2}$.

6. א. $a = 7.5\ \frac{m}{sec^2}$ כלפי מטה.

ב. $T = 2.5_N$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

7. א. המסה m_2 נמשכת מטה ב- 20_N, והמסה m_1 נמשכת לכיוון השני ב- 36_N. לכן המערכת תאט. קיים גם חיכוך קינטי, הפועל נגד כיוון התנועה, והתאוצה תהיה $a = 2.6\ \frac{m}{sec^2}$ נגד כיוון התנועה.

ב. ברגע העצירה נטיית המערכת לנוע משנה כיוון, ולכן החיכוך משנה את כיוונו.

ג. הכוח המושך (36_N) מצליח להתגבר על החיכוך הסטטי המקסימלי ($f_{s,max} = 9.6_N$) ועל משקל המסה m_2 ($36_N > 9.6_N + 20_N$). לכן המערכת תאיץ בכיוון ההפוך לתנועתה המקורית, והחיכוך יהיה קינטי. התאוצה תהיה $a = 1.4\ \frac{m}{sec^2}$ נגד כיוון השעון.

8. א. $f_{s,max} = 140_N$

ב. הכוח המושך (150_N) מצליח להתגבר על החיכוך הסטטי המקסימלי ($f_{s,max} = 140_N$). לכן המערכת תאיץ, והחיכוכים יהיו קינטיים. גודל התאוצה יהיה $a = 0.8\ \frac{m}{sec^2}$.

9. א. $f_{s,max} = \mu_s mgcos\alpha$ כלפי מעלה.

ב. $f_k = \mu_k mg\cos\alpha$ כלפי מעלה.

ג. $mgsin\alpha$ כלפי מטה.

ד. $mg\sin\alpha = \mu_s mgcos\alpha \Rightarrow \mu_s = \frac{mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha} = tg\alpha$

ה. $a = \frac{mg\sin\alpha - \mu_k mg\cos\alpha}{m} = g(\sin\alpha - \mu_k\cos\alpha)$

10. א. המסה m_2 נמשכת מטה ב- 32_N, והמסה m_1 נמשכת לכיוון השני ב- 40_N. לכן המערכת נוטה לנוע שמאלה (נגד כיוון השעון).

ב. $f_{s,max} = 8_N \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$

ג. $a = \frac{7}{15} \approx 0.467\ \frac{m}{sec^2}$ בכיוון שמאלה (נגד כיוון השעון).

11. א. המסה m_2 נמשכת מטה ב- 20_N, והמסה m_1 נמשכת שמאלה ב- 25_N. לכן המערכת נוטה לנוע שמאלה (נגד כיוון השעון).

ב. $F\sin 60 + N = mg \Rightarrow N = 36.7_N$. קיים נורמל (כי יצא ערך חיובי), ומכאן שהמסה נמצאת על המשטח ולוחצת עליו. המשמעות היא שהמשקל של המסה m_1 חזק יותר מהכוח שרוצה להרים אותה מהמשטח ($mg > F\sin 60$), ולכן היא עדיין דבוקה לקרקע.

ג. $a = 0.5\ \frac{m}{sec^2}$ בכיוון שמאלה (נגד כיוון השעון).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. א. המסה m_2 נמשכת מטה ב- 50_N, והמסה m_1 נמשכת לכיוון תחתית המדרון ב- 52_N. לכן המערכת נוטה לנוע נגד כיוון השעון (כדאי לשים לב שהזווית בין הוקטור F לציר המקביל למדרון היא α, והכוחות המושכים את המסה m_1 הם $F\cos\alpha + mg\sin\alpha = 52_N$).

ב. $F\sin\alpha + N = mg\cos\alpha \;\Rightarrow\; N = 14_N$

ג. $f_{s,\max} = \mu_s N = 2.8_N$ כלפי מעלה.

ד. המערכת לא תנוע, כי הכוחות המושכים (52_N) לא מתגברים גם על משקל המסה m_2 (50_N) וגם על החיכוך הסטטי המקסימלי (2.8_N).

ה. $T = 50_N$, החיכוך יהיה $f = 2_N$ מתוך ה- 2.8_N שהוא יכול להיות במקרה המקסימלי.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

חוקי ניוטון - תרגילים מיוחדים

נוסחאות

<u>חוקי ניוטון</u>

חוק ראשון : גוף נשאר במצבו (מנוחה או מהירות קבועה), אם סך הכוחות הפועלים עליו הוא 0. גוף כזה נמצא בשיווי משקל.

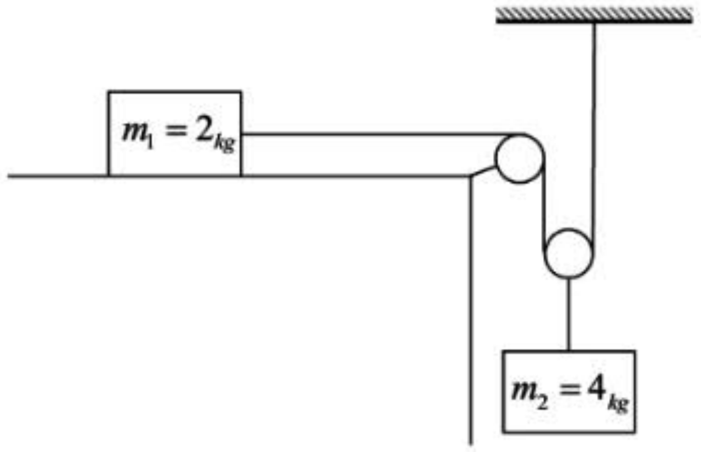
חוק שני : סך הכוחות שפועלים על גוף שווה למסת הגוף כפול תאוצתו. גוף מאיץ איננו בשיווי משקל.

חוק שלישי : אם גוף מפעיל כוח על גוף אחר, יחזיר הגוף האחר את אותו הכוח בכיוון ההפוך. (חוק הפעולה והתגובה)

חיכוך קינטי : $f_k = \mu_k \cdot N$ כוח זה פועל על גוף שנמצא בתנועה.

חיכוך סטטי מקסימלי : $f_{s,\max} = \mu_s \cdot N$ (זהו החיכוך הסטטי המקסימלי שגוף יכול להרגיש).

1. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה. המשטח חלק ואין חיכוך, והגלגלות חסרות מסה. חבל אחד מחובר מצד אחד למסה m_1, עובר דרך מערכת של 2 גלגלות, שאחת מהן קבועה והאחרת צפה, ומגיע לתקרה. החבל האחר מחבר את הגלגלת הצפה עם המסה m_2.



א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף, ואת הכוחות הפועלים על הגלגלת הצפה.

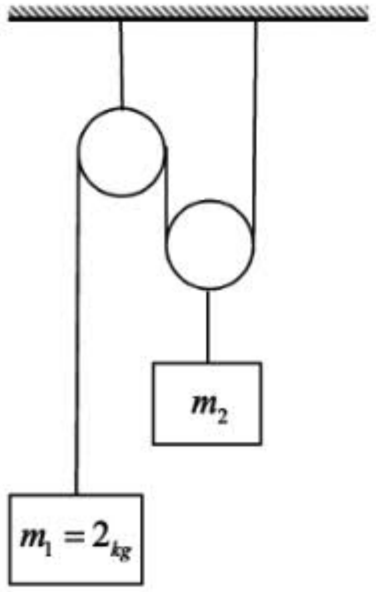
ב. רשום את משוואת הכוחות על הגלגלת הצפה, ומצא את הקשר בין מתיחויות 2 החבלים (זכור שהגלגלת חסרת מסה).

ג. סמן את התאוצה של המסה m_1 ב- a_1, ואת התאוצה של המסה m_2 ב- a_2. הסבר מדוע a_2 קטנה פי 2 מ- a_1 (רמז : הקשר בין התאוצות הוא ביחס ישר לקשר בין המרחק שעוברת כל מסה ברגע נתון. שים לב מה קורה למסה m_2, כאשר המסה m_1 מתקדמת, למשל, מטר אחד ימינה).

ד. רשום את משוואת הכוחות על כל מסה, ומצא את התאוצה של כל אחת.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

2. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה. הגלגלות חסרות מסה. חבל אחד מחובר מצד אחד למסה m_1, עובר דרך מערכת של 2 גלגלות, שאחת מהן קבועה והאחרת צפה, ומגיע לתקרה. החבל האחר מחבר את הגלגלת הצפה עם המסה m_2.



א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף, ואת הכוחות הפועלים על הגלגלת הצפה. מהו הקשר בין המתיחויות של שני החבלים ?

ב. מה צריכה להיות המסה m_2 כדי שהמערכת תהיה בשיווי משקל ?

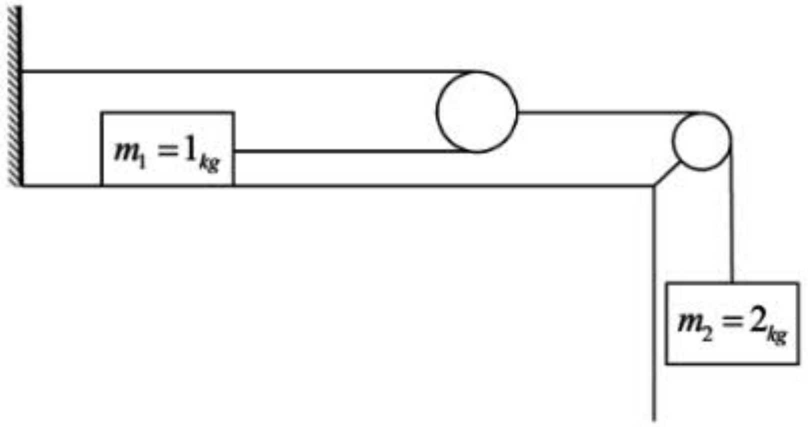
ג. נתון שהמסה $m_2 = 2_{kg}$. לאיזה כיוון תנוע המערכת ?

ד. סמן את התאוצה של המסה m_1 ב- a_1, ואת התאוצה של המסה m_2 ב- a_2. הסבר מדוע a_2 קטנה פי 2 מ- a_1 (רמז : הקשר בין התאוצות הוא ביחס ישר לקשר בין המרחק שעוברת כל מסה ברגע נתון. שים לב מה קורה למסה m_2, כאשר המסה m_1 עולה, למשל, מטר אחד למעלה).

ה. רשום את משוואת הכוחות על כל מסה, ומצא את התאוצה של כל אחת.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

3. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה. המשטח חלק ואין חיכוך, והגלגלות חסרות מסה. חבל אחד מחובר מצד אחד למסה m_1, עובר דרך גלגלת צפה ומגיע לקיר. החבל האחר מחבר את הגלגלת הצפה עם המסה m_2 דרך גלגלת קבועה.

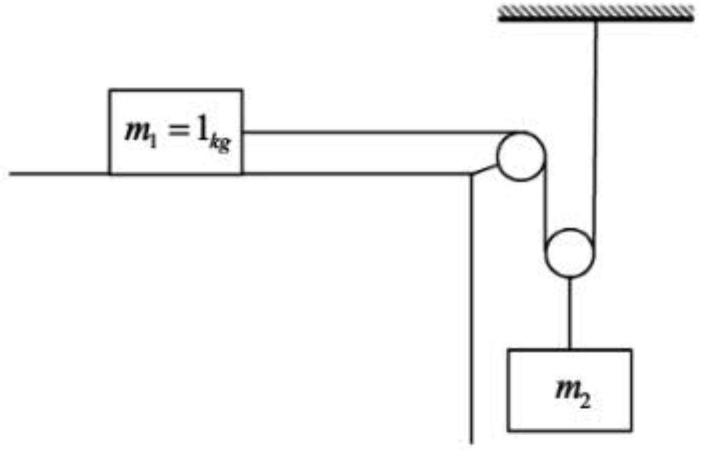


א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף, ואת הכוחות הפועלים על הגלגלת הצפה. מהו הקשר בין המתיחויות של שני החבלים ?

ב. סמן את התאוצה של המסה m_1 ב- a_1, ואת התאוצה של המסה m_2 ב- a_2. הסבר מדוע a_2 קטן פי 2 מ- a_1 (רמז : שים לב מה קורה למסה m_2, כאשר המסה m_1 זזה, למשל, מטר אחד ימינה).

ג. רשום את משוואת הכוחות על כל מסה, ומצא את התאוצה של כל אחת.

4. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה. חבל אחד מחובר מצד אחד למסה m_1, עובר דרך מערכת של 2 גלגלות, שאחת מהן קבועה והאחרת צפה, ומגיע לתקרה. החבל השני מחבר את הגלגלת הצפה עם המסה m_2. מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m_1 הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



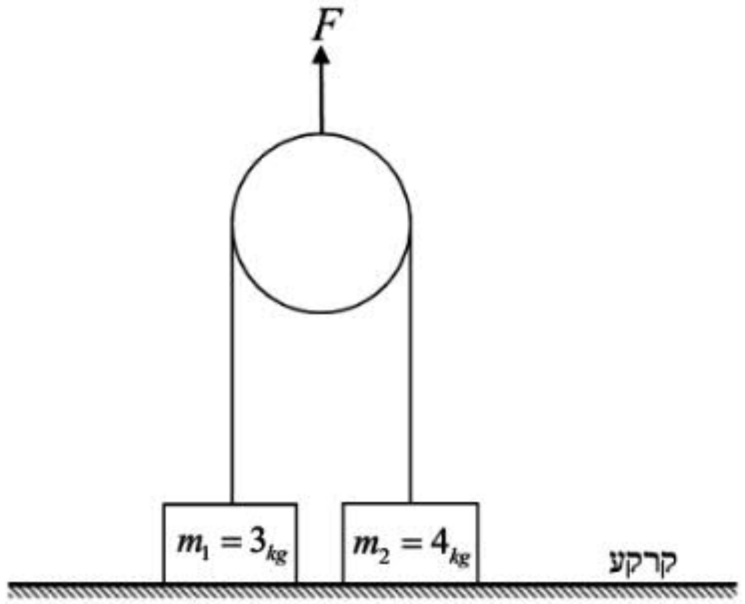
א. מהו החיכוך הסטטי המקסימלי שמסה m_1 מסוגלת לייצר ?

ב. מה צריכה להיות המסה m_2 כדי שהמערכת תהיה על סף תנועה ?

ג. נתון $m_2 = 0.5_{kg}$. מה תהיה תאוצת כל גוף ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

5. נתונה המערכת הבאה. מצד אחד מחובר החבל למסה m_1, עובר דרך הגלגלת ומתחבר למסה m_2. הכוח F מושך את הגלגלת כלפי מעלה. שתי המסות מונחות על הקרקע, והגלגלת חסרת מסה.



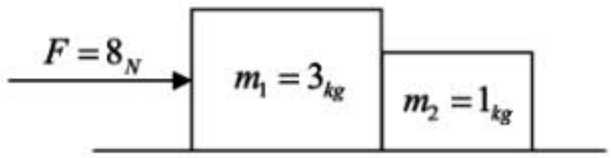
א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף, ואת הכוחות הפועלים על הגלגלת. מהו הקשר בין הכוח F למתיחות החבל ?

ב. מה צריך להיות הכוח F כדי שהמסה m_1 תתחיל להתרומם מהקרקע ? (רמז : כשהמסה מתנתקת מהקרקע, אין כוח נורמל). מה יקרה למסה m_2 במקרה זה ?

ג. מה צריך להיות הכוח F כדי שהמסה m_2 תתחיל להתרומם מהקרקע ? מה יקרה למסה m_1 במקרה זה ?

ד. מה תהיה תאוצת כל מסה, אם $F = 120_N$?

6. נתונה המערכת הבאה. המשטח חלק ואין חיכוך. שתי המסות צמודות זו לזו, והכוח F דוחף את המסה m_1.



א. התייחס לשתי המסות כאל גוף אחד, ומצא את תאוצת המסות.

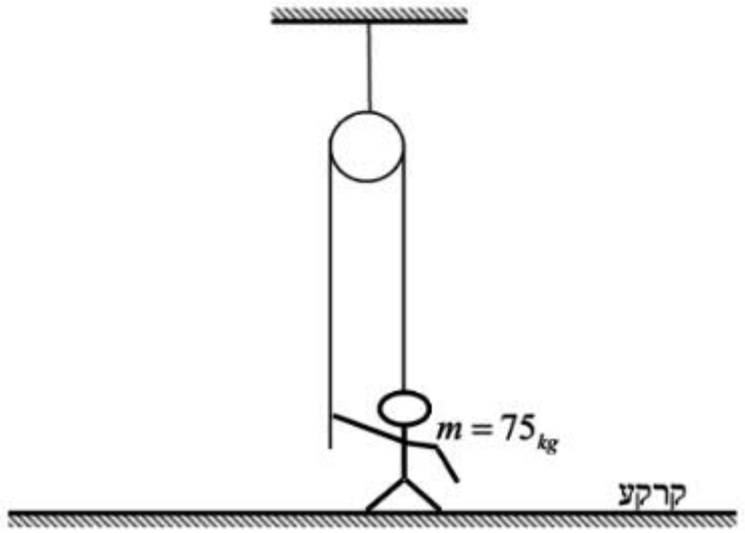
ב. סמן את הכוחות הפועלים על כל מסה (רמז : היעזר בחוק השלישי של ניוטון, שקובע כי אם מסה אחת מפעילה כוח על מסה אחרת, תפעיל זו את אותו הכוח בכיוון הנגדי על המסה הראשונה).

ג. רשום את משוואת הכוחות על המסה m_2, ומצא את הכוח שמפעילה המסה m_1 על המסה m_2 (רמז : היעזר בתאוצה שמצאת בסעיף א').

ד. היעזר בתשובתך לסעיף ג', ורשום את משוואת הכוחות על המסה m_1. הראה שתאוצתה של המסה m_1 אכן זהה לתאוצה שחישבת בסעיף א'.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

7. ילד שמסתו $m = 75_{kg}$ עומד על הקרקע וקשור לחבל. החבל מלופף סביב גלגלת, וכך מחזיק הילד בידו את קצהו האחר.



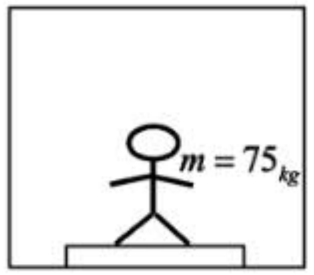
א. סמן את הכוחות הפועלים על הילד כאשר הוא מתחיל למתוח את החבל.

ב. מה המשקל שירגיש הילד, אם ימתח את החבל בכוח של $T = 300_N$? (רמז : המשקל שמרגיש הילד שווה לכוח הנורמל שהקרקע מחזירה; כי אם הילד לוחץ על הקרקע במשקל מסוים, תחזיר הקרקע לילד את אותו הכוח בכיוון ההפוך).

ג. כמה כוח צריך הילד להפעיל על החבל כדי שירגיש חסר מסה ?

ד. מה תהיה תאוצת הילד, אם הוא יפעיל על החבל כוח של $T = 450_N$?

8. ילד שמסתו $m = 75_{kg}$ עומד על משקל בתוך מעלית.



א. מה יראה המשקל, אם המעלית נעה במהירות קבועה ?

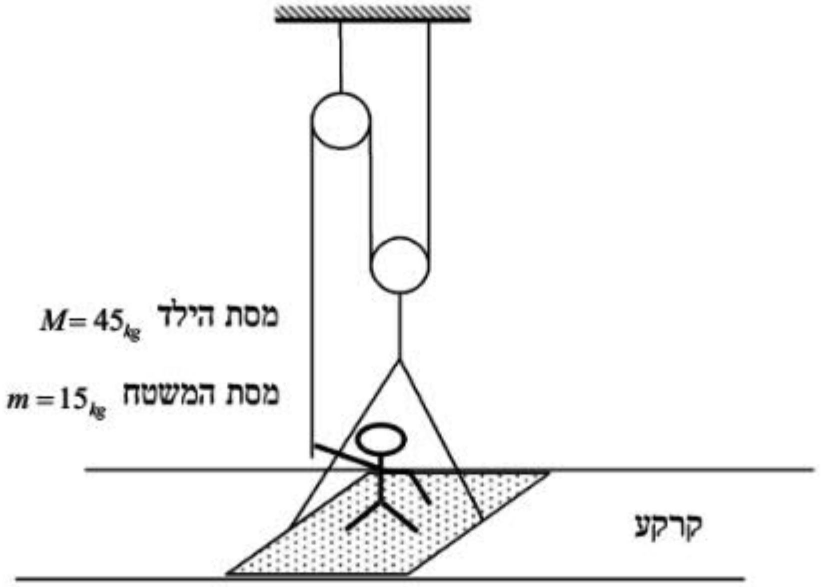
ב. מה יראה המשקל, אם המעלית נעה בתאוצה של $a = 2_{\frac{m}{sec^2}}$ כלפי מעלה ?

ג. מה יראה המשקל, אם המעלית נעה בתאוצה של $a = 2_{\frac{m}{sec^2}}$ כלפי מטה ?

ד. מה צריכה להיות תאוצת המעלית (גודל וכיוון) כדי שהילד ירגיש חסר משקל ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

9. ילד שמסתו $M=45_{kg}$ עומד על משטח שמסתו $m=15_{kg}$. המשטח נמצא על הקרקע ומחובר באמצעות חבל לגלגלת צפה. חבל נוסף קשור בקצהו האחד לתקרה ומלופף דרך מערכת הגלגלות, כמתואר בציור, וכך מחזיק הילד בקצהו האחר.

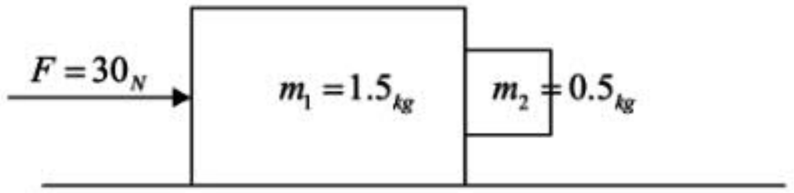


א. נסמן את המתיחות שבה מותח הילד את החבל ב-T.
בטא בעזרת T את הכוח, שבו נמשך המשטח עם הילד כלפי מעלה (רמז : התייחס לילד ולמשטח כאילו היו גוף אחד).

ב. באיזה כוח מינימלי צריך הילד למתוח את החבל כדי שהמשטח יתחיל להתרומם ?
מה המשקל שירגיש הילד במקרה זה ? (רמז : משקל הילד שווה לנורמל שהמשטח מחזיר לו).

ג. מה תהיה תאוצת המשטח, אם הילד ימתח את החבל בכוח של $T=230_N$?
מה המשקל שירגיש הילד במקרה זה ?

10. נתונה המערכת הבאה. המשטח שעליו מחליקה המסה m_1 חלק וללא חיכוך. בין שתי המסות קיים חיכוך. מקדם החיכוך הסטטי ביניהן הוא μ_s, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k=0.1$. הכוח F דוחף את המסה m_1.



א. מצא את תאוצת שתי המסות (רמז : התייחס לשני הגופים כאילו היו גוף אחד).

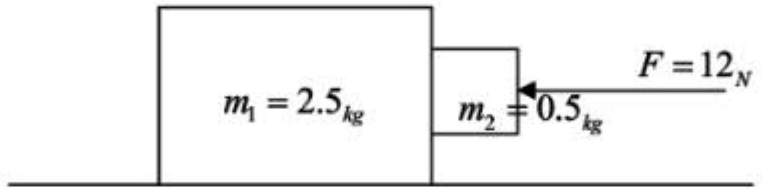
ב. למה שווה ערכו של הכוח שהמסות מפעילות זו על זו ?

ג. היעזר בידע שהחיכוך המקסימלי שגוף יכול לייצר הוא $f_{s,\max}=\mu_s\cdot N$, וקבע מה צריך להיות מקדם החיכוך μ_s הקטן ביותר בין שני הגופים כדי שהמסה m_2 לא תיפול.

ד. נתון שהכוח הדוחף הוא $F=28_N$, ומקדם החיכוך הסטטי בין הגופים הוא זה שמצאת בסעיף ג'.
מצא את התאוצה האופקית החדשה של 2 המסות, והראה שהחיכוך המקסימלי שיכולה להרגיש המסה m_2 לא מאפשר לה להישאר דבוקה למסה m_1. מה תהיה תאוצתה האנכית ?

ה. נתון שהכוח הדוחף הוא $F=32_N$, ומקדם החיכוך הסטטי בין הגופים הוא זה שמצאת בסעיף ג'.
מצא את התאוצה האופקית החדשה של 2 המסות, והראה שהחיכוך המקסימלי שיכולה להרגיש המסה m_2 מאפשר לה להישאר דבוקה למסה m_1. מה יהיה החיכוך בין שני הגופים ?

11. נתונה המערכת הבאה. המשטח שעליו מחליקה המסה m_1 חלק וללא חיכוך. בין שתי המסות קיים חיכוך. מקדם החיכוך הסטטי ביניהן הוא μ_s, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$. הכוח F דוחף את המסה m_2.



א. מצא את תאוצת שתי המסות (רמז: התייחס לשני הגופים כאילו היו גוף אחד).

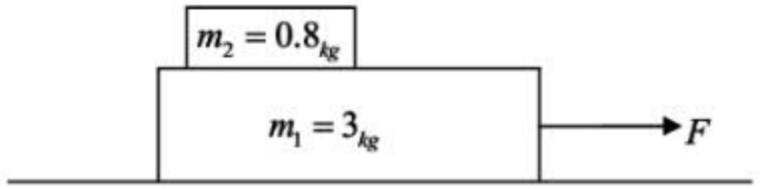
ב. למה שווה ערכו של הכוח שהמסות מפעילות זו על זו ?

ג. היעזר בידע שהחיכוך המקסימלי שגוף יכול לייצר הוא $f_{s,\max} = \mu_s \cdot N$, וקבע מה צריך להיות מקדם החיכוך μ_s הקטן ביותר בין שני הגופים כדי שהמסה m_2 לא תיפול.

ד. נתון שהכוח הדוחף הוא $F = 9_N$, ומקדם החיכוך הסטטי בין הגופים, הוא זה שמצאת בסעיף ג'. מצא את התאוצה האופקית החדשה של 2 המסות, והראה שהחיכוך המקסימלי שיכולה להרגיש המסה m_2 לא מאפשר לה להישאר דבוקה למסה m_1. מה תהיה תאוצתה האנכית ?

ה. נתון שהכוח הדוחף הוא $F = 15_N$, ומקדם החיכוך הסטטי בין הגופים הוא זה שמצאת בסעיף ג'. מצא את התאוצה האופקית החדשה של 2 המסות, והראה שהחיכוך המקסימלי שיכולה להרגיש המסה m_2 מאפשר לה להישאר דבוקה למסה m_1. מה יהיה החיכוך בין שני הגופים ?

12. נתונה המערכת הבאה. המשטח שעליו מחליקה המסה m_1 חלק וללא חיכוך. בין שתי המסות קיים חיכוך. מקדם החיכוך הסטטי ביניהן הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$. הכוח F מושך את המסה m_1.



א. סמן את כוחות החיכוך הפועלים על שני הגופים (היעזר בחוק השלישי של ניוטון).

ב. מהו החיכוך המקסימלי שהמסה m_2 יכולה לייצר ?

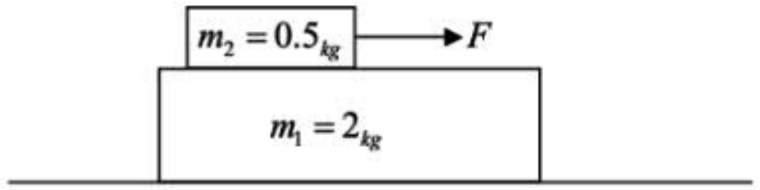
ג. מה צריכה להיות התאוצה המקסימלית של הגוף העליון כדי שלא יתנתק מהגוף התחתון ?

ד. מצא את הכוח F המקסימלי שיגרום לשני הגופים לנוע יחד.

ה. מה תהיה תאוצת כל גוף, אם $F = 8_N$?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

13. נתונה המערכת הבאה. המשטח שעליו מחליקה המסה m_1 חלק וללא חיכוך. בין שתי המסות קיים חיכוך. מקדם החיכוך הסטטי ביניהן הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$. הכוח F מושך את המסה m_2.



א. סמן את כוחות החיכוך הפועלים על שני הגופים (היעזר בחוק השלישי של ניוטון).

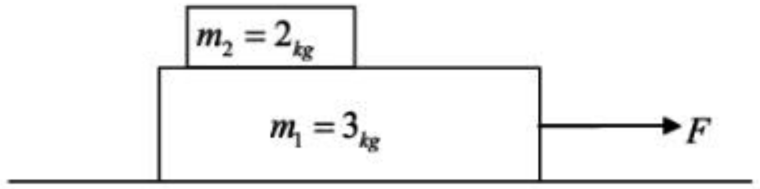
ב. מהו החיכוך המקסימלי שהמסה m_2 יכולה לייצר ?

ג. מה צריך להיות הכוח F המקסימלי כדי שהגוף העליון לא יתנתק מהגוף התחתון ?

ד. מה תהיה תאוצת הגופים עבור הכוח F שמצאת בסעיף ג ?

ה. מה תהיה תאוצת כל גוף, אם $F = 3_N$?

14. נתונה המערכת הבאה. קיים חיכוך בין המסה m_1 לקרקע ובין שתי המסות. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי זהים עבור שני המשטחים וערכם $\mu_s = \mu_k = 0.1$. הכוח F מושך את המסה m_1.



א. סמן את הכוחות הפועלים על שני הגופים.

ב. מהו החיכוך המקסימלי שהמסה m_2 יכולה לייצר ?

ג. מה צריכה להיות התאוצה המקסימלית של הגוף העליון כדי שלא יתנתק מהגוף התחתון ?

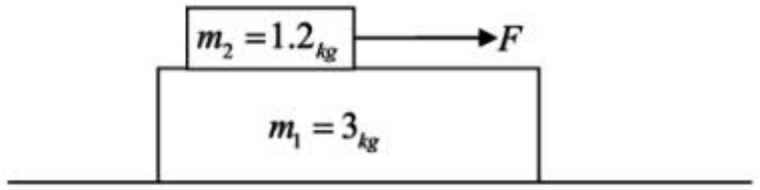
ד. מהו החיכוך הקינטי בין המסה m_1 לקרקע ? (רמז: שים לב שהנורמל, שמחזירה הקרקע למסה m_1, הוא תוצר של הכוח ששתי המסות מפעילות על הקרקע).

ה. מצא את הכוח F המקסימלי שיגרום לשני הגופים לנוע יחד (רמז: הגוף העליון ירגיש את החיכוך הסטטי המקסימלי, אך הגוף התחתון ירגיש חיכוך קינטי).

ו. מה תהיה תאוצת כל גוף, אם $F = 13_N$?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

15. נתונה המערכת הבאה. קיים חיכוך בין המסה m_1 לקרקע, ובין שתי המסות. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי זהים עבור שני המשטחים וערכם $\mu_s = \mu_k = 0.1$. הכוח F מושך את המסה m_2.

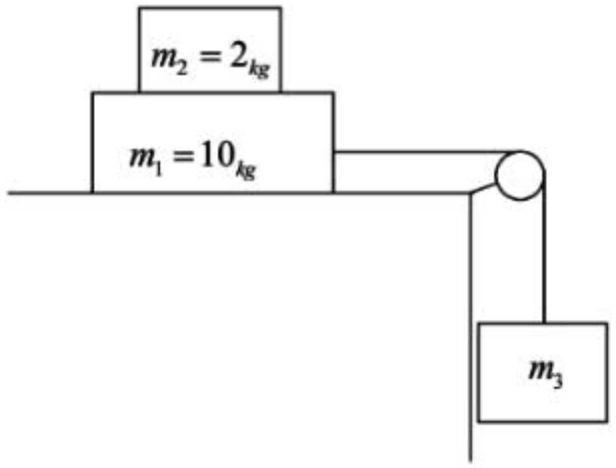


א. סמן את כוחות החיכוך הפועלים על שני הגופים.

ב. מהו החיכוך המקסימלי שהמסה m_2 יכולה לייצר? מהו החיכוך המקסימלי שהמסה m_1 יכולה לייצר?

ג. הסבר מדוע לא קיים כוח F, שיגרום למסה m_1 לנוע.

16. נתונה המערכת הבאה. המשטח עליו מחליקה המסה m_1 חלק וללא חיכוך. בין המסות m_1, m_2 קיים חיכוך. מקדם החיכוך הסטטי ביניהן הוא $\mu_s = 0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.1$.



א. סמן את הכוחות הפועלים על כל גוף.

ב. מהו החיכוך המקסימלי שהמסה m_2 יכולה לייצר?

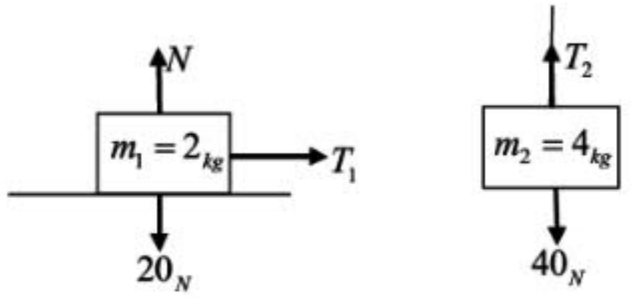
ג. מה צריכה להיות התאוצה המקסימלית של המסה m_2, כדי שלא תתנתק מהגוף התחתון?

ד. מצא מה צריכה להיות המסה m_3 המקסימלית, על מנת שהמערכת תנוע, כך שהמסה m_2 לא תתנתק מ- m_1?

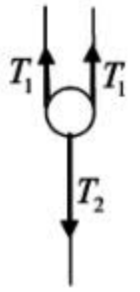
ה. מה תהיה תאוצת כל גוף, אם המסה m_3 תהיה כפליים מהערך שמצאת בסעיף ג? (רמז: המסה m_2 תתנתק מהגוף שמתחתיה והחיכוך ביניהן יהיה קינטי).

תשובות

1. א.



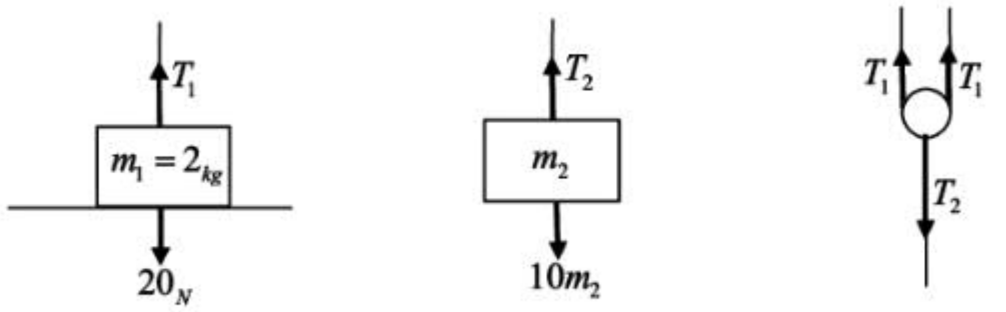
ב. $2T_1 = T_2$ (מסת הגלגלת היא 0, ואם נכתוב את משוואת הכוחות עליה, נקבל: $T_2 - 2T_1 = 0 \cdot a$).



ג. $a_1 = 2a_2$. כאשר המסה m_1 נעה מטר ימינה, משתחרר מטר חבל. החבל שהשתחרר מתחלק משני צדי הגלגלת הצפה, ולכן הגלגלת הצפה והמסה m_2 יורדים רק חצי מטר. המסה m_1 עושה מרחק כפול מזה שעושה m_2 עבור זמן נתון, ולכן גם התאוצות יתנהגו באותו היחס.

ד. $T_1 = m_1 a_1$ $\quad m_2 g - 2T_1 = m_2 a_2$ $\quad a_1 = 6\frac{2}{3}\,\frac{m}{sec^2}$ $\quad a_2 = 3\frac{1}{3}\,\frac{m}{sec^2}$

2. א. $2T_1 = T_2$ (מסת הגלגלת היא 0, ואם נכתוב את משוואת הכוחות עליה, נקבל: $T_2 - 2T_1 = 0 \cdot a$).



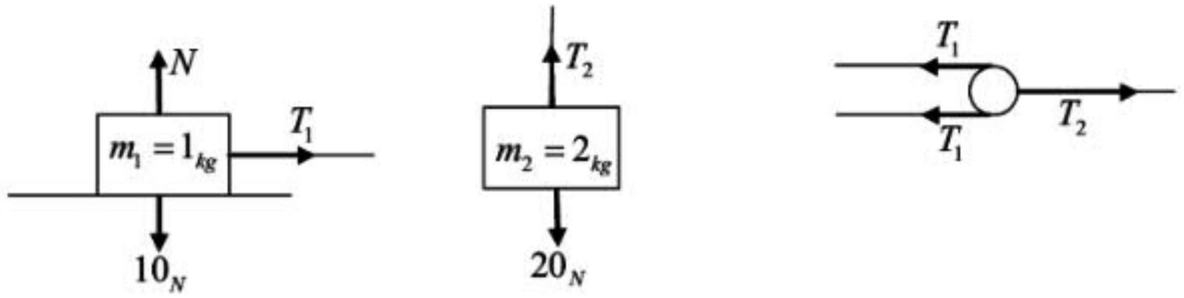
ב. $m_2 = 4_{kg}$

ג. המערכת תנוע כך שהמסה m_1 תרד, והמסה m_2 תעלה.

ד. $a_1 = 2a_2$. כאשר המסה m_1 נעה מטר למעלה, משתחרר מטר חבל. החבל שהשתחרר מתחלק משני צדי הגלגלת הצפה, ולכן הגלגלת הצפה והמסה m_2 יורדים רק חצי מטר. המסה m_1 עושה מרחק כפול מזה שעושה m_2 עבור זמן נתון, ולכן גם התאוצות יתנהגו באותו היחס.

ה. $m_1 g - T_1 = m_1 a_1$ $\quad 2T_1 - m_2 g = m_2 a_2$ $\quad a_1 = 4\,\frac{m}{sec^2}$ $\quad a_2 = 2\,\frac{m}{sec^2}$

3. א. $2T_1 = T_2$ (מסת הגלגלת היא 0, ואם נכתוב את משוואת הכוחות עליה, נקבל: $T_2 - 2T_1 = 0 \cdot a$).



ב. $a_1 = 2a_2$. כאשר המסה m_1 נעה מטר ימינה, משתחרר מטר חבל. החבל שהשתחרר מתחלק משני צדי הגלגלת הצפה, ולכן הגלגלת הצפה והמסה m_2 זזים רק חצי מטר. המסה m_1 עושה מרחק כפול מזה שעושה m_2 עבור זמן נתון, ולכן גם התאוצות יתנהגו באותו היחס.

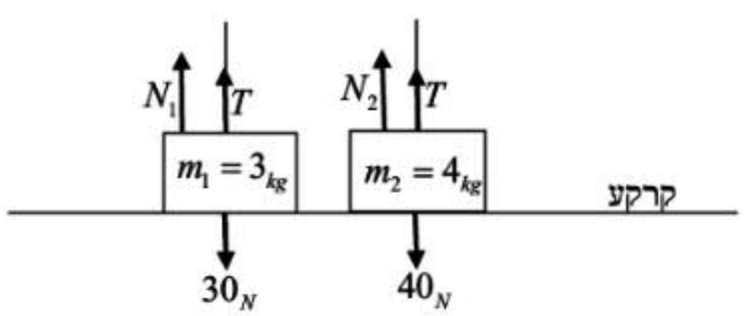
ג. $T_1 = m_1a_1$ $\quad m_2g - 2T_1 = m_2a_2$ $\quad a_1 = 6\frac{2}{3}\,\frac{m}{sec^2}$ $\quad a_2 = 3\frac{1}{3}\,\frac{m}{sec^2}$

4. א. $f_{s,\max} = 2_N$

ב. $m_2 = 0.4_{kg}$

ג. $T_1 - \mu_k \cdot N = m_1a_1$ $\quad m_2g - 2T_1 = m_2a_2$ $\quad a_1 = 1\frac{1}{3}\,\frac{m}{sec^2}$ $\quad a_2 = \frac{2}{3}\,\frac{m}{sec^2}$

5. א. $2T = F$ (מסת הגלגלת היא 0, ואם נכתוב את משוואת הכוחות עליה, נקבל: $F - 2T = 0 \cdot a$).



ב. $F = 60_N$ (הרעיון הוא שהנורמל N_1 יתאפס, וזה קורה כאשר המתיחות בחבל היא $T = 30_N$). המסה m_2 תישאר במקומה, כי עדיין יהיה לה נורמל $N_2 = 10_N$.

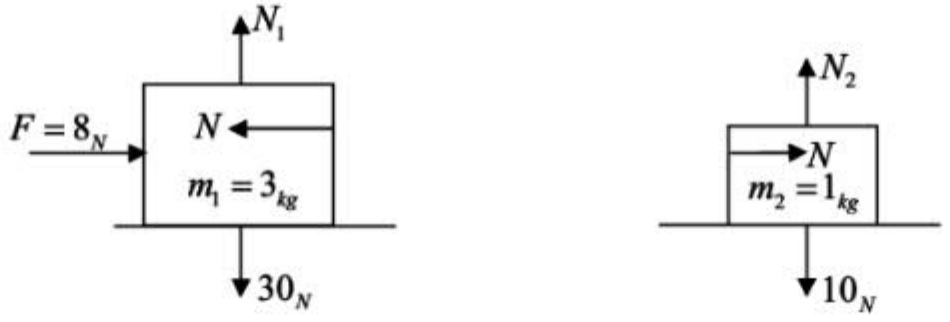
ג. $F = 80_N$ (הרעיון הוא שהנורמל N_2 יתאפס, וזה קורה כאשר המתיחות בחבל היא $T = 40_N$). המסה m_1 תתרומם, ותאוצתה תהיה $T - m_1g = m_1a_1 \Rightarrow a_1 = 3\frac{1}{3}\,\frac{m}{sec^2}$.

ד. $a_1 = 10\,\frac{m}{sec^2}$ $\quad a_2 = 5\,\frac{m}{sec^2}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. א. $F = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = 2\,\frac{m}{sec^2}$

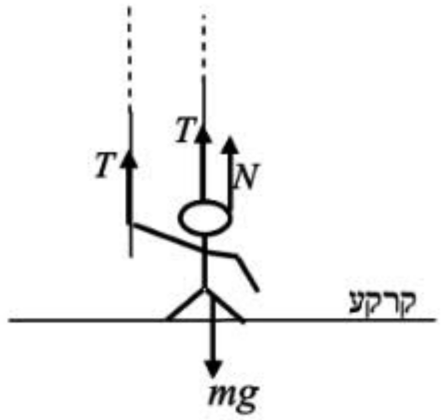
ב. כל מסה מפעילה כוח נורמל N על האחרת. הנורמל N הוא שדוחף את המסה m_2 ימינה, והוא גם בולם את המסה m_1.



ג. $N = m_2a \Rightarrow N = 2_N$

ד. $F - N = m_1a \Rightarrow 8 - 2 = 3a \Rightarrow a = 2\,\frac{m}{sec^2}$

7. א. הילד נמשך למעלה ע"י שתי המתיחויות של החבלים.



ב. $N = 150_N$

ג. $T = 375_N$

ד. $2T - mg = ma \Rightarrow a = 2\,\frac{m}{sec^2}$

8. א. $N = 750_N$ (מהירות קבועה היא שיווי משקל, ולכן $N = mg$).

ב. $N = 900_N$ (הילד בתאוצה, ולכן $N - mg = ma$).

ג. $N = 600_N$ (הילד בתאוצה, ולכן $mg - N = ma$).

ד. $a = g = 10\,\frac{m}{sec^2}$ כלפי מטה (חוסר משקל משמעותו שאין נורמל, ולכן $mg - 0 = ma$).

9. א. המשטח עם הילד מרגישים מתיחות $3T$ (כדאי לשים לב שהמשטח והילד נמשכים במתיחות $3T$, אולם הילד נמשך במתיחות של T בלבד).

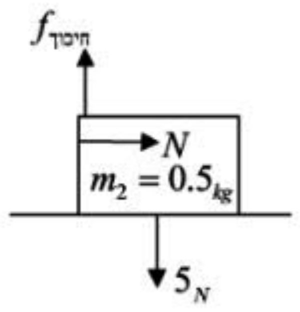
ב. הילד צריך למשוך במתיחות $T = 200_N$, כי בצורה זו אין נורמל בין המשטח לקרקע. לעומת זאת יש נורמל בין המשטח לילד, כי הילד לוחץ על המשטח: $T + N_{\text{ילד}} = Mg \Rightarrow N_{\text{ילד}} = 250_N$.

ג. תאוצת המשטח והילד: $a = 1.5\,\frac{m}{sec^2}$.

הנורמל בין המשטח לילד: $T + N_{\text{ילד}} - Mg = Ma \Rightarrow N_{\text{ילד}} = 287.5_N$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. א. $F=(m_1+m_2)a \Rightarrow a=15\frac{m}{sec^2}$



ב. לפי משוואת הכוחות על המסה m_2: $N=m_2a \Rightarrow N=7.5_N$.

ג. $f_{s,max}=\mu_s N=m_2g \Rightarrow \mu_s N=m_2g \Rightarrow \mu_s=\frac{2}{3}$

ד. חישוב התאוצה החדשה: $F=(m_1+m_2)a \Rightarrow a=14\frac{m}{sec^2}$.

חישוב הנורמל החדש שהגופים מפעילים זה על זה: $N=m_2a \Rightarrow N=7_N$.

חישוב החיכוך הסטטי המקסימלי החדש: $f_{s,max}=\mu_s N \Rightarrow f_{s,max}=\frac{2}{3}\cdot 7=4\frac{2}{3}{}_N$.

המסה m_2 נמשכת למטה בכוח של 5_N, וזה מתגבר על החיכוך הסטטי המקסימלי. לכן המסה תתחיל ליפול ותרגיש חיכוך קינטי. התאוצה האנכית של m_2: $m_2g-\mu_k\cdot N=m_2a_2 \Rightarrow a_2=8.6\frac{m}{sec^2}$.

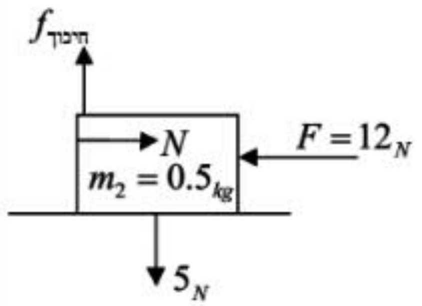
ה. חישוב התאוצה החדשה: $F=(m_1+m_2)a \Rightarrow a=16\frac{m}{sec^2}$.

חישוב הנורמל החדש שהגופים מפעילים זה על זה: $N=m_2a \Rightarrow N=8_N$.

חישוב החיכוך הסטטי המקסימלי החדש: $f_{s,max}=\mu_s N \Rightarrow f_{s,max}=\frac{2}{3}\cdot 8=5\frac{1}{3}{}_N$.

המסה m_2 נמשכת למטה בכוח של 5_N, וזה לא מתגבר על החיכוך הסטטי המקסימלי. לכן המסה לא תיפול, והחיכוך יהיה 5_N מתוך ה- $5\frac{1}{3}{}_N$ שהיא יכולה להרגיש.

11. א. $F=(m_1+m_2)a \Rightarrow a=4\frac{m}{sec^2}$



ב. לפי משוואת הכוחות על המסה m_2: $F-N=m_2a \Rightarrow N=10_N$.

ג. $f_{s,max}=\mu_s N=m_2g \Rightarrow \mu_s N=m_2g \Rightarrow \mu_s=0.5$

ד. חישוב התאוצה החדשה: $F=(m_1+m_2)a \Rightarrow a=3\frac{m}{sec^2}$.

חישוב הנורמל החדש שהגופים מפעילים זה על זה: $F-N=m_2a \Rightarrow N=7.5_N$.

חישוב החיכוך הסטטי המקסימלי החדש: $f_{s,max}=\mu_s N \Rightarrow f_{s,max}=0.5\cdot 7.5=3.75_N$.

המסה m_2 נמשכת למטה בכוח של 5_N, וזה מתגבר על החיכוך הסטטי המקסימלי. לכן המסה תתחיל ליפול, ותרגיש חיכוך קינטי. התאוצה האנכית של m_2: $m_2g-\mu_k\cdot N=m_2a_2 \Rightarrow a_2=8.5\frac{m}{sec^2}$.

ה. חישוב התאוצה החדשה: $F=(m_1+m_2)a \Rightarrow a=5\frac{m}{sec^2}$.

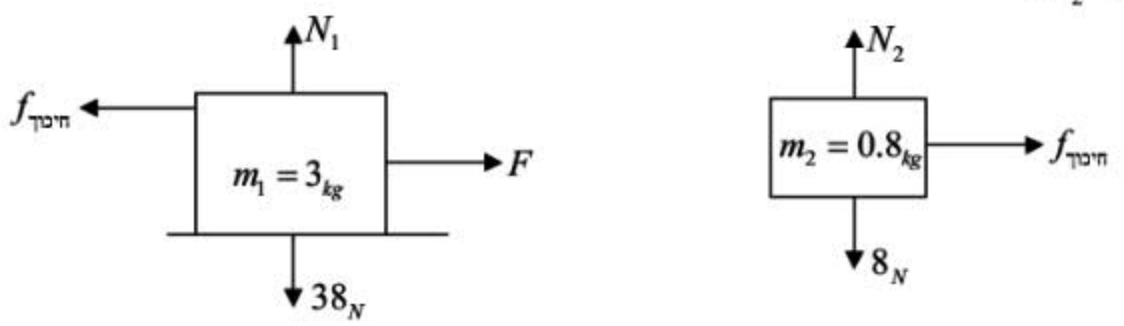
חישוב הנורמל החדש שהגופים מפעילים זה על זה: $F-N=m_2a \Rightarrow N=12.5_N$.

חישוב החיכוך הסטטי המקסימלי החדש: $f_{s,max}=\mu_s N \Rightarrow f_{s,max}=0.5\cdot 12.5=6.25_N$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

המסה m_2 נמשכת למטה בכוח של 5_N, וזה לא מתגבר על החיכוך הסטטי המקסימלי. לכן המסה לא תיפול, והחיכוך יהיה 5_N מתוך ה- 6.25_N שהיא יכולה להרגיש.

12. א. נשים לב שהקרקע מרגישה ששתי המסות לוחצות עליה, ולכן הנורמל שהיא מחזירה למסה m_1 מתאים ל- 38_N. כמו כן, לפי החוק השלישי של ניוטון זהה החיכוך שמפעילה המסה m_2 על m_1, לחיכוך שהמסה m_1 מפעילה על m_2.



ב. $f_{s,max}=\mu_s N_2=\mu_s m_2 g=1.6_N$

ג. $f_{s,max}=m_2a \Rightarrow a=2\frac{m}{sec^2}$

ד. נדרוש שתהיה לגוף התחתון אותה תאוצה: $F-f_{s,max}=m_1a \Rightarrow F=7.6_N$.

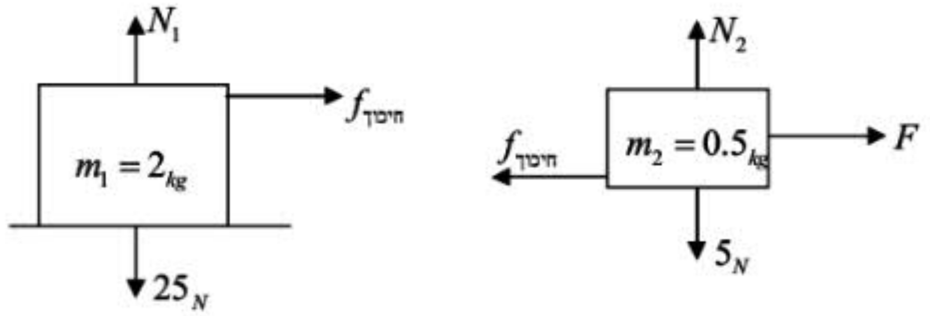
(כדאי לשים לב! אם נסתכל על מערכת הגופים כאל גוף אחד, נקבל את אותה התוצאה: $F=(m_1+m_2)a \Rightarrow F=3.8\cdot 2=7.6_N$. במקרה זה לא מעניינים הכוחות הפנימיים בין הגופים).

ה. החיכוך בין הגופים יהיה קינטי:

עבור הגוף העליון: $f_k=m_2a_2 \Rightarrow \mu_k\cdot N_2=m_2a_2 \Rightarrow \mu_k\cdot m_2g=m_2a_2 \Rightarrow a_2=1\frac{m}{sec^2}$.

עבור הגוף התחתון: $F-f_k=m_1a_1 \Rightarrow F-\mu_k\cdot m_2g=m_1a_1 \Rightarrow a_1=2.4\frac{m}{sec^2}$.

13. א. נשים לב שהקרקע מרגישה ששתי המסות לוחצות עליה, ולכן הנורמל שהיא מחזירה למסה m_1 מתאים ל- 25_N. כמו כן, לפי החוק השלישי של ניוטון זהה החיכוך שמפעילה המסה m_2 על m_1, לחיכוך שהמסה m_1 מפעילה על m_2.



ב. $f_{s,max}=\mu_s N_2=\mu_s m_2 g=1_N$

ג. נבדוק מהי התאוצה של הגוף התחתון, כאשר החיכוך הוא מקסימלי: $f_{s,max}=m_1a \Rightarrow a=0.5_N$.

ד. נדרוש שתהיה לגוף העליון אותה תאוצה: $F-f_{s,max}=m_2a \Rightarrow F=1.25_N$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

(כדאי לשים לב! אם נסתכל על מערכת הגופים כאל גוף אחד, נקבל את אותה התוצאה :

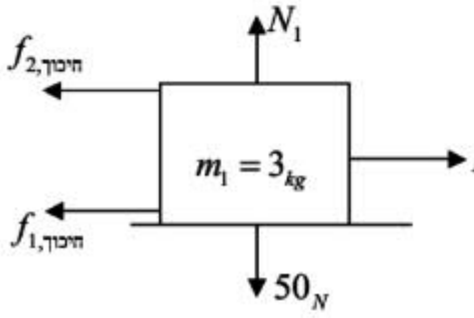
$F=(m_1+m_2)a \Rightarrow F=2.5\cdot 0.5=1.25_N$. במקרה זה לא מעניינים הכוחות הפנימיים בין הגופים).

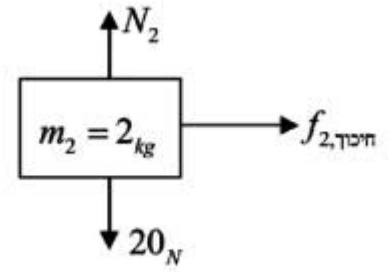
ה. החיכוך בין הגופים יהיה קינטי :

עבור הגוף העליון : $F-f_k=m_2a_2 \Rightarrow F-\mu_k\cdot N_2=m_2a_2 \Rightarrow a_2=5\frac{m}{sec^2}$.

עבור הגוף התחתון : $f_k=m_1a_1 \Rightarrow \mu_k\cdot N_2=m_1a_1 \Rightarrow a_1=0.25\frac{m}{sec^2}$.

14. א. נשים לב שהקרקע מרגישה ששתי המסות לוחצות עליה, ולכן הנורמל שהיא מחזירה למסה m_1 מתאים ל-50_N. כמו כן, לפי החוק השלישי של ניוטון זהה החיכוך שמפעילה המסה m_2 על m_1, לחיכוך שהמסה m_1 מפעילה על m_2. החיכוך שהמסה m_1 מייצרת עם הקרקע אינו מורגש ע"י המסה העליונה.





ב. $f_{2,s,\max}=\mu_sN_2=\mu_sm_2g=2_N$

ג. $f_{2,s,\max}=m_2a \Rightarrow a=1\frac{m}{sec^2}$

ד. $f_{1,k}=\mu_kN_1=\mu_s(m_1+m_2)g=5_N$

ה. נדרוש שגם לגוף התחתון תהיה אותה תאוצה : $F-f_{1,k}-f_{2,s,\max}=m_1a \Rightarrow F=10_N$

(כדאי לשים לב! אם נסתכל על מערכת הגופים כאל גוף אחד, נקבל את אותה התוצאה :

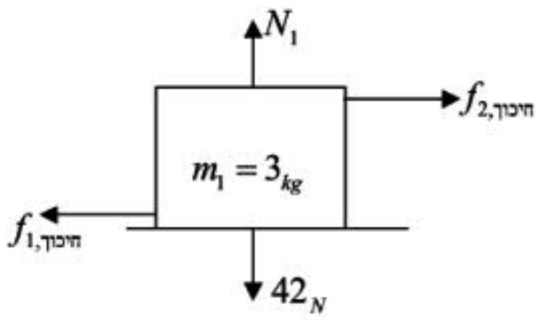
$F-f_{1,k}=(m_1+m_2)a \Rightarrow F-5=5\cdot 1 \Rightarrow F=10_N$. במקרה זה לא מעניינים הכוחות הפנימיים בין הגופים, אבל יש להתייחס לחיכוך הקינטי, כי הוא כוח חיצוני הפועל על המערכת)

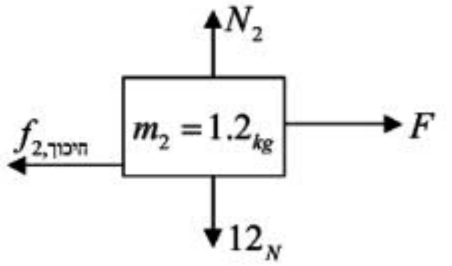
ו. החיכוך בין הגופים יהיה קינטי :

עבור הגוף העליון : $f_{2,k}=m_2a_2 \Rightarrow \mu_k\cdot N_2=m_2a_2 \Rightarrow \mu_k\cdot m_2g=m_2a_2 \Rightarrow a_2=1\frac{m}{sec^2}$.

עבור הגוף התחתון : $F-f_{1,k}-f_{2,k}=m_1a_1 \Rightarrow 13-5-2=3a_1 \Rightarrow a_1=2\frac{m}{sec^2}$.

15. א. נשים לב שהקרקע מרגישה ששתי המסות לוחצות עליה, ולכן הנורמל שהיא מחזירה למסה m_1 מתאים ל-42_N. כמו כן, לפי החוק השלישי של ניוטון זהה החיכוך שמפעילה המסה m_2 על m_1, לחיכוך שהמסה m_1 מפעילה על m_2. החיכוך שהמסה m_1 מייצרת עם הקרקע אינו מורגש ע"י המסה העליונה.

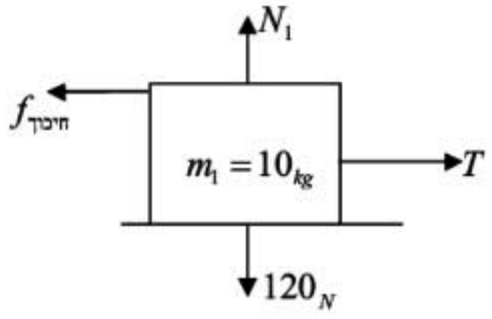


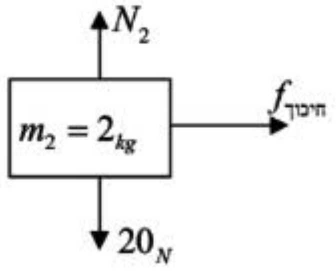


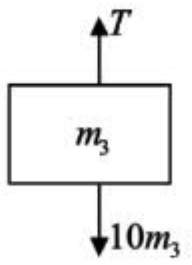
ב. $f_{2,s,\max}=\mu_sN_2=\mu_sm_2g=1.2_N$ $\quad$ $f_{1,s,\max}=\mu_sN_1=\mu_s(m_1+m_2)g=4.2_N$

ג. הכוח המושך את המסה m_1 הוא <u>כוח החיכוך בין 2 המסות</u> ($f_{2,חיכוך}$). כוח זה (שיכול להיות 1.2_N במצב המקסימלי) אינו מסוגל להתגבר על החיכוך המקסימלי שנוצר בין הקרקע ל-m_1 ($f_{2,s,\max}=4.2_N$), ולכן המסה m_1 לא תזוז עבור כל F שיופעל.

16. א.







ב. $f_{2,s,\max}=\mu_sN_2=\mu_sm_2g=4_N$

ג. $f_{s,\max}=m_2a \Rightarrow a=2\frac{m}{sec^2}$

ד. נדרוש שלכל המערכת תהיה אותה תאוצה :

עבור המסה m_3 : $m_3g-T=m_3a$.

עבור המסה m_1 : $T-f_{s,\max}=m_1a$.

פתרון המשוואות נותן : $m_3=3_{kg}$.

ה. עבור המסה m_2 : $f_k=m_2a_2 \Rightarrow \mu_k\cdot N_2=m_2a_2 \Rightarrow a_2=1\frac{m}{sec^2}$.

המסות m_1,m_3 ינועו בתאוצה זהה :

עבור המסה m_1 : $T-f_k=m_1a$.

עבור המסה m_3 : $m_3g-T=m_3a$.

פתרון המשוואות נותן : $a=3.625\frac{m}{sec^2}$.

קינמטיקה - תנועה חד-מימדית אופקית - כולל גרפים

נוסחאות

תנועה שוות-תאוצה

נוסחאות לפי מקום :	נוסחאות לפי העתק :
$x = x_0 + \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$	$\Delta x = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$
$v_t = v_0 + at$	$v_t = v_0 + at$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$
$2a(x - x_0) = v_t^2 - v_0^2$	$2a\Delta x = v_t^2 - v_0^2$

מהירות קבועה

$x = x_0 + vt$	$\Delta x = vt$

הגדרות

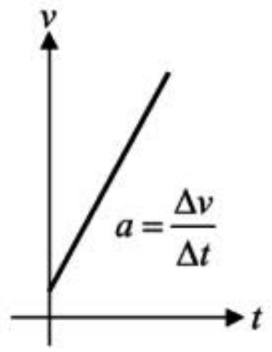
v_0	מהירות התחלתית	$\left[\frac{m}{sec}\right]$
v_t	מהירות סופית	$\left[\frac{m}{sec}\right]$
a	תאוצת הגוף	$\left[\frac{m}{sec^2}\right]$
t	הזמן שחלף	$[sec]$
x	מקום הגוף בסוף	$[m]$
x_0	מקום הגוף ברגע $t=0$	
Δx	העתק - המרחק מנקודת המוצא	

העתק : $\Delta x = x - x_0$

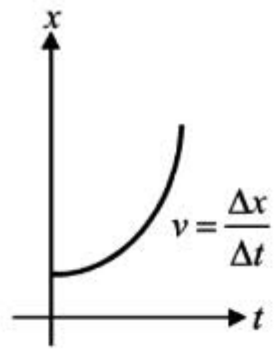
מהירות ממוצעת : $\overline{v} = \frac{\Delta x_{total}}{t_{total}}$ (סך ההעתק חלקי סך הזמן שחלף)

גרפים

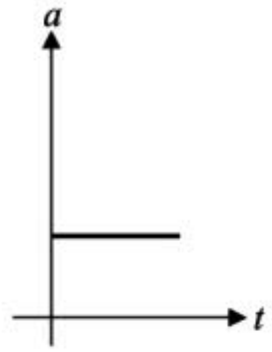
מהירות כפונקציה של הזמן
שיפוע = תאוצה
שטח = העתק Δx



מקום כפונקציה של הזמן
שיפוע = מהירות



תאוצה כפונקציה של הזמן
שטח = שינוי במהירות Δv



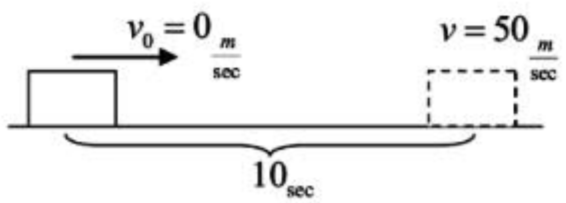
שטח משולש : בסיס כפול גובה חלקי 2

שטח מלבן : אורך כפול רוחב

שטח טרפז : סכום הבסיסים כפול הגובה חלקי 2

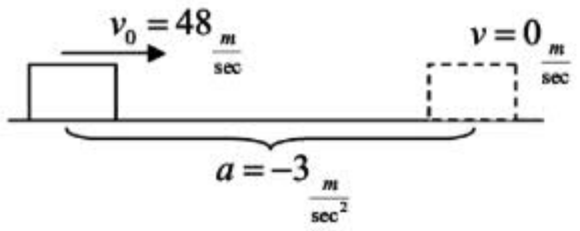
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

1. מכונית מאיצה ממנוחה ומגיעה למהירות $50\frac{m}{sec}$ כעבור 10_{sec}.



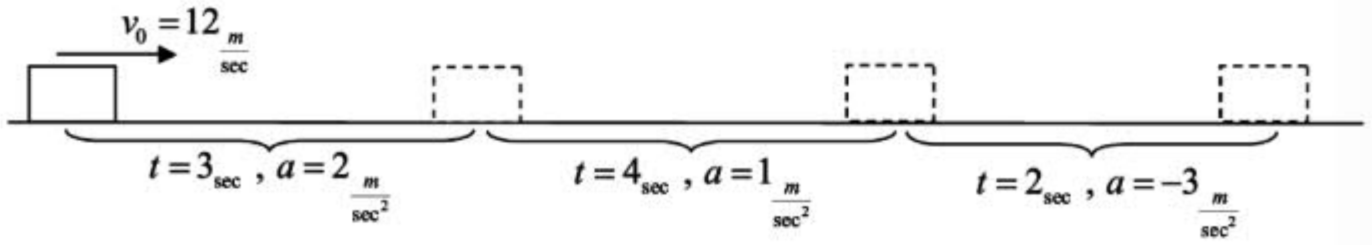
א. מהי תאוצתה ?
ב. מה ההעתק שעברה ?
ג. שרטט גרף מדויק של מהירות המכונית כפונקציה של הזמן.
ד. חשב את השטח בין הגרף לציר הזמן, והראה שהוא שווה להעתק שעברה המכונית.

2. אופנוע נוסע במהירות $48\frac{m}{sec}$, ומאט עד שנעצר. תאוצתו היא $-3\frac{m}{sec^2}$.



א. תוך כמה זמן יעצור ?
ב. מה ההעתק שעבר האופנוע עד שנעצר ?
ג. שרטט גרף מדויק של מהירות האופנוע כפונקציה של הזמן.
ד. חשב את שיפוע הגרף, והראה שהוא שווה לתאוצת האופנוע.

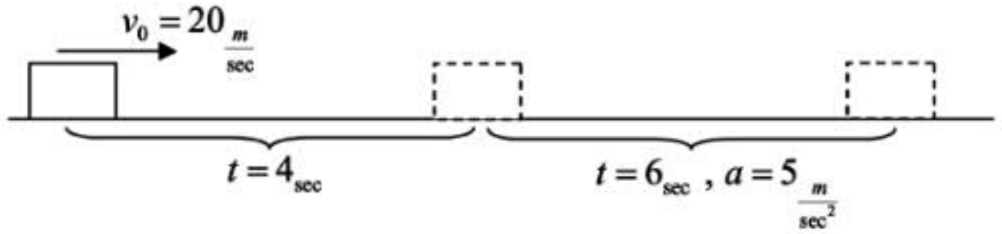
3. רכב נוסע במהירות התחלתית $v_0 = 12\frac{m}{sec}$, ומאיץ בתאוצה של $a = 2\frac{m}{sec^2}$ במשך 3_{sec}. לאחר מכן הוא מאיץ במשך 4_{sec} בתאוצה של $1\frac{m}{sec^2}$. משסיים את האצה, הוא לוחץ על הבלם ומאט במשך 2_{sec} בתאוצה של $a = -3\frac{m}{sec^2}$.



א. מהי מהירותו של הרכב בתום ההאצות הראשונה, השנייה והשלישית ?
ב. שרטט גרף מדויק של מהירות הרכב כפונקציה של הזמן. חשב בעזרת השטח בין הגרף לציר הזמן את ההעתק שעבר הרכב במשך 9 השניות של נסיעתו.
ג. שרטט גרף מדויק של תאוצת הרכב כפונקציה של הזמן. היעזר בידע שסך כל השטח בין הגרף לציר הזמן נותן את <u>השינוי</u> במהירות של הרכב, והראה שאכן מהירותו של הרכב בתום 9 השניות מתאים לתוצאות שקיבלת (שטח חיובי מגדיל את המהירות, ושטח שלילי מפחית את המהירות).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

4. רכב נוסע במהירות קבועה $20\frac{m}{sec}$ במשך 4_{sec}. לאחר מכן הוא מאיץ במשך 6_{sec} בתאוצה של $5\frac{m}{sec^2}$.



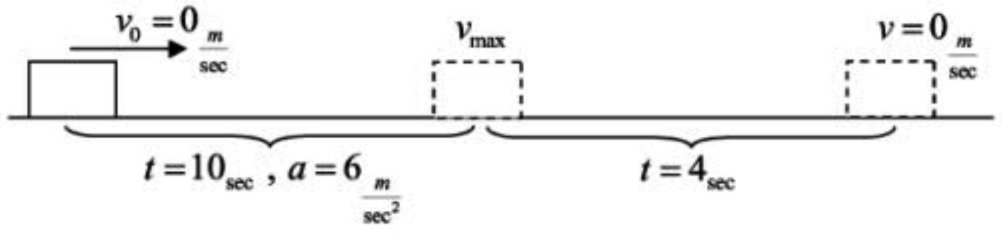
א. מה ההעתק שעבר כשנסע במהירות קבועה ?

ב. מה ההעתק שעבר בזמן האצתו ?

ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הרכב כפונקציה של הזמן.

ד. חשב את השטח בין הגרף לציר הזמן, והראה שהוא שווה להעתק שעברה המכונית.

5. רכב מאיץ ממנוחה במשך 10_{sec} בתאוצה של $6\frac{m}{sec^2}$. מיד לאחר מכן הוא לוחץ על הבלם ונעצר כעבור 4_{sec}.

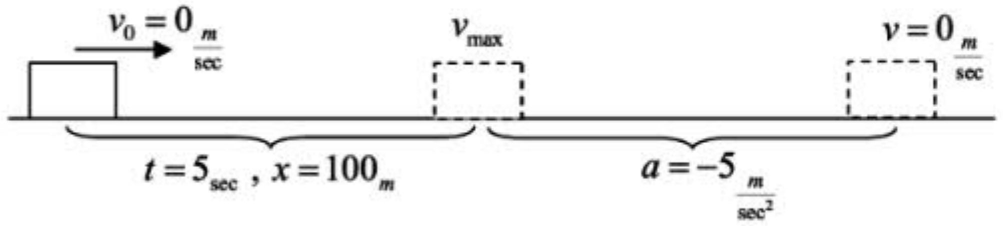


א. לאיזו מהירות מקסימלית הגיע הרכב ?

ב. מה הייתה תאוצת הרכב בזמן הבלימה ?

ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הרכב כפונקציה של הזמן, והיעזר בגרף למציאת ההעתק הכולל שעבר.

6. רכב מאיץ ממנוחה במשך 5_{sec} ועובר העתק של 100_m. מיד לאחר מכן הוא מאט בתאוצה של $-5\frac{m}{sec^2}$ עד שנעצר.



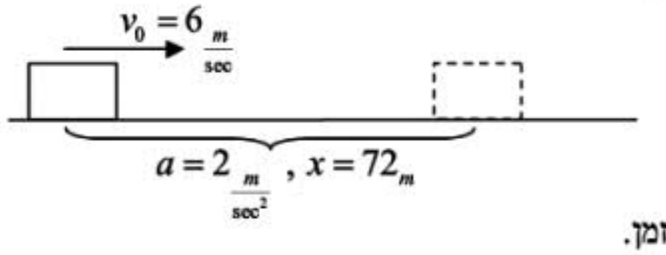
א. לאיזו מהירות מקסימלית הגיע הרכב ?

ב. מה הייתה תאוצת הרכב במשך 5 השניות הראשונות ?

ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הרכב כפונקציה של הזמן, והיעזר בגרף למציאת ההעתק הכולל שעבר.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

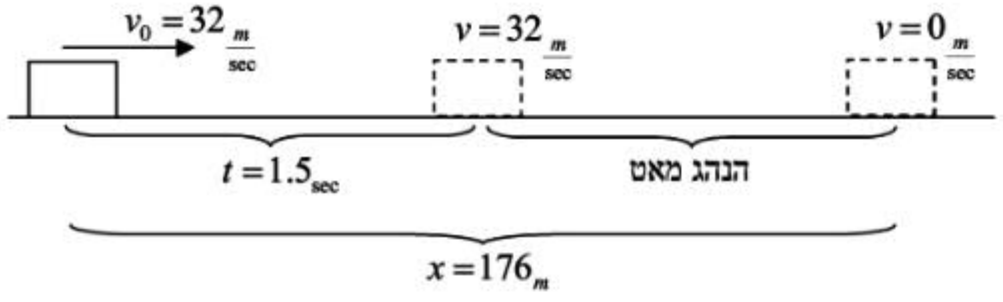
7. רכב מאיץ ממהירות התחלתית של $6\frac{m}{sec}$ בתאוצה של $2\frac{m}{sec^2}$, ועובר העתק של 72_m.



א. כמה זמן נמשכת תנועתו ?

ב. שרטט גרף מדויק של מהירות הרכב כפונקציה של הזמן.
חשב את שיפוע הגרף, והראה שהוא שווה לתאוצת הרכב.

8. רכב נוסע במהירות של $32\frac{m}{sec}$, ומבחין בצומת המרוחק 176_m ממנו. זמן התגובה של הנהג הוא 1.5_{sec}, ורק אז הוא לוחץ על הבלמים.



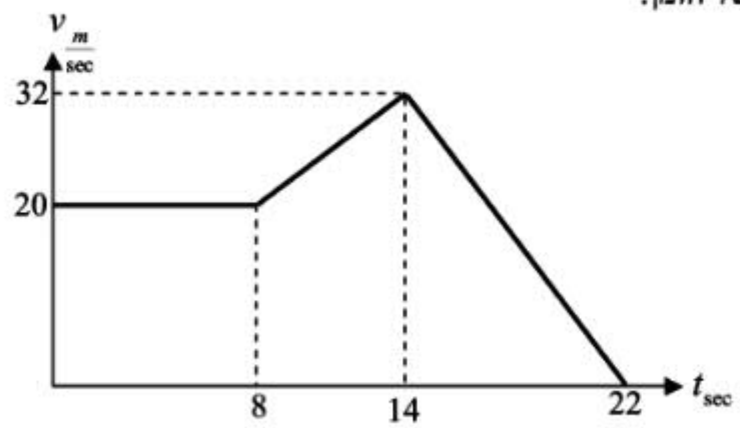
א. מהו ההעתק שהתקדם הרכב עד שהנהג החל ללחוץ על הבלמים ?

ב. מה צריכה להיות תאוטת הרכב כדי שיעצור בדיוק בצומת ?

ג. כמה זמן נמשכה תאוטת הרכב, אם אכן עצר בדיוק בצומת ?

ד. שרטט גרף מדויק של מהירות הרכב כפונקציה של הזמן, והראה שהשטח בין הגרף לציר הזמן שווה להעתק הכולל שעברה המכונית.

9. נתון הגרף הבא, המתאר מהירות רכב כפונקציה של הזמן.



א. תאר במילים את תנועת הרכב.

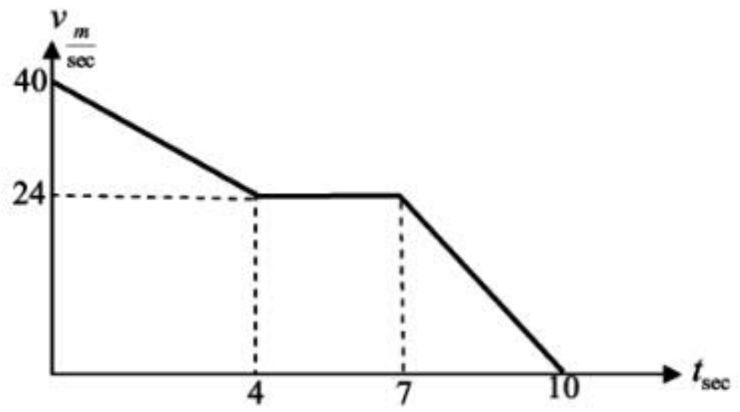
ב. מצא את תאוצתו בשלבים השונים של תנועתו.

ג. מצא את סך ההעתק שעבר הרכב בזמן תנועתו.

ד. היעזר בנוסחה, שמהירות ממוצעת היא סך כל ההעתק חלקי סך כל הזמן, ומצא את מהירותו הממוצעת של הרכב.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. נתון הגרף הבא, המתאר מהירות רכב כפונקציה של הזמן.

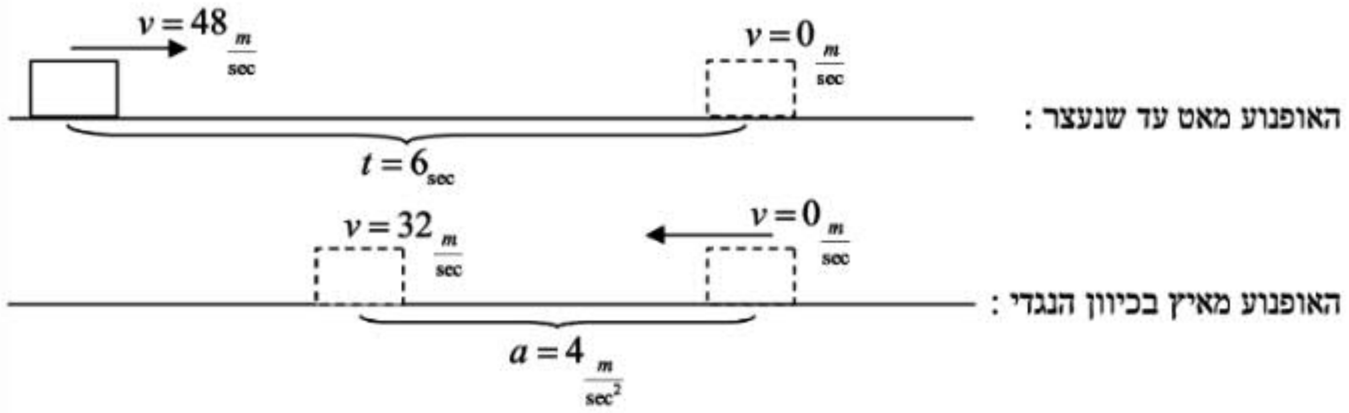


א. תאר במילים את תנועת הרכב.

ב. מצא את תאוצתו בשלבים השונים של תנועתו.

ג. מצא את סך ההעתק שעבר הרכב בזמן תנועתו.

11. רוכב אופנוע מאט ממהירות $48\frac{m}{sec}$ במשך 6 שניות, עד שנעצר. לאחר מכן הוא מאיץ בכיוון הנגדי בתאוצה של $4\frac{m}{sec^2}$, ומגיע למהירות של $32\frac{m}{sec}$. בחר את הכיוון הימני ככיוון החיובי.



א. כמה זמן נמשכה האצתו בכיוון הנגדי ?

ב. שרטט גרף מדויק של מהירות האופנוע כפונקציה של הזמן (זכור! כל וקטור בכיוון הימני יהיה חיובי, וכל וקטור בכיוון השמאלי יהיה שלילי)!

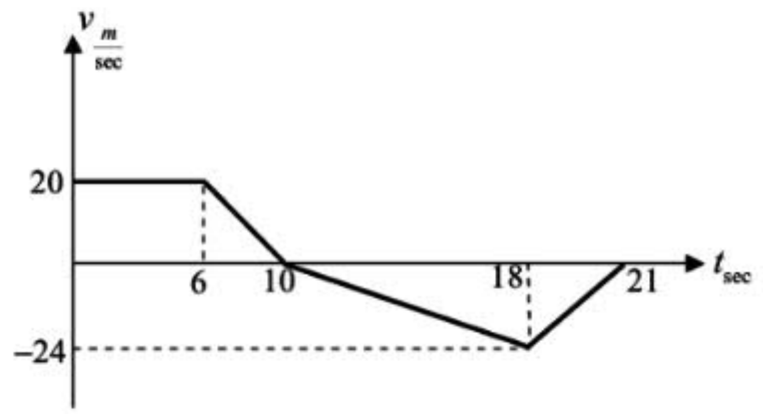
מה מייצג השטח החיובי שבין הגרף לציר הזמן ?

מה מייצג השטח השלילי שבין הגרף לציר הזמן ?

ג. מהו ההעתק הכולל שעבר האופנוע ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. נתון הגרף הבא, המתאר מהירות רכב כפונקציה של הזמן.



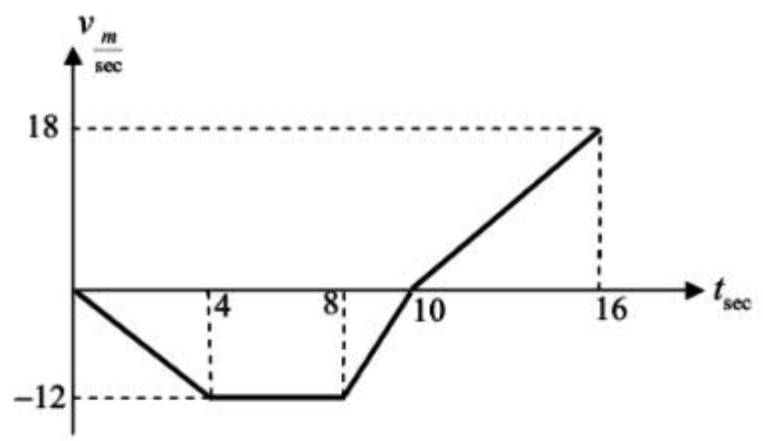
א. תאר במילים את תנועת הרכב.

ב. מצא את תאוצתו בשלבים השונים של תנועתו (היעזר בשיפוע הגרף).

ג. מצא את סך ההעתק שעבר הרכב בזמן תנועתו.

ד. מצא את מהירותו הממוצעת של הרכב, והסבר במילים מה משמעותה.

13. נתון הגרף הבא, המתאר מהירות רכב כפונקציה של הזמן.



א. תאר במילים את תנועת הרכב.

ב. מצא את תאוצתו בשלבים השונים של תנועתו (היעזר בשיפוע הגרף).

ג. מצא את סך ההעתק שעבר הרכב בזמן תנועתו.

ד. מצא את מהירותו הממוצעת של הרכב, והסבר במילים מה משמעותה.

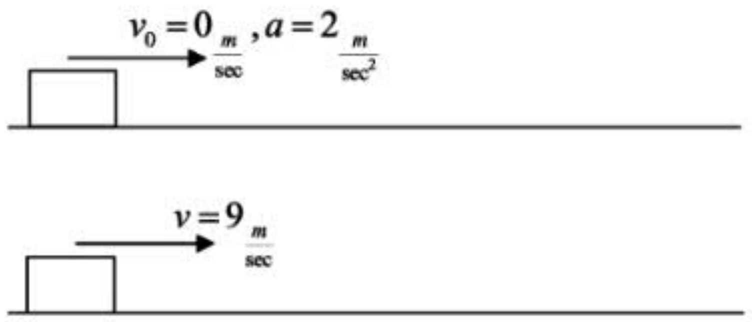
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

14. מאותו מקום יוצאים שני רכבים בו-זמנית. רגע זה מוגדר להיות $t=0$.

הרכב הראשון מאיץ ממנוחה בתאוצה $2\frac{m}{sec^2}$, ואילו הרכב השני היה כל הזמן במהירות קבועה $9\frac{m}{sec}$.

הרכב הראשון שמאיץ :

הרכב השני במהירות קבועה :



א. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב הראשון כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה למהירות קבועה $x=x_0+vt$, ורשום ביטוי למקום הרכב השני כפונקציה של הזמן.

ג. לאחר כמה זמן מרגע $t=0$ ייפגשו הרכבים ? (רמז : כשהם ייפגשו יהיה להם אותו העתק).

ד. שרטט באותה מערכת צירים גרף מדויק של מהירות כל רכב כפונקציה של הזמן.
הראה בעזרת חישוב שטחים, שהרכבים אכן עברו אותו העתק בפרק הזמן שמצאת בסעיף ג'.

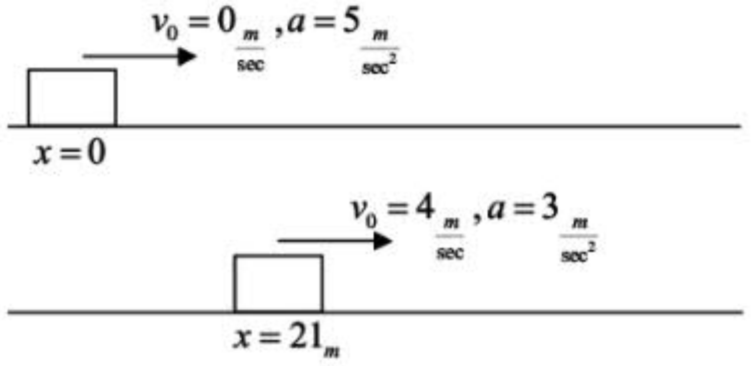
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

15. שני רכבים, שביניהם 21 מטר, יוצאים לאותו כיוון בו-זמנית. רגע זה מוגדר להיות $t=0$.

הרכב הראשון מאיץ ממנוחה בתאוצה $5\frac{m}{sec^2}$, ואילו הרכב השני, הממוקם 21 מטר אחריו, מאיץ ממהירות התחלתית של $4\frac{m}{sec}$ בתאוצה $3\frac{m}{sec^2}$. מקום הרכב הראשון מוגדר כהעתק $x=0$.

הרכב הראשון :

הרכב השני :



א. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב הראשון כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב השני כפונקציה של הזמן.
(x_0 הוא המקום ההתחלתי בו נמצא הרכב.)

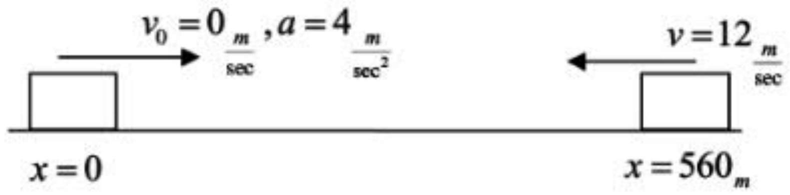
ג. לאחר כמה זמן מרגע $t=0$ ייפגשו הרכבים ? (רמז : כשהם ייפגשו יהיה להם אותו מקום).

ד. שרטט באותה מערכת צירים גרף מדויק של מהירות כל רכב כפונקציה של הזמן.
חשב את השטח שיוצר גרף הרכב הראשון עם ציר הזמן עד רגע המפגש. מה משמעותו ?
חשב את השטח שיוצר גרף הרכב השני עם ציר הזמן עד רגע המפגש. מה משמעותו ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

16. שני רכבים נמצאים במרחק 560 מטר זה מזה, ויוצאים בו זמנית זה לקראת זה. רגע זה מוגדר להיות $t=0$.
הרכב הראשון מאיץ ממנוחה בתאוצה $4\ \frac{m}{sec^2}$ ימינה, ואילו הרכב השני נע במהירות קבועה $12\ \frac{m}{sec}$ שמאלה.

מקום הרכב הראשון מוגדר כהעתק $x=0$. כמו כן הכיוון ימינה יוגדר ככיוון החיובי.



א. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב הראשון כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה למהירות קבועה $x=x_0+vt$, ורשום ביטוי למיקום הרכב השני כפונקציה של הזמן.

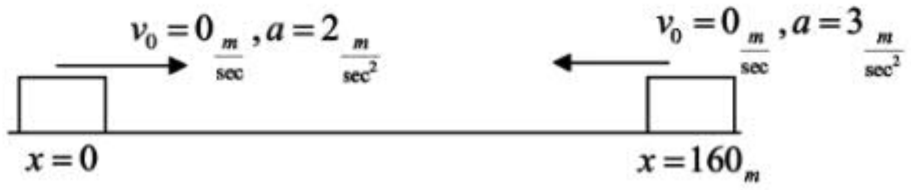
(x_0 הוא המקום ההתחלתי שבו נמצא הרכב. כמו כן, שים לב שווקטור המהירות מכוון שמאלה, ולכן ייחשב כשלילי.)

ג. לאחר כמה זמן מרגע $t=0$ ייפגשו הרכבים? (רמז: כשהם ייפגשו יהיה להם אותו מקום).

ד. שרטט באותה מערכת צירים גרף מדויק של מהירות כל רכב כפונקציה של הזמן.
חשב את השטח שיוצר גרף הרכב הראשון עם ציר הזמן עד רגע המפגש. מה משמעותו?
חשב את השטח שיוצר גרף הרכב השני עם ציר הזמן עד רגע המפגש. מה משמעותו?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

17. שני רכבים נמצאים במרחק 160 מטר זה מזה, ויוצאים בו זמנית זה לקראת זה. רגע זה מוגדר להיות $t=0$. הרכב הראשון מאיץ ממנוחה בתאוצה $2\ \frac{m}{sec^2}$ ימינה, ואילו הרכב השני מאיץ ממנוחה בתאוצה של $3\ \frac{m}{sec^2}$ שמאלה. מקום הרכב הראשון מוגדר כהעתק $x=0$. כמו כן הכיוון ימינה יוגדר ככיוון החיובי.



א. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב הראשון כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב השני כפונקציה של הזמן.

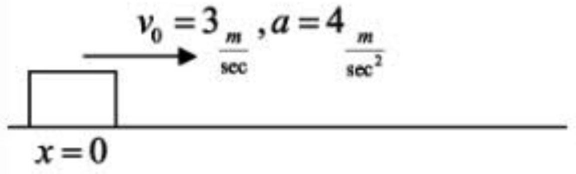
(x_0 הוא המקום ההתחלתי שבו נמצא הרכב. כמו כן, שים לב שווקטור התאוצה מכוון שמאלה, ולכן ייחשב כשלילי.)

ג. לאחר כמה זמן מרגע $t=0$ ייפגשו הרכבים? (רמז: כשהם ייפגשו יהיה להם אותו מקום).

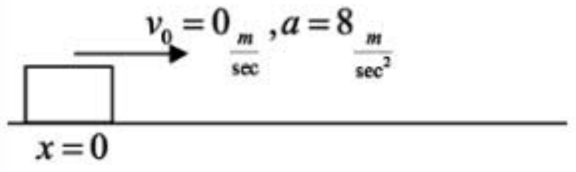
ד. שרטט באותה מערכת צירים גרף מדויק של מהירות כל רכב כפונקציה של הזמן.
חשב את השטח שיוצר גרף הרכב הראשון עם ציר הזמן עד רגע המפגש. מה משמעותו?
חשב את השטח שיוצר גרף הרכב השני עם ציר הזמן עד רגע המפגש. מה משמעותו?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

18. מאותו מקום, המוגדר להיות $x=0$, יוצאים שני רכבים, אך לא באותו הזמן.
הרכב הראשון יוצא משם ברגע $t=0$, ומאיץ ממהירות התחלתית של $3\frac{m}{sec}$ בתאוצה של $4\frac{m}{sec^2}$. כעבור 3 שניות יוצא הרכב השני, ומאיץ ממנוחה בתאוצה של $8\frac{m}{sec^2}$ לאותו הכיוון.



הרכב הראשון יוצא ברגע $t=0$ ומאיץ ממהירות $v_0=3\frac{m}{sec}$:



הרכב השני יוצא כעבור 3 שניות ומאיץ ממנוחה :

א. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב הראשון כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב השני כפונקציה של הזמן.
(רמז : שים לב שהרכב השני היה 3 שניות פחות זמן בדרך ביחס לרכב הראשון, ולכן יש להציב בנוסחה $(t-3)$ במקום t.)

ג. לאחר כמה זמן מרגע $t=0$ ייפגשו הרכבים ? (רמז : כשהם ייפגשו יהיה להם אותו מיקום).

ד. שרטט באותה מערכת צירים גרף מדויק של מהירות כל רכב כפונקציה של הזמן.
חשב את השטח שיוצר גרף הרכב הראשון עם ציר הזמן עד רגע המפגש, והראה שהוא שווה לשטח שיוצר גרף הרכב השני עם ציר הזמן עד רגע המפגש.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

19. שני רכבים, הנמצאים במרחק 240 מטר זה מזה, יוצאים זה לכיוון זה, אך לא באותו הזמן.
הרכב הראשון יוצא ברגע $t=0$ במהירות קבועה של $v=12\frac{m}{sec}$ ימינה. כעבור 2 שניות יוצא הרכב השני ומאיץ ממהירות התחלתית של $9\frac{m}{sec}$ בתאוצה של $5\frac{m}{sec^2}$ שמאלה. מיקום הרכב הראשון ברגע יציאתו מוגדר כהעתק $x=0$. כמו כן הכיוון ימינה יוגדר ככיוון החיובי.

הרכב הראשון יוצא ברגע $t=0$ במהירות קבועה.

רכב זה יוצא 2 שניות אחרי יציאת הרכב הראשון.

א. היעזר בנוסחה $x=x_0+vt$, ורשום ביטוי למקום הרכב הראשון כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב השני כפונקציה של הזמן.
(רמז : שים לב שהרכב השני היה 2 שניות פחות זמן בדרך ביחס לרכב הראשון, ולכן יש להציב בנוסחה $(t-2)$ במקום t. כמו כן לא לשכוח שווקטור המכוון שמאלה מוגדר כשלילי.)

ג. לאחר כמה זמן מרגע $t=0$ ייפגשו הרכבים ?

ד. שרטט באותה מערכת צירים גרף מדויק של מהירות כל רכב כפונקציה של הזמן.
חשב את השטח שיוצר גרף הרכב הראשון עם ציר הזמן עד רגע המפגש. מה משמעותו ?
חשב את השטח שיוצר גרף הרכב השני עם ציר הזמן עד רגע המפגש. מה משמעותו ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

20. שני רכבים, הנמצאים במרחק 322 מטר זה מזה, יוצאים זה לכיוון זה בו-זמנית. רגע זה יהיה $t=0$.

הרכב הראשון מאיץ ממנוחה, בתאוצה של $6\frac{m}{sec^2}$ ימינה. הרכב השני נע כל הזמן במהירות קבועה של $v=25\frac{m}{sec}$ שמאלה. מקום הרכב הראשון ברגע יציאתו מוגדר כהעתק $x=0$. כמו כן הכיוון ימינה יוגדר ככיוון החיובי.

א. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב הראשון כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה $x=x_0+vt$, ורשום ביטוי למקום הרכב השני כפונקציה של הזמן.

(שים לב! לא לשכוח שווקטור המכוון שמאלה מוגדר כשלילי.)

ג. לאחר כמה זמן מרגע $t=0$ ייפגשו הרכבים ? היכן הם ייפגשו ?

ד. היעזר במשוואה הפרבולית שרשמת בסעיף א', ושרטט גרף של מקום הרכב הראשון כפונקציה של הזמן. היעזר במשוואה הלינארית שרשמת בסעיף ב', ושרטט באותה מערכת צירים גרף של מקום הרכב השני כפונקציה של הזמן. מה משמעות נקודת המפגש של הגרפים ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

21. שני רכבים, הנמצאים במרחק 100 מטר זה מזה, יוצאים זה לכיוון זה, אך לא באותו זמן.

הרכב הראשון נע שמאלה ומאיץ ממנוחה ברגע $t=0$ בתאוצה של $2\frac{m}{sec^2}$. הרכב השני יוצא 2 שניות אחרי הרכב הראשון, ונוסע כל הזמן ימינה במהירות קבועה של $v=16\frac{m}{sec}$.

מקום הרכב השני ברגע יציאתו מוגדר כהעתק $x=0$. כמו כן הכיוון ימינה יוגדר ככיוון החיובי.

א. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הרכב הראשון כפונקציה של הזמן.

(שים לב! לא לשכוח שווקטור המכוון שמאלה מוגדר כשלילי.)

ב. היעזר בנוסחה $x=x_0+vt$, ורשום ביטוי למקום הרכב השני כפונקציה של הזמן.

(רמז : שים לב שהרכב השני היה 2 שניות פחות זמן בדרך ביחס לרכב הראשון, ולכן יש להציב בנוסחה $(t-2)$ במקום t.)

ג. לאחר כמה זמן מרגע $t=0$ ייפגשו הרכבים ? היכן הם ייפגשו ?

ד. היעזר במשוואה הפרבולית שרשמת בסעיף א', ושרטט גרף של מקום הרכב הראשון כפונקציה של הזמן. היעזר במשוואה הלינארית שרשמת בסעיף ב', ושרטט באותה מערכת צירים גרף של מקום הרכב השני כפונקציה של הזמן. מה משמעות נקודת המפגש של הגרפים ?

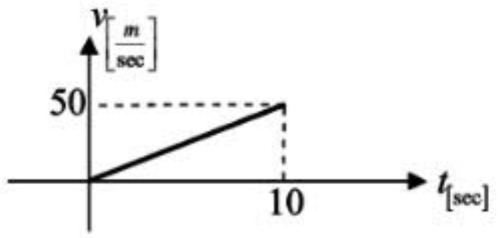
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $a = 5\ \frac{m}{sec^2}$

ב. $x = 250_m$

ג.

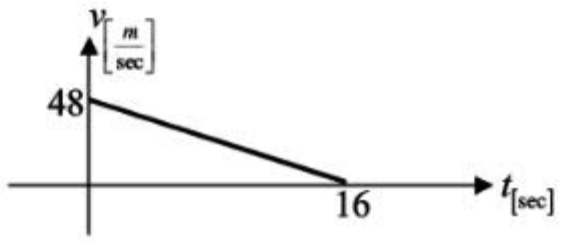


ד. שטח משולש = $\frac{10\cdot 50}{2} = 250_m$.

2. א. $t = 16_{sec}$

ב. $x = 384_m$

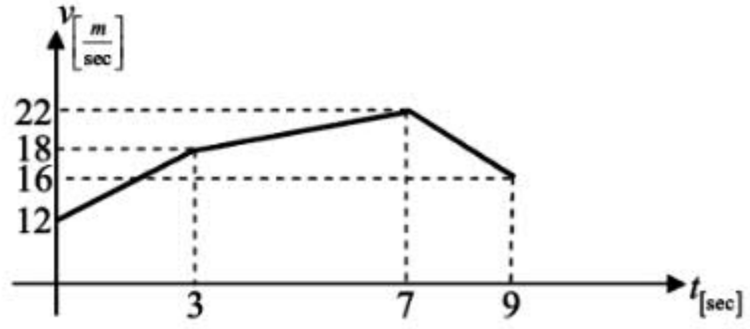
ג.



ד. שיפוע = $-\frac{48}{16} = -3\ \frac{m}{sec^2}$.

3. א. $v_t = 18\ \frac{m}{sec}$ $v_t = 22\ \frac{m}{sec}$ $v_t = 16\ \frac{m}{sec}$

ב.



טרפז שמאל: $\frac{18+12}{2}\cdot 3 = 45_m$

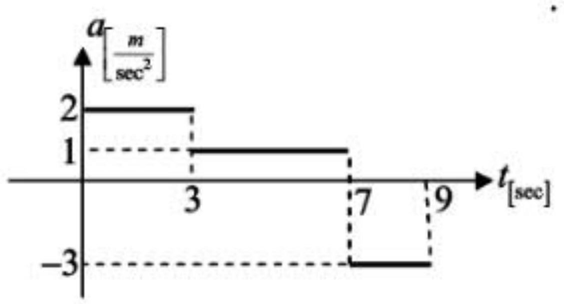
טרפז אמצעי: $\frac{22+18}{2}\cdot 4 = 80_m$

טרפז ימין: $\frac{22+16}{2}\cdot 2 = 38_m$

סה"כ שטח: $38+80+45 = 163_m$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ג. סך השטח הוא התוספת למהירות ההתחלתית:



מלבן שמאלי: $3\cdot 2 = 6$

מלבן אמצעי: $4\cdot 1 = 4$

מלבן ימני: $3\cdot 2 = 6$

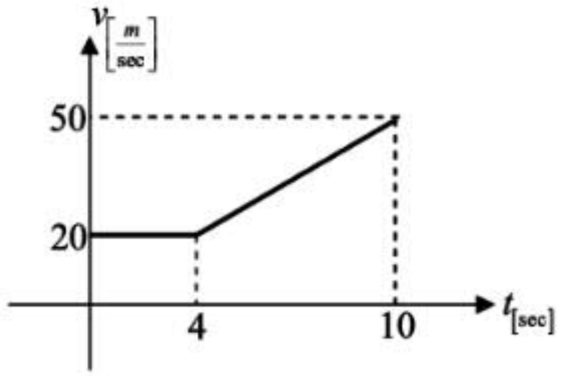
$\Delta v = 6+4-6 = 4\ \frac{m}{sec}$

המהירות $v_0 = 12\ \frac{m}{sec}$, בתוספת $\Delta v = 4\ \frac{m}{sec}$, נותנת את המהירות הסופית כעבור 9 שניות: $v_t = 16\ \frac{m}{sec}$

4. א. $x = 80_m$

ב. $x = 210_m$

ג.



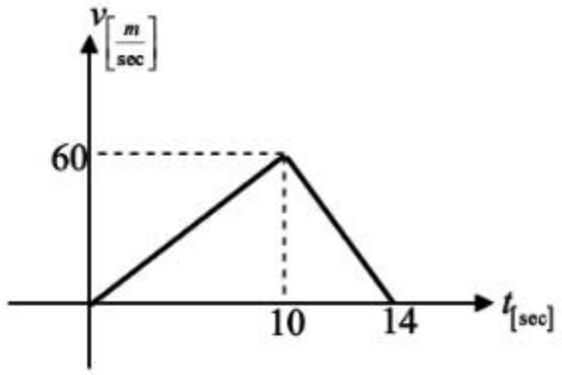
ד. שטח המלבן = $20\cdot 4 = 80_m$. שטח הטרפז = $\frac{(20+50)}{2}\cdot 6 = 210_m$.

שטח כולל = $210+80 = \boxed{290_m}$.

5. א. $v_{max} = 60\ \frac{m}{sec}$

ב. $a = -15\ \frac{m}{sec^2}$

ג.



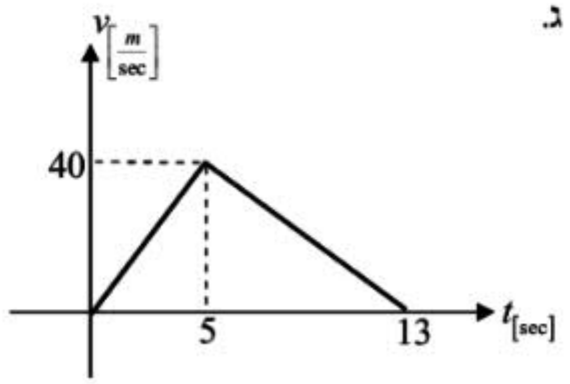
שטח המשולש = $\frac{14\cdot 60}{2} = 420_m$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. א. $v_{max} = 40 \frac{m}{sec}$

ב. $a = 8 \frac{m}{sec^2}$

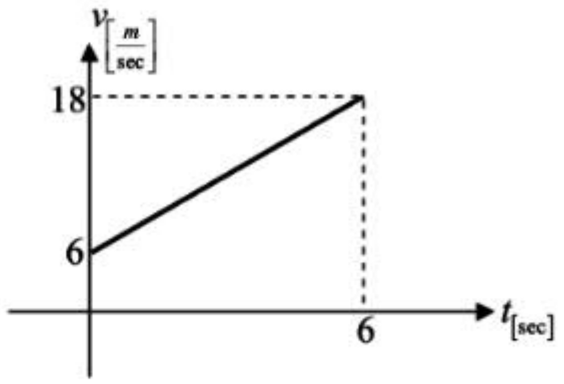
ג.



שטח המשולש $= \frac{13\cdot 40}{2} = 260_m$.

7. א. $t = 6_{sec}$

ב.



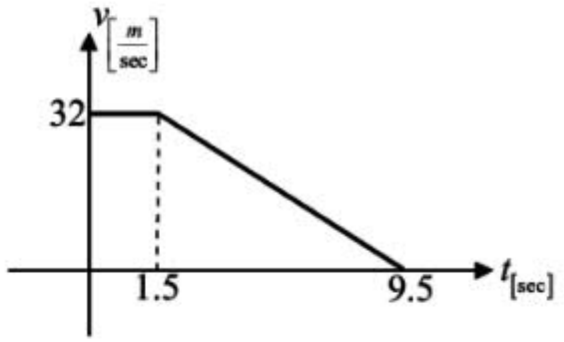
שיפוע $= \frac{12}{6} = 2 \frac{m}{sec^2}$.

8. א. $x = 48_m$

ב. $a = -4 \frac{m}{sec^2}$

ג. $t = 8_{sec}$

ד.



שטח הטרפז $= \frac{1.5+9.5}{2}\cdot 32 = 176_m$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

9. א. הרכב נסע במהירות קבועה של $20 \frac{m}{sec}$ במשך 8 שניות.

הרכב האיץ ממהירות $20 \frac{m}{sec}$ למהירות $32 \frac{m}{sec}$ במשך 6 שניות.

הרכב האט ממהירות $32 \frac{m}{sec}$ עד שנעצר במשך 8 שניות.

ב. $a_{0<t<8} = 0$ $\quad a_{8<t<14} = \frac{12}{6} = 2 \frac{m}{sec^2}$ $\quad a_{14<t<22} = -\frac{32}{8} = -4 \frac{m}{sec^2}$

ג. $x_{total} = 160 + 156 + 128 = 444_m$

ד. $\overline{v} = \frac{444}{22} = 20\frac{2}{11} \frac{m}{sec}$

10. א. הרכב האט ממהירות $40 \frac{m}{sec}$ למהירות $24 \frac{m}{sec}$ במשך 4 שניות.

הרכב נסע במהירות קבועה של $24 \frac{m}{sec}$ במשך 3 שניות.

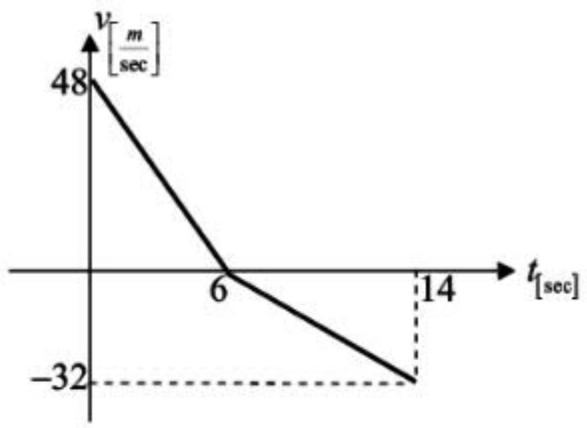
הרכב האט ממהירות $24 \frac{m}{sec}$ עד שנעצר במשך 3 שניות.

ב. $a_{0<t<4} = -\frac{16}{4} = -4 \frac{m}{sec^2}$ $\quad a_{4<t<7} = 0$ $\quad a_{7<t<10} = -\frac{24}{3} = -8 \frac{m}{sec^2}$

ג. $x_{total} = 128 + 72 + 36 = 236_m$

11. א. $t = 8_{sec}$

ב.



השטח החיובי מייצג את המרחק שהתקדם האופנוע ימינה, והשטח השלילי מייצג את המרחק שחזר האופנוע שמאלה.

ג. $144 - 128 = 16_m$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. א. הרכב נסע במהירות קבועה של $20\frac{m}{sec}$ במשך 6 שניות.

הרכב האט ממהירות $20\frac{m}{sec}$ עד שנעצר במשך 4 שניות.

הרכב האיץ בכיוון הנגדי ממנוחה עד למהירות $24\frac{m}{sec}$ במשך 8 שניות.

הרכב האט בכיוון הנגדי ממהירות $24\frac{m}{sec}$ עד שנעצר במשך 3 שניות.

ב. $a_{0<t<6}=0$ $\quad a_{6<t<10}=-\frac{20}{4}=-5\frac{m}{sec^2}$ $\quad a_{10<t<18}=-\frac{24}{8}=-3\frac{m}{sec^2}$ $\quad a_{18<t<21}=\frac{24}{3}=8\frac{m}{sec^2}$

ג. $x_{total}=160-132=28_m$

ד. $\overline{v}=\frac{28}{21}=1\frac{1}{3}\frac{m}{sec}$ המשמעות היא שאם הרכב ייסע במהירות קבועה של $1\frac{1}{3}\frac{m}{sec}$ במשך 21 שניות, הוא יגיע לאותו מקום (כלומר להעתק של 28 מטר).

13. א. הרכב האיץ בכיוון הנגדי מנוחה עד למהירות $12\frac{m}{sec}$ במשך 4 שניות.

הרכב נסע בכיוון הנגדי במהירות קבועה של $12\frac{m}{sec}$, במשך 4 שניות.

הרכב האט בכיוון הנגדי ממהירות $12\frac{m}{sec}$ עד שנעצר במשך 2 שניות.

הרכב האיץ בכיוון החיובי ממנוחה עד למהירות $18\frac{m}{sec}$ במשך 6 שניות.

ב. $a_{0<t<6}=-\frac{12}{4}=-3\frac{m}{sec^2}$ $\quad a_{4<t<8}=0$ $\quad a_{8<t<10}=\frac{12}{2}=6\frac{m}{sec^2}$ $\quad a_{10<t<16}=\frac{18}{6}=3\frac{m}{sec^2}$

ג. $x_{total}=-84+54=-30_m$

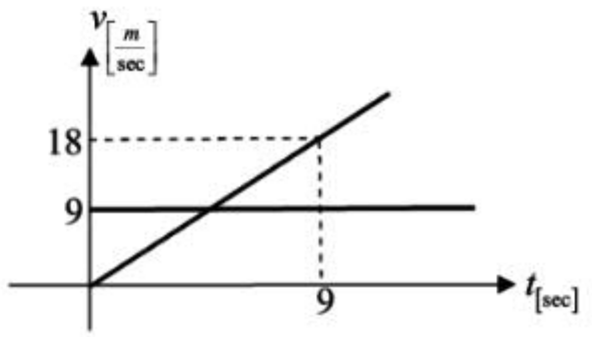
ד. $\overline{v}=\frac{-30}{16}=-1\frac{7}{8}\frac{m}{sec}$ המשמעות היא שאם הרכב ייסע במהירות קבועה של $-1\frac{7}{8}\frac{m}{sec}$ במשך 16 שניות, הוא יגיע לאותו מקום (כלומר להעתק של 30- מטר).

14. א. $x=t^2$

ב. $x=9t$

ג. הרכבים ייפגשו לאחר 9 שניות.

ד.



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

השטח בין גרף הרכב הראשון לציר הזמן עד רגע המפגש : $\frac{9\cdot18}{2}=81_m$ = שטח משולש.

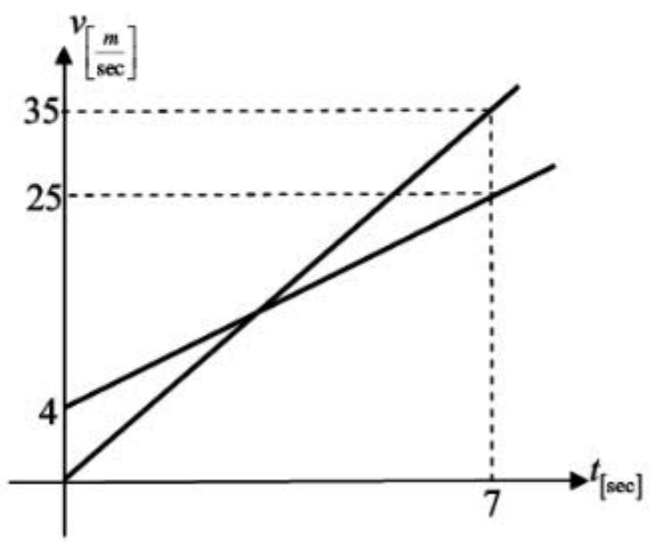
השטח בין גרף הרכב השני לציר הזמן עד רגע המפגש : $9\cdot9=81_m$ = שטח מלבן.

15. א. $x=2.5t^2$

ב. $x=21+4t+1.5t^2$

ג. לאחר 7 שניות ייפגשו הרכבים.

ד.



השטח בין גרף הרכב הראשון לציר הזמן עד רגע המפגש : $\frac{7\cdot35}{2}=122.5_m$ = שטח משולש.

המשמעות היא שהרכב הראשון התקדם במשך 7 שניות 122.5 מטר.

השטח בין גרף הרכב השני לציר הזמן עד רגע המפגש : $\frac{4+25}{2}\cdot7=101.5_m$ = שטח טרפז.

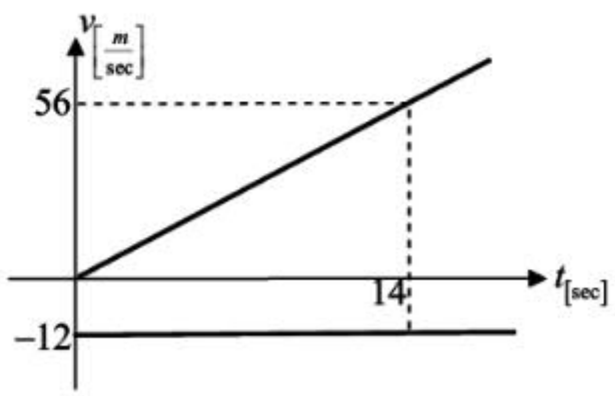
המשמעות היא שהרכב השני התקדם במשך 7 שניות 101.5 מטר (21 מטר פחות מהרכב הראשון).

16. א. $x=2t^2$

ב. $x=560-12t$

ג. הרכבים ייפגשו לאחר 14 שניות.

ד.



השטח בין גרף הרכב הראשון לציר הזמן עד רגע המפגש : $\frac{56\cdot14}{2}=392_m$ = שטח משולש.

המשמעות היא שהרכב הראשון התקדם במשך 14 שניות 392 מטר.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

השטח בין גרף הרכב השני לציר הזמן עד רגע המפגש : $12\cdot14=168_m$ = שטח מלבן.

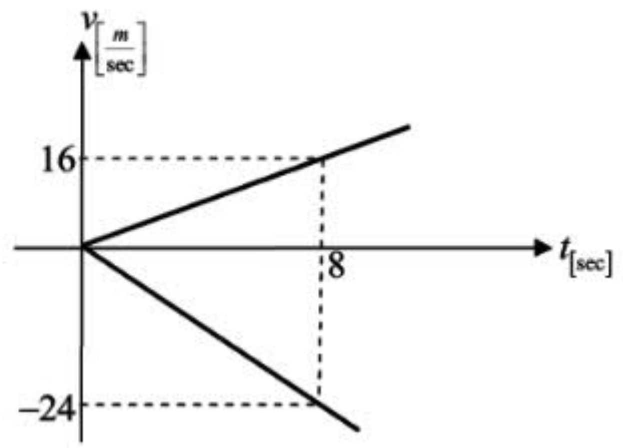
המשמעות היא שהרכב השני נסע שמאלה במשך 14 שניות 168 מטר, והגיע למקום $560-168=392_m$

17. א. $x=t^2$

ב. $x=160-1.5t^2$

ג. הרכבים ייפגשו לאחר 8 שניות.

ד.



השטח בין גרף הרכב הראשון לציר הזמן עד רגע המפגש : $\frac{16\cdot8}{2}=64_m$ = שטח משולש.

המשמעות היא שהרכב הראשון התקדם במשך 8 שניות 64 מטר.

השטח בין גרף הרכב השני לציר הזמן עד רגע המפגש : $\frac{24\cdot8}{2}=96_m$ = שטח משולש.

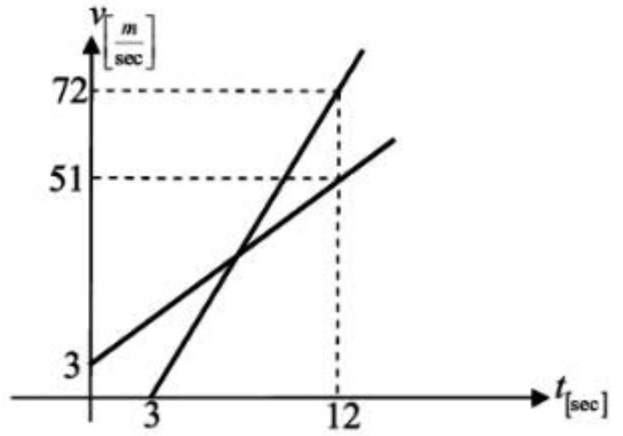
המשמעות היא שהרכב השני נסע שמאלה במשך 8 שניות 96 מטר, והגיע למקום $160-96=64_m$

18. א. $x=3t+2t^2$

ב. $x=4(t-3)^2=4t^2-24t+36$

ג. הרכבים ייפגשו לאחר 12 שניות.

ד.



השטח בין גרף הרכב הראשון לציר הזמן עד רגע המפגש : $\frac{3+51}{2}\cdot12=324_m$ = שטח טרפז.

השטח בין גרף הרכב השני לציר הזמן עד רגע המפגש : $\frac{9\cdot72}{2}=324_m$ = שטח משולש.

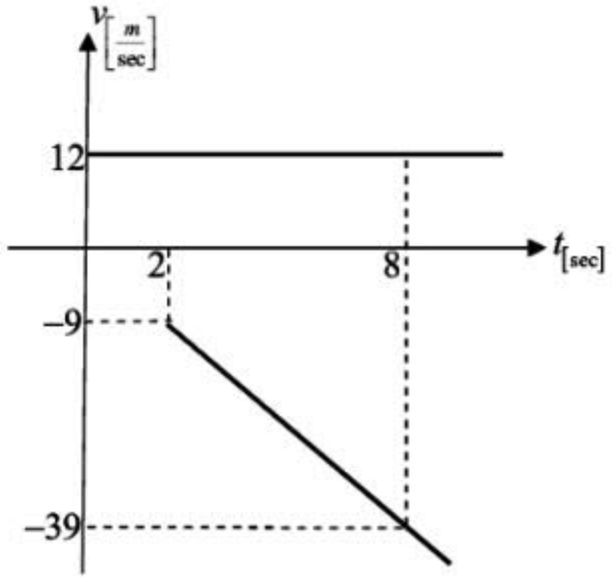
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

19. א. $x=12t$

ב. $x=240-9(t-2)-2.5(t-2)^2=-2.5t^2+t+248$

ג. הרכבים ייפגשו לאחר 8 שניות.

ד.



השטח בין גרף הרכב הראשון לציר הזמן עד רגע המפגש : $12\cdot8=96_m$ = שטח מלבן.

המשמעות היא שהרכב הראשון התקדם במשך 8 שניות 96 מטר.

השטח בין גרף הרכב השני לציר הזמן עד רגע המפגש : $\frac{9+39}{2}\cdot6=144_m$ = שטח טרפז.

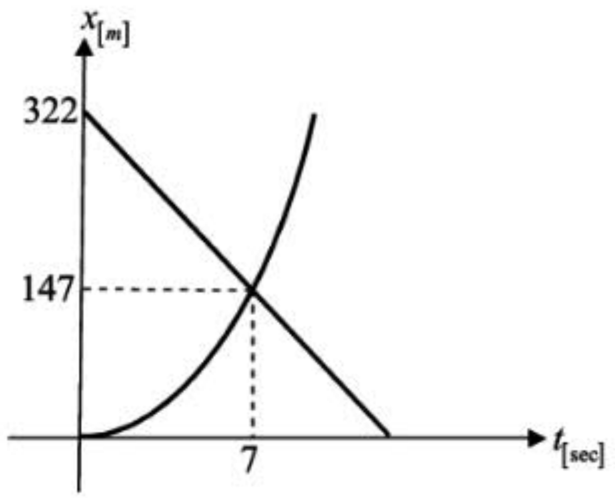
המשמעות היא שהרכב השני נסע שמאלה במשך 6 שניות 144 מטר והגיע למקום $240-144=96_m$

20. א. $x=3t^2$

ב. $x=322-25t$

ג. הרכבים ייפגשו לאחר 7 שניות במקום 147 מטר.

ד.



נקודת המפגש מציינת את מפגש הרכבים כעבור 7 שניות במקום 147 מטר.

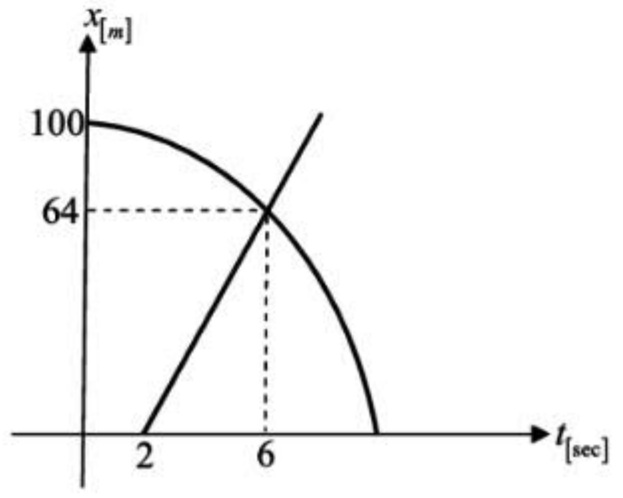
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

21. א. $x=100-t^2$

ב. $x=16(t-2)=16t-32$

ג. הרכבים ייפגשו לאחר 6 שניות במקום 64 מטר.

ד.



נקודת המפגש מציינת את מפגש הרכבים כעבור 6 שניות במקום 64 מטר.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

קינמטיקה - גופים באוויר בציר אחד - כולל גרפים

נוסחאות

תנועה שוות-תאוצה

נוסחאות לפי מקום :	נוסחאות לפי העתק :
$y=y_0+\frac{v_0+v_t}{2}\cdot t$	$\Delta y=\frac{v_0+v_t}{2}\cdot t$
$v_t=v_0+at$	$v_t=v_0+at$
$y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$	$\Delta y=v_0t+\frac{at^2}{2}$
$2a(y-y_0)=v_t^2-v_0^2$	$2a\Delta y=v_t^2-v_0^2$

הגדרות

v_0	מהירות התחלתית $\left[\frac{m}{sec}\right]$
v_t	מהירות סופית $\left[\frac{m}{sec}\right]$
a	תאוצת הגוף $\left[\frac{m}{sec^2}\right]$
t	הזמן שחלף $[sec]$
y	מקום הגוף בסוף $[m]$
y_0	מקום הגוף ברגע $t=0$
Δy	העתק - המרחק מנקודת המוצא

התאוצה באוויר : $a=g=10\ \frac{m}{sec^2}$ כלפי מטה

בנפילה חופשית : $v_0=0$

העתק : $\Delta y=y-y_0$

גרפים

מהירות כפונקציה של הזמן

שיפוע = תאוצה

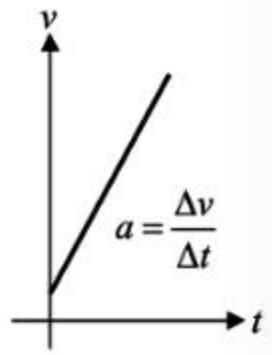
שטח = העתק Δx

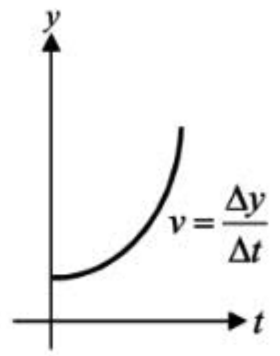
מקום כפונקציה של הזמן

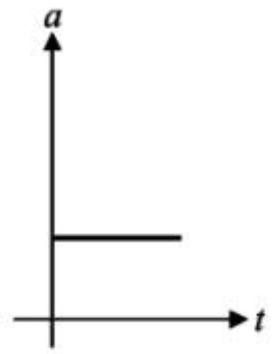
שיפוע = מהירות

תאוצה כפונקציה של הזמן

שטח = שינוי במהירות Δv







שטח משולש : בסיס כפול גובה חלקי 2

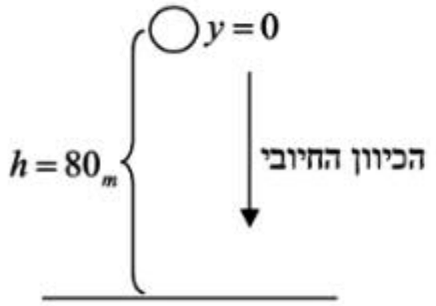
שטח מלבן : אורך כפול רוחב

שטח טרפז : סכום הבסיסים כפול הגובה חלקי 2

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

1. כדור נעזב ממנוחה, ויורד בנפילה חופשית מגובה 80_m.

בחר את הכיוון למטה ככיוון החיובי, ואת תחילת הנפילה כמקום 0.



א. באיזו מהירות יפגע הכדור בקרקע ?

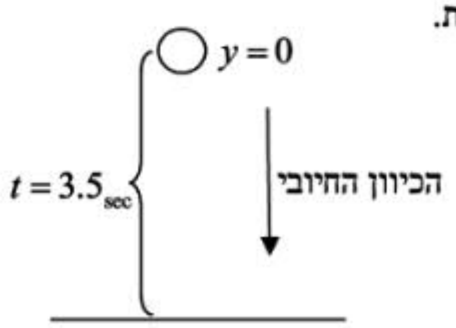
ב. כמה זמן תימשך הנפילה ?

ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן.

ד. חשב את השטח בין הגרף לציר הזמן, והראה שהוא שווה להעתק שעשה הכדור.

2. כדור נעזב ממנוחה, מבצע נפילה חופשית, ומגיע לקרקע כעבור 3.5 שניות.

בחר את הכיוון למטה ככיוון החיובי, ואת תחילת הנפילה כמקום 0.



א. מאיזה גובה נפל ?

ב. מה תהיה מהירות הפגיעה בקרקע ?

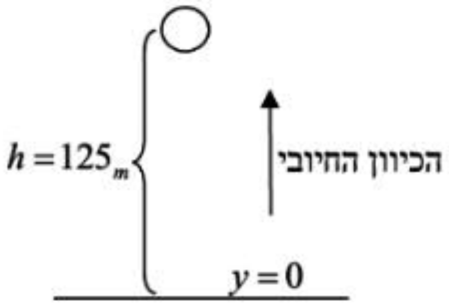
ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן.

ד. חשב את שיפוע הגרף, והראה שהוא שווה לתאוצת הכדור.

3. כדור נעזב ממנוחה מגובה 125 מטר, ויורד בנפילה חופשית.

בחר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי, ואת הקרקע כמקום 0.

שים לב! כל וקטור המנוגד לכיוון החיובי ייחשב כשלילי!!!



א. היעזר בנוסחה $y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ומצא תוך כמה זמן יפגע הכדור בקרקע.

(רמז: y_0 הוא מקום הגוף בזמן $t=0$, ו- y הוא מקום הגוף בסוף.)

ב. באיזו מהירות יפגע הכדור בקרקע ?

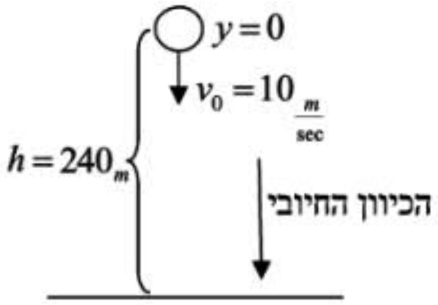
ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן.

ד. מצא את שיפוע הגרף, והסבר את משמעותו.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

4. כדור מופל מגובה 240 מטר במהירות התחלתית $v_0=10\frac{m}{sec}$ כלפי מטה.

בחר את הכיוון למטה ככיוון החיובי, ואת תחילת הנפילה כמקום 0.



א. תוך כמה זמן יפגע הכדור בקרקע ?

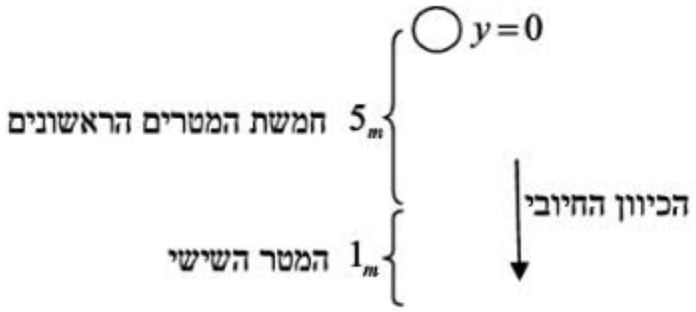
ב. מה תהיה מהירות הפגיעה בקרקע ?

ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן.

ד. חשב את השטח בין הגרף לציר הזמן, והראה שהוא שווה להעתק שעשה הכדור.

5. כדור נעזב ממנוחה, ויורד בנפילה חופשית.

בחר את הכיוון למטה ככיוון החיובי, ואת תחילת הנפילה כמקום 0.



א. מה תהיה מהירות הכדור לאחר שנפל 5 מטרים ראשונים ? כמה זמן יידרש לכדור ליפול מרחק זה ?

ב. כמה זמן נמשכה תנועתו במטר השישי ? (עגל את התשובה ל-3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

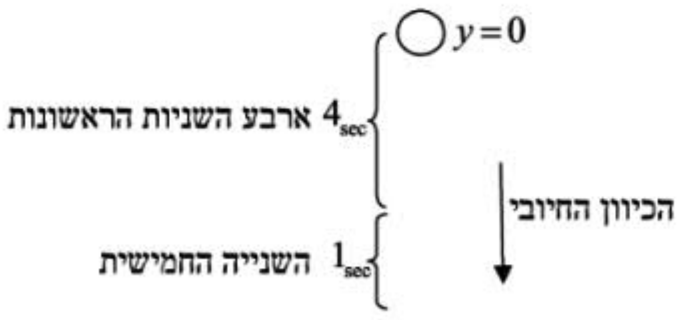
ג. היעזר בנוסחה $v_t=v_0+at$, ורשום ביטוי למהירות הכדור מרגע נפילתו כפונקציה של הזמן.

ד. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן. בעזרת חישוב השטח המתאים הראה את ההעתק שעבר הכדור מרגע הנפילה, ועד שסיים לעבור את המטר השישי.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. כדור נעזב ממנוחה, ויורד בנפילה חופשית.

בחר את הכיוון למטה ככיוון החיובי, ואת תחילת הנפילה כמקום 0.



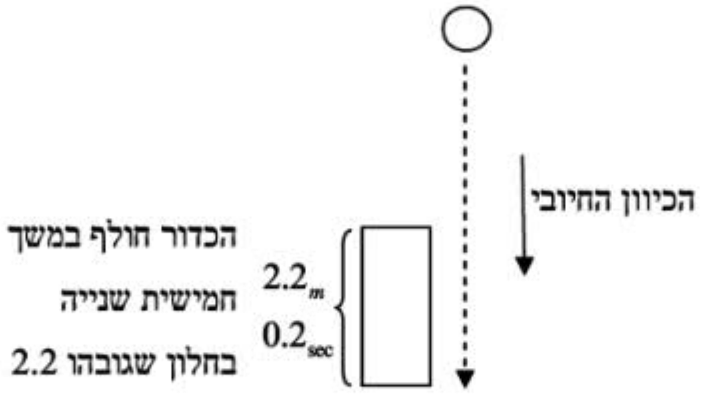
א. מה תהיה מהירות הכדור בתום 4 השניות הראשונות לנפילתו ?

ב. מה תהיה מהירות הכדור בתום השנייה החמישית לנפילתו ?

ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן.

ד. באמצעות חישוב השטח הרצוי מצא את ההעתק שעשה הכדור בשנייה החמישית לתנועתו.

7. כדור נעזב ממנוחה, ויורד בנפילה חופשית. במהלך תנועתו הוא חולף על פני חלון שגובהו 2.2 מטר במשך 0.2 שניות. בחר את הכיוון למטה ככיוון החיובי.



א. מהי מהירות הכדור ברגע שהוא מגיע לחלקו העליון של החלון ?

(רמז : בחר את החלק העליון של החלון כמיקום 0, ואת תחתית החלון כמיקום 2.2 מטר)

ב. תוך כמה זמן הגיע הכדור מרגע הנפילה, לחלקו העליון של החלון ?

ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן.

ד. באמצעות חישוב השטח הרצוי מצא את ההעתק שעשה הכדור מרגע נפילתו ועד שהגיע לתחתית החלון.

8. כדור נופל נפילה חופשית ממנוחה מגובה מסוים. בו-זמנית מתחיל לרוץ לעברו ילד, הנמצא במרחק אופקי מסוים ממנו. הילד רץ כל הזמן במהירות קבועה של $4\frac{m}{sec}$

עבור הכדור הכיוון החיובי יהיה למטה, ותחילת הנפילה תיקבע כמקום 0.

עבור הילד הכיוון החיובי יהיה שמאלה, ותחילת הריצה תיקבע כמיקום 0.

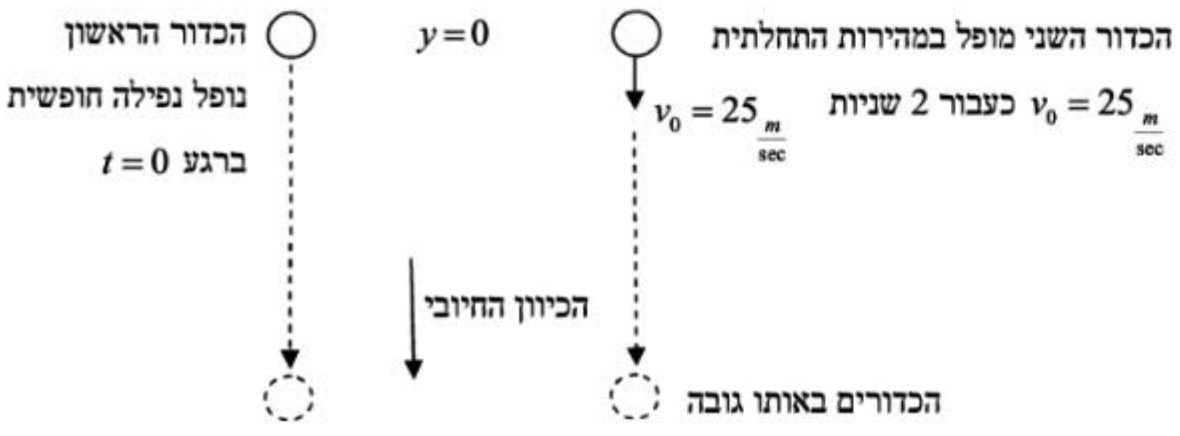
א. היעזר בנוסחה $y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי להעתק שעובר הכדור כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה $x=x_0+vt$, ורשום ביטוי להעתק שעובר הילד כפונקציה של הזמן.

ג. תוך כמה זמן יתפוס הילד את הכדור, אם ידוע שההעתק שעבר הילד עד רגע התפיסה קטן ב-33 מטר מההעתק שעבר הכדור במהלך נפילתו ? (הנח שהילד תופס את הכדור בגובה הקרקע).

ד. שרטט באותה מערכת צירים גרפים מדויקים של מהירות הכדור והילד כפונקציה של הזמן. בעזרת חישובי שטחים מצא את ההעתקים שעברו הילד והכדור עד רגע התפיסה.

9. כדור נופל נפילה חופשית ממנוחה מגובה מסוים ברגע $t=0$. 2 שניות לאחר מכן מופל מאותו הגובה כדור שני במהירות התחלתית $v_0 = 25\frac{m}{sec}$ כלפי מטה. בחר את הכיוון למטה ככיוון החיובי, ואת תחילת הנפילה כמקום 0.



א. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הכדור הראשון כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הכדור השני כפונקציה של הזמן.

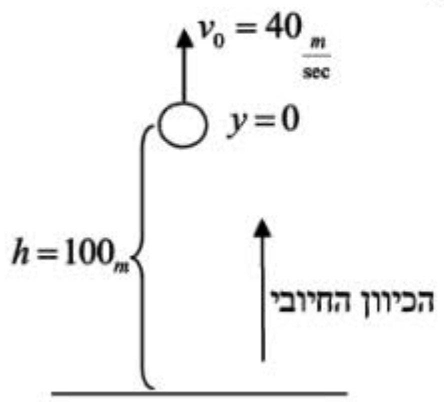
(רמז: הכדור השני היה 2 שניות פחות באוויר מאשר הראשון, ולכן יש להציב בנוסחה $(t-2)$ במקום t.)

ג. תוך כמה זמן מרגע $t=0$ יגיעו הכדורים לאותו הגובה?

ד. שרטט באותה מערכת צירים גרפים מדויקים של מהירות הכדורים כפונקציה של הזמן. בעזרת חישובי שטחים הראה שההעתק שעבר כל כדור עד רגע המפגש זהה, ומצא את ערכו.

10. כדור נזרק מגובה 100 מטר במהירות התחלתית $v_0 = 40\frac{m}{sec}$ כלפי מעלה.

בחר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי, ואת תחילת הזריקה כמקום 0.



א. תוך כמה זמן יגיע הכדור לשיא הגובה? (רמז: בשיא הגובה אין לו מהירות.)

ב. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, ומצא תוך כמה זמן יפגע הכדור בקרקע. (רמז: שים לב שגם וקטור התאוצה וגם ההעתק הסופי בכיוון הפוך לכיוון החיובי.)

ג. מה תהיה מהירות הפגיעה בקרקע?

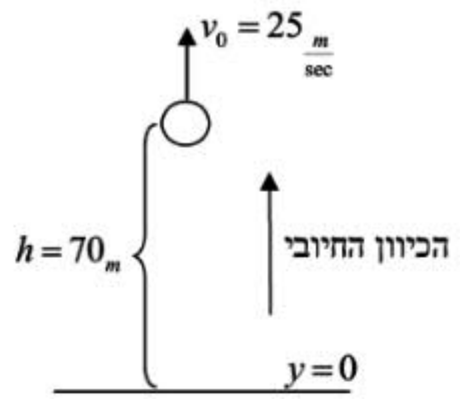
ד. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן.

חשב את השטח החיובי בין הגרף לציר הזמן, והסבר את משמעותו.

חשב את השטח השלילי בין הגרף לציר הזמן, והסבר את משמעותו.

11. כדור נזרק מגובה 70 מטר במהירות התחלתית $v_0 = 25\frac{m}{sec}$ כלפי מעלה.

בחר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי, ואת הקרקע כמקום 0.



א. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, ומצא תוך כמה זמן יפגע הכדור בקרקע.

ב. לאיזה גובה מקסימלי מעל פני הקרקע יגיע הכדור? (רמז: בשיא הגובה אין לו מהירות.)

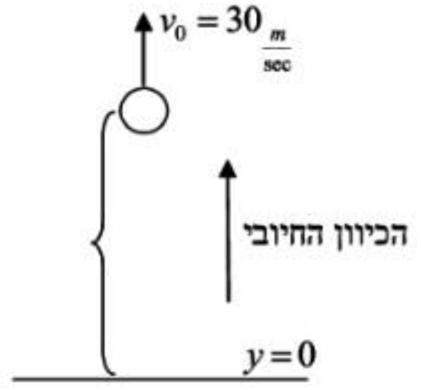
ג. תוך כמה זמן יגיע הכדור לגובה 96.25 מטר מעל פני הקרקע? הסבר מדוע מתקבלות 2 תשובות.

ד. היעזר בנוסחה $v_t = v_0 + at$, ורשום ביטוי למהירות הכדור כפונקציה של הזמן.

ה. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן.

בעזרת חישובי שטח מתאימים הראה שהמקום המתקבל עבור הזמנים שחישבת בסעיף ג' הוא אכן 96.25 מטר.

12. כדור נזרק מגובה כלשהו במהירות התחלתית $v_0 = 30\frac{m}{sec}$ כלפי מעלה. ידוע שהכדור פוגע בקרקע במהירות $v_t = 50\frac{m}{sec}$. בחר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי, ואת הקרקע כמקום 0.



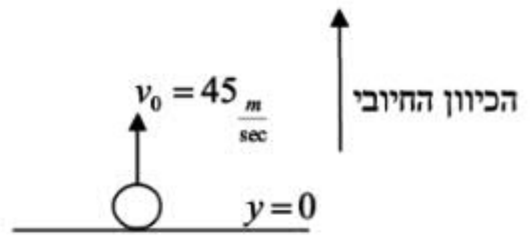
א. היעזר בנוסחה $v_t = v_0 + at$, ומצא כמה זמן היה הכדור באוויר (רמז : שים לב שמהירות הכדור ברגע פגיעתו בקרקע מנוגדת לכיוון החיובי).

ב. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$, ומצא את הגובה שממנו נזרק הכדור.

ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן, ובעזרת חישוב השטח המתאים מצא את הגובה המרבי מעל הקרקע שאליו יגיע הכדור.

13. כדור נזרק מפני הקרקע במהירות התחלתית $v_0 = 45\frac{m}{sec}$ כלפי מעלה.

בחר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי, ואת הקרקע כמקום 0.



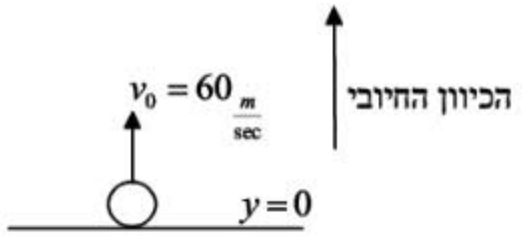
א. כמה זמן היה הכדור באוויר ? (רמז : המקום הסופי של הכדור הוא 0, כי הוא חוזר לגובה הקרקע).

ב. היעזר בנוסחה $v_t = v_0 + at$, ומצא תוך כמה זמן תהיה מהירותו $15\frac{m}{sec}$ (יש להבחין בין 2 מקרים : פעם כשהכדור במגמת עלייה, ופעם כשהוא במגמת ירידה).

ג. שרטט גרף מדויק של מהירות הכדור כפונקציה של הזמן, ובעזרת חישובי השטח המתאימים הראה שהעתק הגוף בשני הזמנים שמצאת בסעיף ב' הוא זהה.

14. כדור נזרק מפני הקרקע במהירות התחלתית $v_0 = 60\frac{m}{sec}$ כלפי מעלה.

בחר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי, ואת הקרקע כמקום 0.

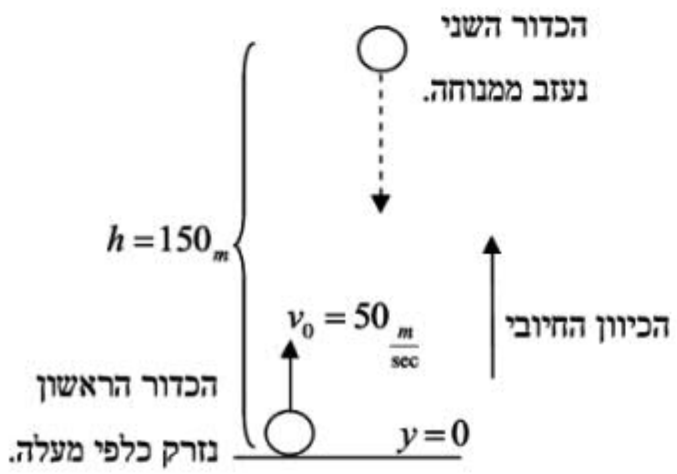


א. לאיזה גובה מקסימלי יגיע הכדור ?

ב. תוך כמה זמן יחזור הכדור לקרקע ?

ג. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הכדור כפונקציה של הזמן. צייר גרף של מקום הכדור כפונקציה של הזמן בהסתמך על הביטוי שקיבלת (רמז : זהו ביטוי המייצג פרבולה "בוכה".)

15. כדור נזרק מפני הקרקע במהירות התחלתית $v_0 = 50\frac{m}{sec}$ כלפי מעלה. בו-זמנית נעזב ממנוחה כדור שני מגובה 150 מטר. בחר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי, ואת הקרקע כמקום 0.



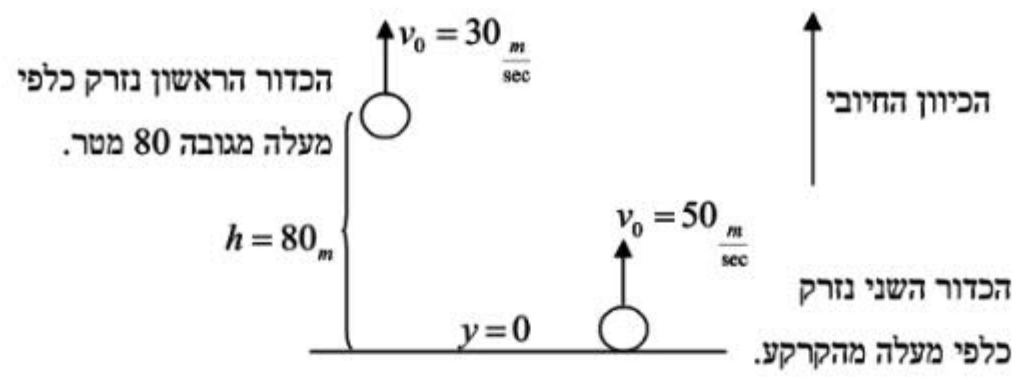
א. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הכדור הראשון הנזרק למעלה כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הכדור השני, הנופל נפילה חופשית, כפונקציה של הזמן.

ג. תוך כמה זמן יחלפו הכדורים זה ליד זה ?

ד. היעזר בביטויים שמצאת בסעיפים א', ב', ורשום ביטוי למרחק בין שני הכדורים כפונקציה של הזמן.
(רמז : המרחק בין הכדורים הוא מקום הכדור השני מהקרקע פחות מקום הכדור הראשון מהקרקע.)
בהסתמך על הביטוי שמצאת צייר גרף של המרחק בין הכדורים כפונקציה של הזמן, עד הרגע שהם חולפים זה ליד זה.

16. כדור נזרק מגובה 80 מטר מעל הקרקע במהירות התחלתית $v_0 = 30 \frac{m}{sec}$ כלפי מעלה. בו-זמנית נזרק כדור שני מהקרקע במהירות התחלתית $v_0 = 50 \frac{m}{sec}$ כלפי מעלה. בחר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי, ואת הקרקע כמקום 0.



א. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למיקום של כל כדור כפונקציה של הזמן.

ב. תוך כמה זמן יחלפו הכדורים זה ליד זה, ובאיזה גובה מעל פני הקרקע זה יקרה ?

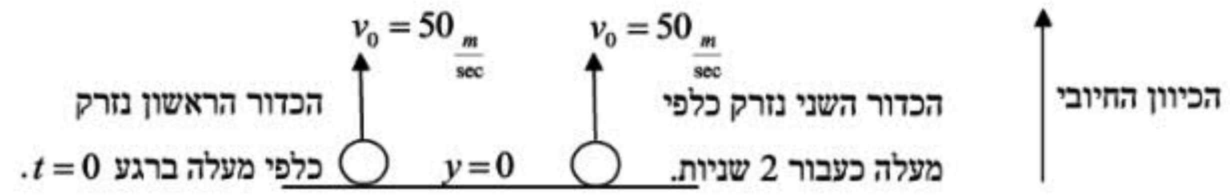
ג. תוך כמה זמן יגיע כל כדור לשיא הגובה, ומהו שיא הגובה עבור כל כדור ?

ד. תוך כמה זמן יגיע כל כדור לקרקע ?

ה. היעזר בביטויים שקיבלת בסעיפים א', ב', וצייר באותה מערכת צירים גרף של מקום הכדורים כפונקציה של הזמן. מה משמעות נקודת החיתוך של הגרפים ? (רמז : הביטויים מייצגים פרבולות "בוכות".)

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

17. כדור ראשון נזרק ברגע $t = 0$ מגובה הקרקע במהירות התחלתית $v_0 = 50 \frac{m}{sec}$ כלפי מעלה. כעבור 2 שניות נזרק כדור שני מהקרקע, גם הוא במהירות התחלתית $v_0 = 50 \frac{m}{sec}$, כלפי מעלה. בחר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי, ואת הקרקע כמקום 0.



א. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום של הכדור הראשון כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הכדור השני כפונקציה של הזמן.

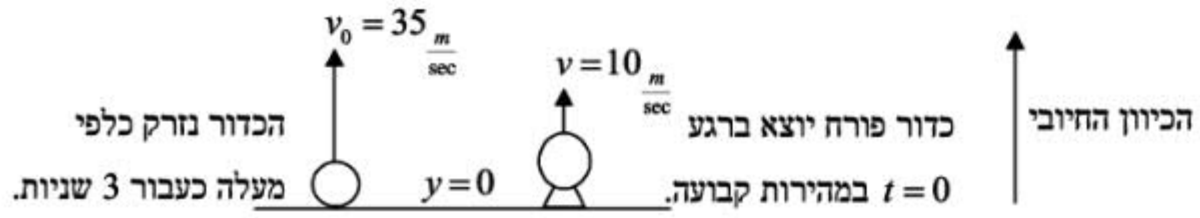
ג. תוך כמה זמן יחלפו הכדורים זה ליד זה, ובאיזה גובה מעל פני הקרקע זה יקרה ?

ד. תוך כמה זמן יגיע הכדור הראשון לקרקע ?

ה. היעזר בביטויים שקיבלת בסעיפים א', ב', וצייר באותה מערכת צירים גרף של מקום הכדורים כפונקציה של הזמן. מה משמעות נקודת החיתוך של הגרפים ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

18. כדור פורח עולה ברגע $t=0$ מהקרקע במהירות קבועה של $v=10\frac{m}{sec}$. כעבור 3 שניות נזרק כדור מהקרקע במהירות התחלתית $v_0=35\frac{m}{sec}$ כלפי מעלה. בחר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי, ואת הקרקע כמקום 0.



א. כמה זמן שוהה הכדור באוויר עד רגע חזרתו לקרקע ? לאיזה גובה מקסימלי יגיע ?

ב. היעזר בנוסחה $y=y_0+vt$, ורשום ביטוי למקום הכדור הפורח כפונקציה של הזמן.

ג. היעזר בנוסחה $y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הכדור כפונקציה של הזמן.

ד. תוך כמה זמן מרגע יציאת הכדור הפורח יחלפו הגופים זה ליד זה, ובאיזה גובה מהקרקע זה יקרה ? שים לב! יש שתי תשובות, וקבע אם הכדור במגמת עלייה או ירידה עבור כל תשובה.

ה. היעזר בביטויים שקיבלת בסעיפים א', ב', וצייר באותה מערכת צירים גרפים של מקום הכדור והכדור הפורח כפונקציה של הזמן. ציין בגרף את נקודות החיתוך של הגרפים.

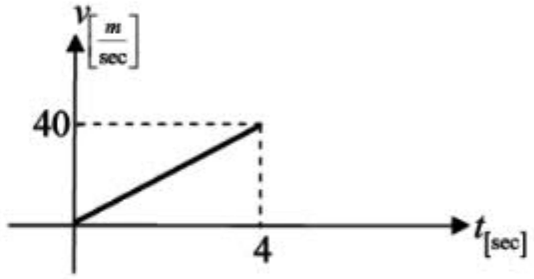
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $v_t=40\frac{m}{sec}$

ב. $t=4_{sec}$

ג.

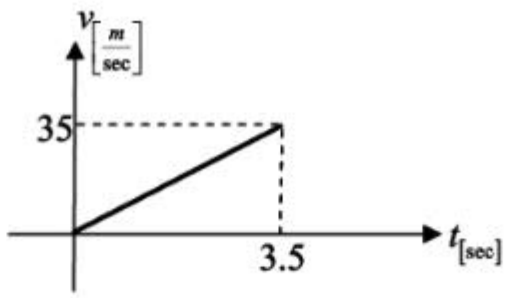


ד. $\frac{40\cdot 4}{2}=80_m$ = שטח משולש.

2. א. $h=61.25_m$

ב. $v_t=35\frac{m}{sec}$

ג.

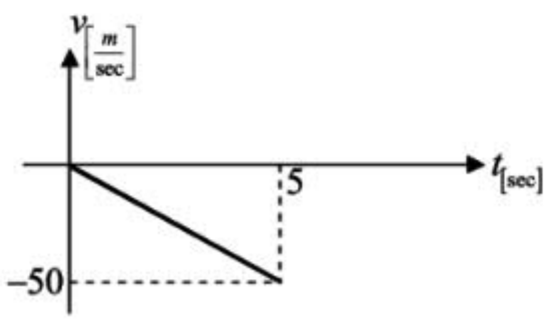


ד. $\frac{35}{3.5}=10\frac{m}{sec^2}$ = שיפוע הגרף.

3. א. $0=125-\frac{10t^2}{2}\Rightarrow t=5_{sec}$

ב. $v_t=50\frac{m}{sec}$ כלפי מטה.

ג.



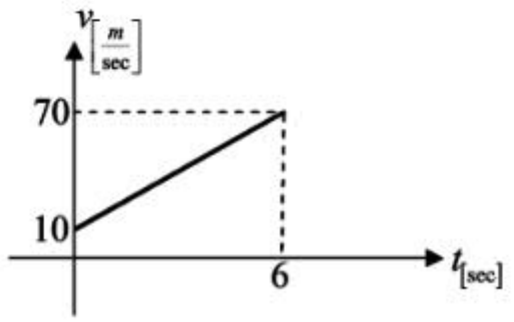
ד. $-\frac{50}{5}=-10\frac{m}{sec^2}$ = שיפוע הגרף. השיפוע יצא שלילי, כי התאוצה מכוונת כלפי מטה - הפוך מהכיוון החיובי.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

4. א. $t=6_{sec}$

ב. $v_t=70_{\frac{m}{sec}}$

ג.



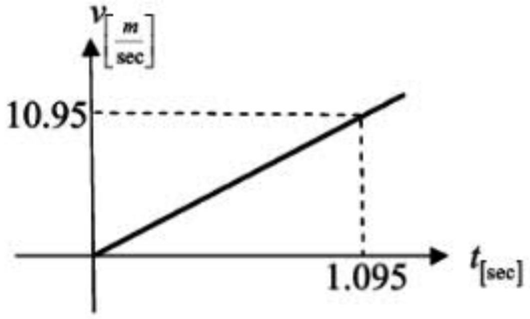
ד. שטח טרפז $=\frac{10+70}{2}\cdot 6=240_m$.

5. א. $t=1_{sec}$, $v_t=10_{\frac{m}{sec}}$

ב. $t=0.095_{sec}$

ג. $v_t=10t$

ד.

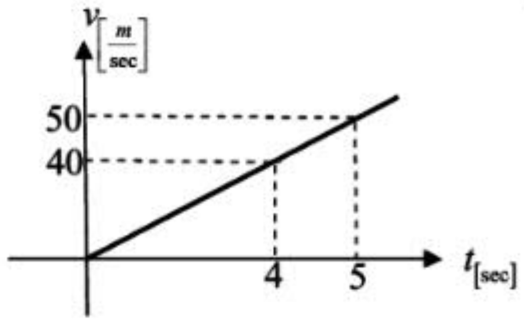


שטח משולש $=\frac{1.095\cdot 10.95}{2}=6_m$.

6. א. $v_t=40_{\frac{m}{sec}}$

ב. $v_t=50_{\frac{m}{sec}}$

ג.



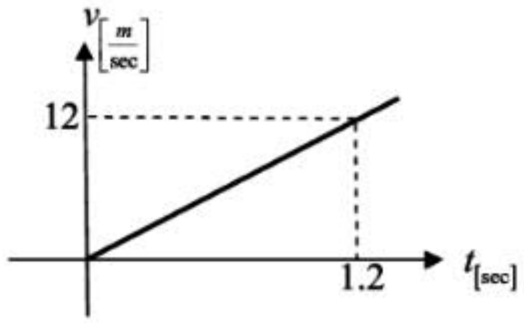
שטח טרפז $=\frac{40+50}{2}\cdot 1=45_m$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

7. א. $v=10_{\frac{m}{sec}}$

ב. $t=1_{sec}$

ג.



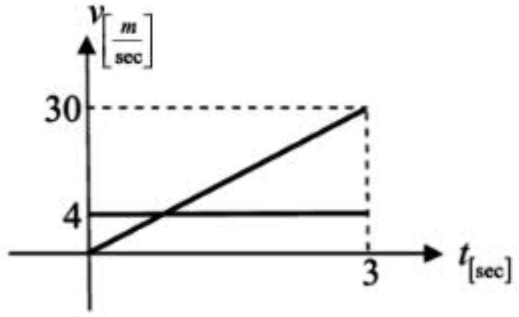
שטח משולש $=\frac{1.2\cdot 12}{2}=7.2_m$.

8. א. $y=5t^2$

ב. $x=4t$

ג. $t=3_{sec}$

ד.



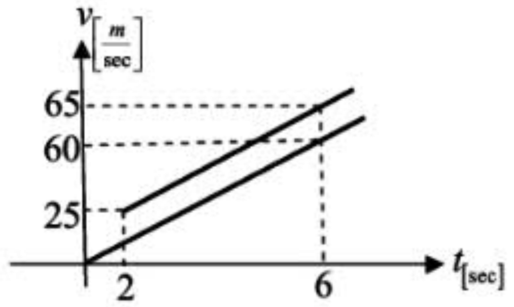
שטח המלבן של הילד $=4\cdot 3=12_m$. שטח המשולש של הכדור $=\frac{3\cdot 30}{2}=45_m$.

9. א. $y=5t^2$

ב. $y=25(t-2)+5(t-2)^2=5t^2+5t-30$

ג. $t=6_{sec}$

ד.



שטח המשולש של הכדור הראשון $=\frac{6\cdot 60}{2}=180_m$. שטח הטרפז של הכדור השני $=\frac{25+65}{2}\cdot 4=180_m$.

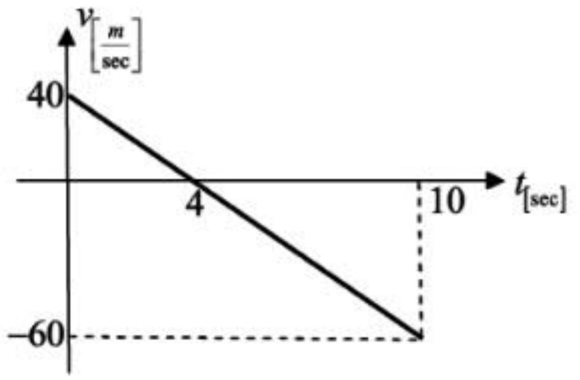
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. א. $t=4_{sec}$

ב. $t=10_{sec}$

ג. $v_t=60_{\frac{m}{sec}}$ כלפי מטה.

ד.



השטח החיובי $=\frac{4\cdot 40}{2}=80_m$ (זה המרחק שעלה הכדור מנקודת הזריקה ועד לשיא הגובה).

השטח השלילי $=\frac{6\cdot 60}{2}=180_m$ (זה המרחק שעשה הכדור משיא הגובה ועד שנגע בקרקע).

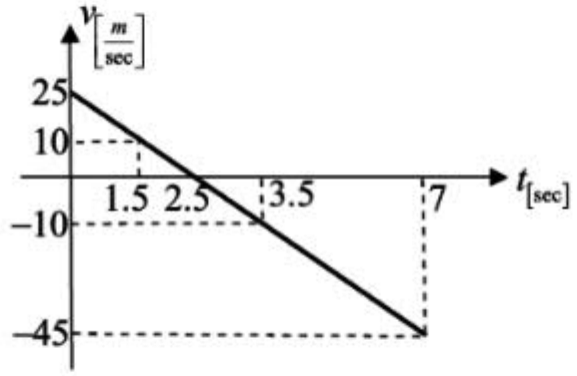
11. א. $t=7_{sec}$

ב. $h_{max}=101.25_m$

ג. $t_1=1.5_{sec}$ (כשהכדור בעלייה.) $t_2=3.5_{sec}$ (כשהכדור בירידה.)

ד. $v_t=25-10t$

ה.



שטח הטרפז כעבור 1.5_{sec} $=\frac{10+25}{2}\cdot 1.5=26.25_m$ (אם נוסיף את הגובה ההתחלתי נקבל : 96.25_m)

שטח המשולש החיובי. $=\frac{2.5\cdot 25}{2}=31.25_m$

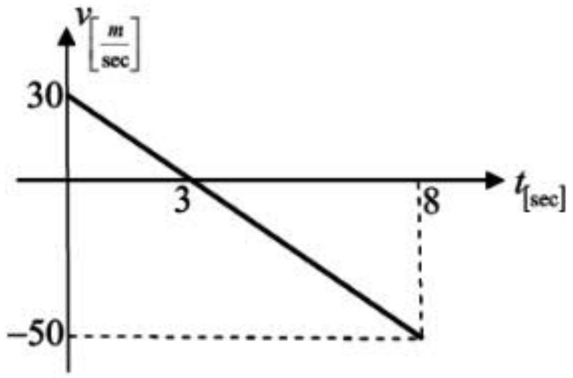
שטח המשולש השלילי עד 3.5_{sec} $=\frac{1\cdot 10}{2}=5_m$ (הכדור עלה 31.25_m לשיא הגובה, וירד 5_m, ולכן עשה בסה"כ העתק של 26.25_m מנקודת הזריקה. אם נוסיף את הגובה ההתחלתי, נקבל גם כן 96.25_m)

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. א. $t=8_{sec}$

ב. $h=80_m$

ג.

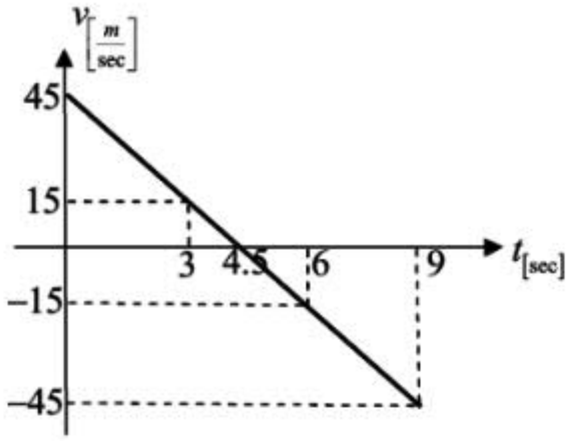


שטח המשולש החיובי. $=\frac{3\cdot 30}{2}=45_m$ הגובה המרבי מעל הקרקע יהיה $h_{max}=80+45=125_m$.

13. א. $t=9_{sec}$

ב. $t_1=3_{sec}$ (כשהכדור בעלייה.) $t_2=6_{sec}$ (כשהכדור בירידה.)

ג.



שטח הטרפז כעבור 3_{sec} $=\frac{45+15}{2}\cdot 3=90_m$

שטח המשולש החיובי. $=\frac{4.5\cdot 45}{2}=101.25_m$

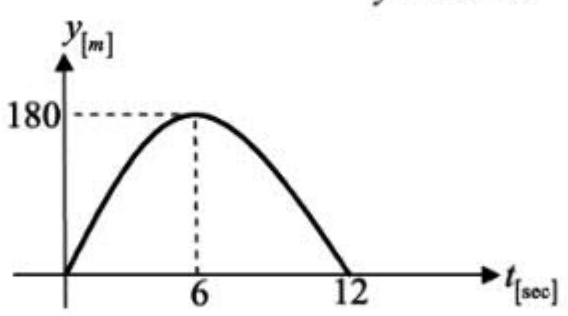
שטח המשולש השלילי עד 6_{sec} $=\frac{1.5\cdot 15}{2}=11.25_m$ (הכדור עלה 101.25_m לשיא הגובה, וירד 11.25_m, ולכן עשה בסה"כ העתק של 90_m מנקודת הזריקה).

14. א. $h_{max}=180_m$

ב. $t=12_{sec}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ג. $y=60t-5t^2$

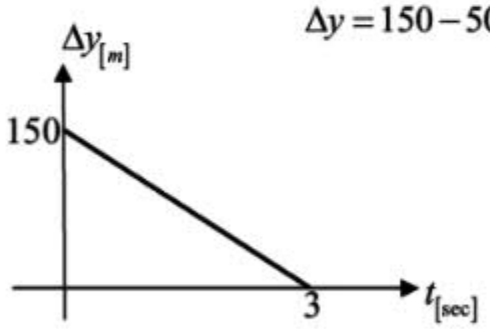


15. א. $y=50t-5t^2$

ב. $y=150-5t^2$

ג. $t=3_{sec}$

ד. $\Delta y=150-50t$



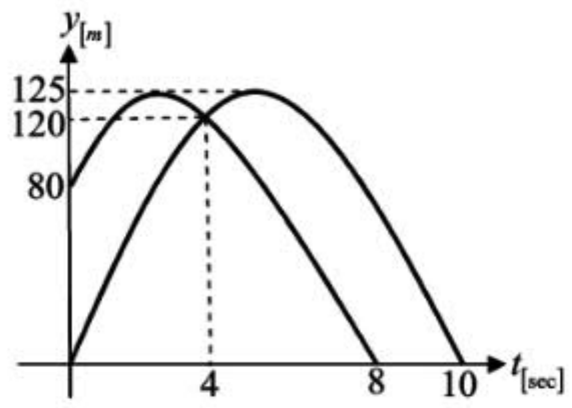
16. א. $y=50t-5t^2$, $y=80+30t-5t^2$

ב. $h=120_m$, $t=4_{sec}$

ג. $h_{max}=125_m$, $t_1=3_{sec}$ $\qquad$ $h_{max}=125_m$, $t_2=5_{sec}$

ד. $t_1=8_{sec}$, $t_2=10_{sec}$

ה.



נקודת החיתוך בין הגרפים מציינת את המפגש של הכדורים.

17. א. $y=50t-5t^2$

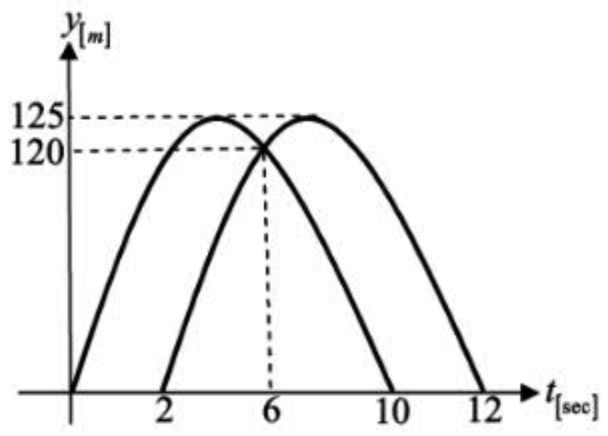
ב. $y=50(t-2)-5(t-2)^2=-5t^2+70t-120$

ג. $h=120_m$, $t=6_{sec}$

ד. $t_1=10_{sec}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ה.



נקודת החיתוך בין הגרפים מציינת את המפגש של הכדורים.

18. א. $h_{max}=61.25_m$, $t=7_{sec}$

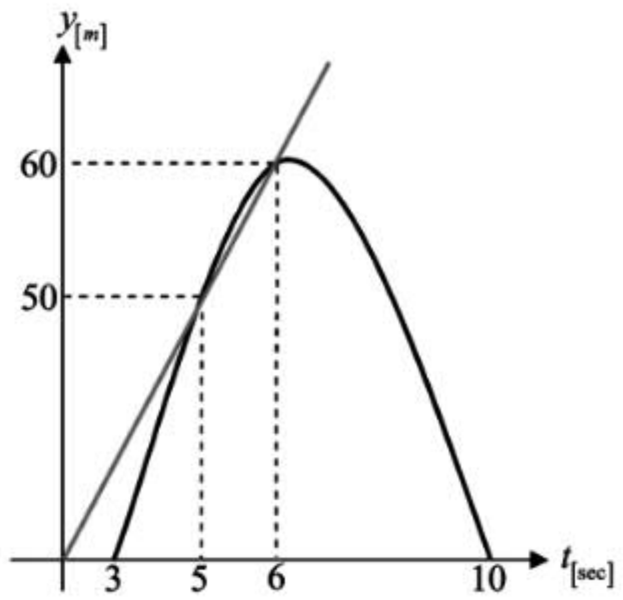
ב. $y=10t$

ג. $y=35(t-3)-5(t-3)^2=-5t^2+65t-150$

ד. $h_1=50_m$, $t_1=5_{sec}$ (הכדור בעליה) $\qquad$ $h_1=60_m$, $t_2=6_{sec}$ (הכדור גם כן בעלייה.)

(הכדור עקף את הכדור הפורח בפעם הראשונה תוך כדי כך שהוא מאט. הכדור הפורח עקף את הכדור בפעם השנייה לפני שהכדור הגיע לשיא הגובה.)

ה.



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

קינמטיקה - גופים באוויר דו-ממדי

נוסחאות

תנועה שוות-תאוצה

נוסחאות לפי מקום :	נוסחאות לפי העתק :
$y=y_0+\frac{v_0+v_t}{2}\cdot t$	$\Delta y=\frac{v_0+v_t}{2}\cdot t$
$v_t=v_0+at$	$v_t=v_0+at$
$y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$	$\Delta y=v_0t+\frac{at^2}{2}$
$2a(y-y_0)=v_t^2-v_0^2$	$2a\Delta y=v_t^2-v_0^2$

במהירות קבועה

$x=x_0+vt$	$\Delta x=vt$

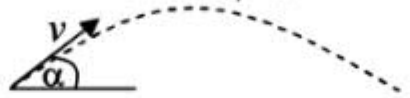
הגדרות

v_0	מהירות התחלתית $\left[\frac{m}{sec}\right]$
v_t	מהירות סופית $\left[\frac{m}{sec}\right]$
a	תאוצת הגוף $\left[\frac{m}{sec^2}\right]$
t	הזמן שחלף $[sec]$
y	מקום הגוף בסוף $[m]$
y_0	מקום הגוף ברגע $t=0$
Δy	העתק - המרחק מנקודת המוצא

זריקה אופקית

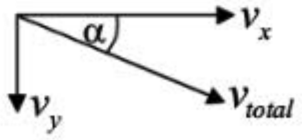
הציר האופקי	הציר האנכי
מהירות קבועה	נפילה חופשית
	$v_0=0$
	$\downarrow a=g=10\frac{m}{sec^2}$

זריקה בזווית



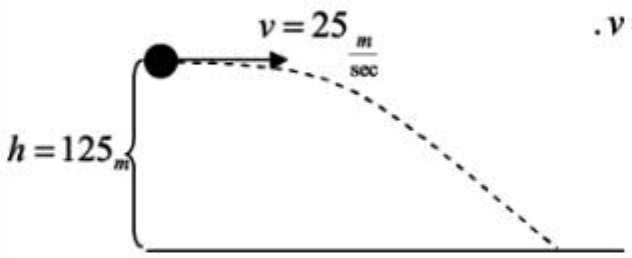
הציר האופקי	הציר האנכי
$v_0=v\cos\alpha$	$v_0=v\sin\alpha$
מהירות קבועה	$\downarrow a=g=10\frac{m}{sec^2}$

מהירות שקולה : $v_{total}=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$, $tg\alpha=\frac{v_y}{v_x}$



הזווית α נמדדת ביחס לציר ה- x.

1. כדור נזרק אופקית מגובה 125_m במהירות אופקית $v=25\frac{m}{sec}$.



א. תוך כמה זמן יפגע הכדור בקרקע ? (שים לב שבציר האנכי המהירות ההתחלתית של הכדור היא 0.)

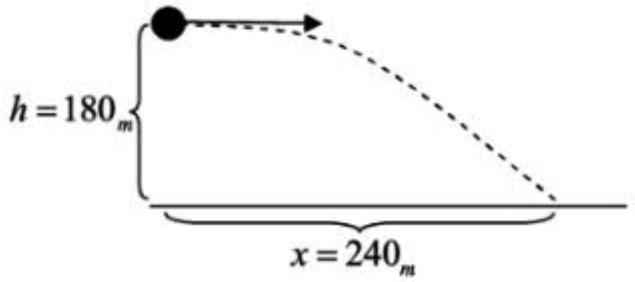
ב. מהו המרחק האופקי שהכדור התקדם באותו זמן ? (שים לב שבציר האופקי הכדור נע במהירות קבועה).

ג. באיזו מהירות אנכית יפגע הכדור בקרקע ?

ד. באיזו מהירות (גודל וכיוון) יפגע הכדור בקרקע ? (שים לב שלכדור יש גם מהירות אופקית וגם מהירות אנכית ברגע פגיעתו בקרקע, ויש לעשות להם שקול).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

2. כדור נזרק אופקית מגובה 180_m, ופוגע באדמה במרחק אופקי של 240_m ממקום הזריקה.

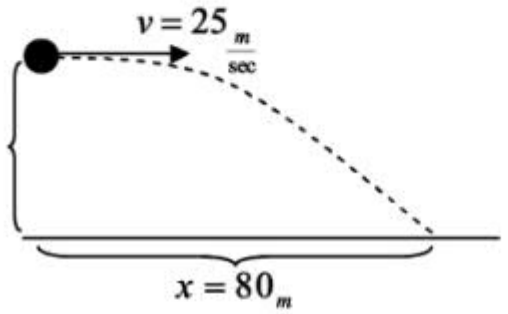


א. תוך כמה זמן יפגע הכדור בקרקע ?

ב. באיזו מהירות נזרק ? (שים לב שמהירות הכדור בציר האופקי הכדור נשארת קבועה).

ג. באיזו זווית יפגע הכדור בקרקע ?

3. כדור נזרק אופקית מגובה מסוים במהירות $v=25\frac{m}{sec}$. הכדור נוחת על הקרקע במרחק אופקי 80_m ממקום הזריקה.



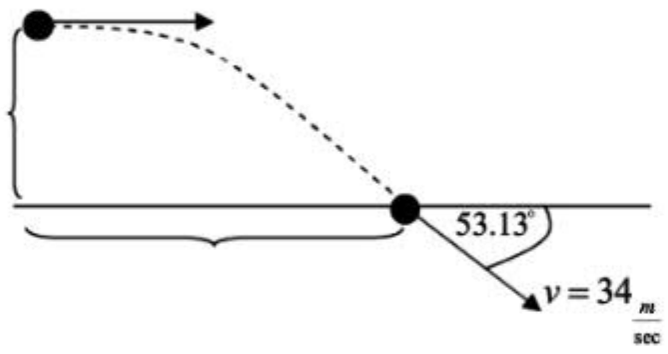
א. כמה זמן שהה הכדור באוויר ?

ב. מאיזה גובה נזרק הכדור ?

ג. באיזו זווית יפגע הכדור בקרקע ?

ד. מה תהיה מהירות הכדור (גודל וכיוון) כעבור שנייה מהרגע שנזרק ?

4. כדור נזרק אופקית מגובה מסוים במהירות מסוימת. ברגע פגיעתו בקרקע הייתה מהירותו של הכדור $34\frac{m}{sec}$ בזווית 53.13° מתחת לאופק.



א. מהי המהירות האנכית שבה פגע הכדור בקרקע ? (פרק את המהירות בקרקע לרכיבים).

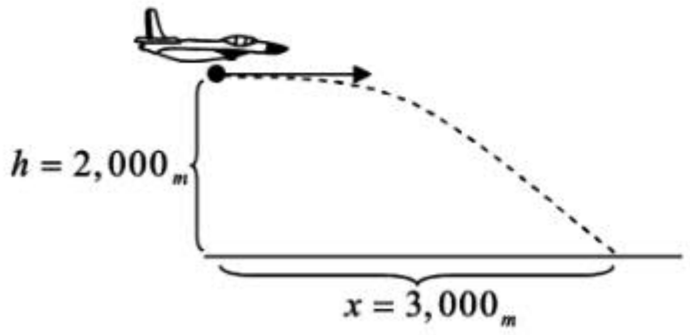
ב. באיזו מהירות נזרק הכדור ? (זכור שהמהירות האופקית נשארת קבועה במשך הנפילה).

ג. כמה זמן שהה הכדור באוויר ?

ד. מהו הגובה שממנו נזרק הכדור, ומהו המרחק האופקי שעבר במהלך הזריקה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

5. מטוס טס בגובה 2,000 מטר ומזהה מטרה, המרוחקת ממנו במרחק אופקי של 3,000 מטר. באותו רגע מטיל המטוס פצצה.



א. כמה זמן תשהה הפצצה באוויר ? (רמז : כשהמטוס עוזב את הפצצה, הפצצה מקבלת את מהירות המטוס. כלומר אין לה מהירות בציר האנכי, ויש לה מהירות בציר האופקי).

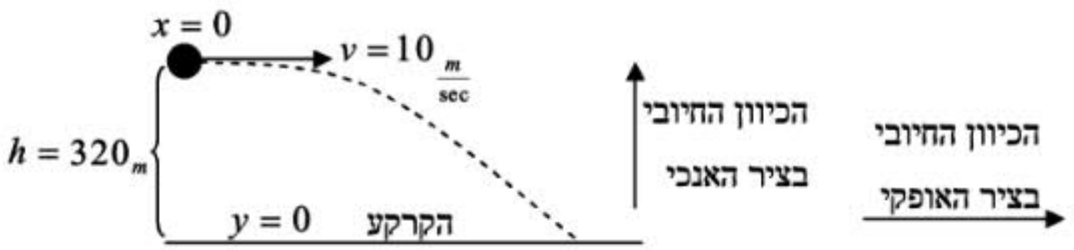
ב. מה צריכה להיות מהירות המטוס כדי שהפצצה תפגע במטרה ?

ג. באיזה גובה תהיה הפצצה כעבור 10 שניות מרגע נפילתה, ואיזה מרחק אופקי היא תעבור ?

6. כדור נזרק ממגדל בגובה 320 מטר במהירות אופקית $v=10\frac{m}{sec}$.

קבע את הקרקע כמקום $y=0$ עבור הציר האנכי, ואת מקום זריקת הכדור כ- $x=0$ עבור הציר האופקי.

כמו כן קבע את הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר האנכי, ואת הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר האופקי.



א. כמה זמן ישהה הכדור באוויר ?

ב. מהו טווח הפגיעה של הכדור (איזה מרחק אופקי יעבור) ?

ג. היעזר בנוסחה $y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום הכדור בציר האנכי (y) כפונקציה של הזמן.

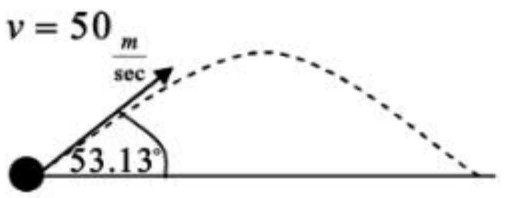
ד. היעזר בנוסחה $x=x_0+vt$, ורשום ביטוי למקום הכדור בציר האופקי (x) כפונקציה של הזמן.

ה. היעזר בנוסחאות שפיתחת בסעיפים ג', ד', ורשום ביטוי למקום הכדור בציר האנכי כפונקציה של מקום הכדור בציר האופקי. כלומר רשום ביטוי של y כפונקציה של x (רמז : יש לבודד את המשתנה t מאחת המשוואות ולהציב אותו במשוואה השנייה, כי הזמן שהכדור היה בציר האופקי זהה לזמן שהוא היה בציר האנכי).

ו. צייר בעזרת הנוסחה, שפיתחת בסעיף ה', את משוואת המסלול. כלומר גרף של המקום האנכי y כפונקציה של המקום האופקי x (שים לב שקיבלת משוואה של פרבולה "בוכה"). סמן בציור את נקודות החיתוך עם הצירים.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

7. כדור נזרק במהירות $v=50\frac{m}{sec}$ מהקרקע בזווית $\alpha=53.13^\circ$ מעל האופק.

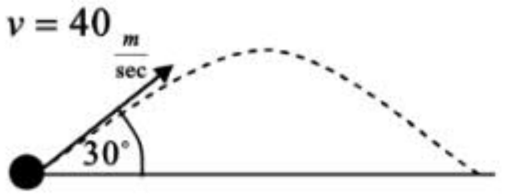


א. מהי המהירות ההתחלתית של הכדור בציר האופקי ובציר האנכי ?

ב. כמה זמן שוהה הכדור באוויר ? (רמז : שים לב שבציר האנכי הכדור חוזר לגובה ממנו נזרק).

ג. מה המרחק האופקי שעבר הכדור ? (שים לב שבציר האופקי הכדור נע במהירות קבועה).

8. כדור נזרק במהירות $v=40\frac{m}{sec}$ מהקרקע בזווית $\alpha=30^\circ$ מעל האופק.

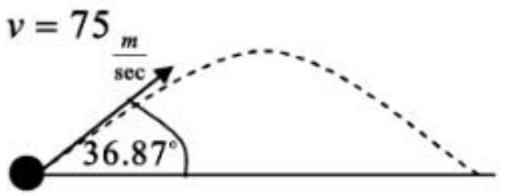


א. מהי המהירות ההתחלתית של הכדור בציר האופקי ובציר האנכי ?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור ? (רמז : שים לב שבציר האנכי הכדור נעצר בשיא הגובה).

ג. מהי המהירות (גודל וכיוון) שבה יפגע הכדור בקרקע ? (שים לב שכאשר הכדור פוגע בקרקע, יש לו גם מהירות בציר האנכי וגם בציר האופקי).

9. כדור נזרק במהירות $v=75\frac{m}{sec}$ מהקרקע בזווית $\alpha=36.87^\circ$ מעל האופק.



א. מהו הגובה המקסימלי שאליו יגיע הכדור ?

ב. כמה זמן שוהה הכדור באוויר עד שהוא פוגע בקרקע ?

ג. מהו טווח הזריקה ? (הכוונה למרחק האופקי שיעבור הכדור עד שיפגע בקרקע).

ד. כמה זמן יעבור עד שהכדור יגיע לגובה של 90 מטר ? (הסבר מדוע מתקבלות 2 תשובות).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. תותח יורה פגז במהירות $v=250\frac{m}{sec}$ מהקרקע בזווית $\alpha=36.87^\circ$ מעל האופק. התותח נמצא על גבעה בגובה 320_m מעל הקרקע. בחר את הקרקע כמקום $y=0$ בציר האנכי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר זה.

א. היעזר בנוסחה $y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, וחשב כמה זמן שוהה הפגז באוויר.

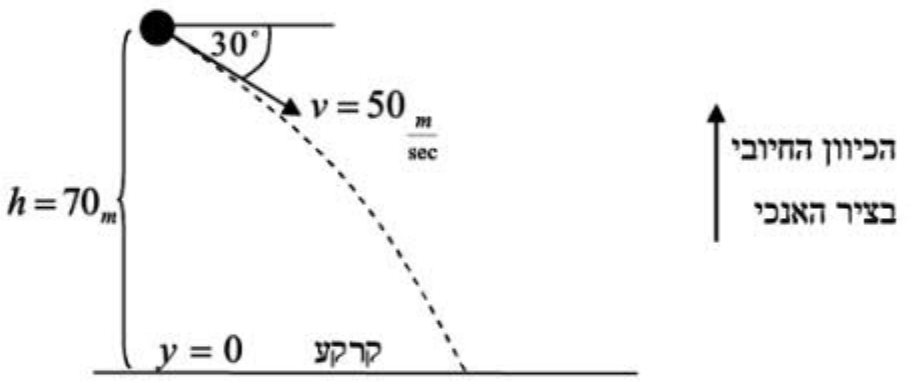
ב. לאיזה גובה מקסימלי מעל פני הקרקע יגיע הפגז ? (זכור שבשיא הגובה אין לפגז מהירות בציר האנכי).

ג. מהו טווח הירייה של הפגז ? (הכוונה למרחק האופקי שיעבור הפגז עד שיפגע בקרקע).

ד. באיזו מהירות (גודל וכיוון) יפגע הפגז בקרקע ?

11. כדור נזרק במהירות $v=50\frac{m}{sec}$ בזווית $\alpha=30^\circ$ מתחת האופק. הכדור נזרק ממגדל בגובה 70_m מעל הקרקע.

בחר את הקרקע כמקום $y=0$ בציר האנכי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר זה.



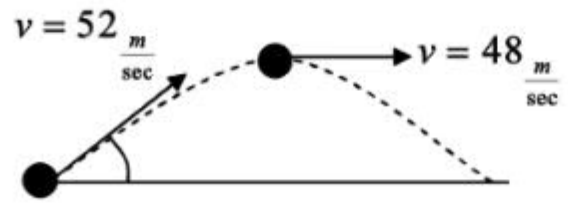
א. היעזר בנוסחה $y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, וחשב כמה זמן שוהה הפגז באוויר (שים לב שכיוון המהירות והתאוצה בציר האנכי מנוגדים לכיוון החיובי הנבחר).

ב. איזה מרחק אופקי יעבור הכדור עד פגיעתו בקרקע ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. כדור נזרק במהירות $v=52\frac{m}{sec}$ מהקרקע בזווית מסוימת מעל האופק.

ידוע שבשיא הגובה מהירות הכדור היא $48\frac{m}{sec}$



א. באיזו זווית נזרק הכדור ? (שים לב שבציר האופקי המהירות נשארת קבועה).

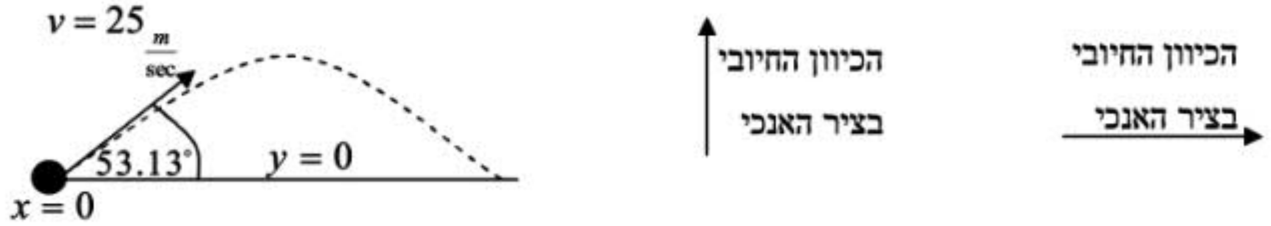
ב. מהו טווח הזריקה של הכדור ?

ג. כעבור כמה זמן מרגע הזריקה תהיה מהירות הכדור $50.29\frac{m}{sec}$, כשהכדור במגמת <u>ירידה</u> ? (רמז : המהירות $50.29\frac{m}{sec}$ מורכבת מרכיב אופקי ומרכיב אנכי. מצא את הרכיב האנכי, ושים לב לכיוונו).

13. כדור נזרק במהירות $v=25\frac{m}{sec}$ מהקרקע בזווית 53.13° מעל האופק.

בחר את הקרקע כמקום $y=0$ בציר האנכי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר זה.

כמו כן בחר את נקודת הזריקה כמקום $x=0$ בציר האופקי, ואת הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר זה.



א. מצא את המהירות ההתחלתית של הכדור בכל ציר.

ב. היעזר בנוסחה $y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום האנכי של הכדור כפונקציה של הזמן.

ג. היעזר בנוסחה $x=x_0+vt$, ורשום ביטוי למקום הכדור בציר האופקי כפונקציה של הזמן.

ד. היעזר בנוסחאות שפיתחת בסעיפים ב', ג', ורשום את משוואת המסלול. כלומר את המקום האנכי y כפונקציה של המקום האופקי x (רמז : יש לבודד את המשתנה t מאחת המשוואות ולהציב אותו במשוואה השנייה, כי הזמן שהכדור היה בציר האופקי זהה לזמן שהוא היה בציר האנכי).

ה. צייר בעזרת הנוסחה שפיתחת בסעיף ד' את משוואת המסלול. כלומר גרף של המקום האנכי y כפונקציה של המקום האופקי x (שים לב שקיבלת משוואה של פרבולה "בוכה"). סמן בציור את נקודות החיתוך עם הצירים ואת קודקוד הפרבולה. קבע מהגרף מהו טווח זריקת הכדור, ולאיזה גובה מקסימלי יגיע.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

14. כדור נזרק במהירות v מהקרקע בזווית α מעל האופק.

בתרגיל זה יש להשתמש ב- g במקום $10\ \frac{m}{sec^2}$

א. בטא את המהירות ההתחלתית של הכדור בכל ציר בעזרת v,α.

ב. תוך כמה זמן יגיע הכדור בחזרה לקרקע ? יש לבטא את התשובה בעזרת v,α,g (רמז : היעזר בנוסחה $y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, תוך שימוש בנתון שהכדור חוזר לגובהו ההתחלתי, ובודד מהנוסחה את t).

ג. מצא את טווח הזריקה של הכדור (כלומר את המרחק האופקי שעבר). יש לבטא את התשובה בעזרת v,α,g, ולהיעזר בזהות $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ (רמז : הזמן שמצאת בסעיף ב' הוא גם הזמן שהכדור נע בציר האופקי).

ד. בידיעה ש- $\sin 2\alpha$ מקבל ערך מקסימלי 1, מה צריכה להיות הזווית α כדי שטווח הזריקה יהיה מרבי ?

15. שני כדורים נזרקים בו-זמנית. כדור אחד נזרק במהירות $v=40\ \frac{m}{sec}$ מהקרקע, בזווית $\alpha=36.87^\circ$ מעל האופק.

כדור שני נזרק אופקית במרחק אנכי מסוים, בדיוק מעל הכדור הראשון.

בחר את הקרקע כמקום $y=0$ בציר האנכי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר זה.

כמו כן בחר את נקודות הזריקה כמקום $x=0$ בציר האופקי, ואת הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר זה.

א. באיזו מהירות יש לזרוק את הכדור שנזרק אופקית, כדי שלו ולכדור השני יהיה אותה מהירות אופקית ? מהי המשמעות שיש לשניהם אותה מהירות בציר האופקי ?

ב. כמה זמן שהה הכדור שנזרק בזווית באוויר ?

ג. מאיזה גובה יש לזרוק את הכדור שנזרק אופקית כדי שיגיע לקרקע בו-זמנית עם הכדור השני ?

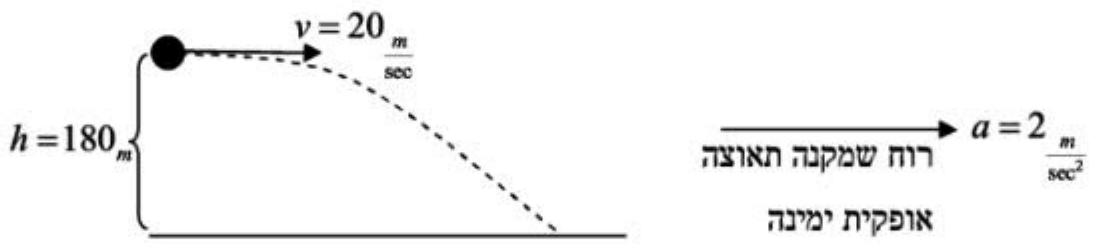
ד. היעזר בנוסחה $y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום עבור כל כדור ביטוי למקום האנכי כפונקציה של הזמן.

ה. היעזר בביטויים שרשמת בסעיף ד', ורשום ביטוי למרחק האנכי בין הכדורים כפונקציה של הזמן (רמז : יש לחסר את המיקום של הכדור העליון מהמיקום של הכדור התחתון). על סמך הביטוי שקיבלת צייר גרף של המרחק האנכי בין הכדורים כפונקציה של הזמן. ציין בגרף את נקודות החיתוך עם הצירים.

ו. היעזר בגרף, ומצא את המרחק האנכי בין הכדורים, כאשר הכדור שנזרק בזווית הגיע לשיא הגובה.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

16. כדור נזרק אופקית מגובה $h=180_m$, במהירות $v=20\ \frac{m}{sec}$. באותו זמן נושבת רוח אופקית על הכדור בכיוון הזריקה, והיא מקנה לו תאוצה אופקית ימינה $a=2\ \frac{m}{sec^2}$.



א. תוך כמה זמן יפגע הכדור בקרקע ?

ב. מה יהיה טווח הזריקה ? (שים לב שבציר האופקי המהירות לא קבועה !)

ג. באיזו זווית יפגע הכדור בקרקע ?

17. כדור נזרק אופקית מגובה $h=125_m$ במהירות מסוימת. באותו זמן נושבת רוח אופקית על הכדור בכיוון המנוגד לכיוון הזריקה, ומקנה לו תאוצה אופקית שמאלה $a=5\ \frac{m}{sec^2}$.

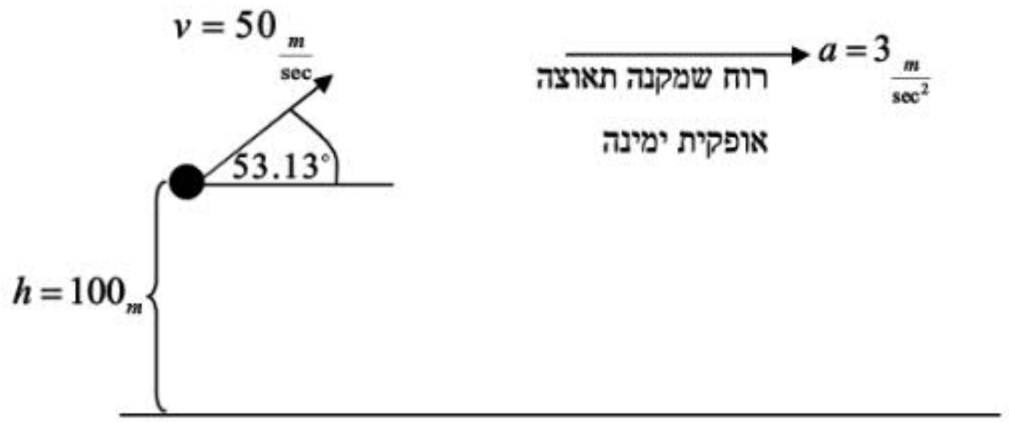
א. תוך כמה זמן יפגע הכדור בקרקע ?

ב. מה צריכה להיות מהירות הזריקה, כדי שהכדור יפגע בקרקע בלי מהירות בציר האופקי ? מה תהיה זווית הפגיעה של הכדור בקרקע במקרה זה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

18. כדור נזרק במהירות $v = 50\frac{m}{sec}$ מגובה $h = 100_m$ מעל הקרקע בזווית 53.13° מעל האופק.

באותו זמן נושבת רוח אופקית על הכדור בכיוון הזריקה, ומקנה לו תאוצה אופקית ימינה $a = 3\frac{m}{sec^2}$.



מהו טווח הזריקה ? (שים לב שבציר האופקי המהירות לא קבועה).

19. כדור נזרק אופקית מגובה $h = 405_m$, במהירות $v = 16\frac{m}{sec}$. באותו זמן נושבת רוח אופקית על הכדור בכיוון המנוגד לכיוון הזריקה, ומקנה לו תאוצה אופקית שמאלה $a = 4\frac{m}{sec^2}$.

בחר את הקרקע כמקום $y = 0$ בציר האנכי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר זה.

כמו כן בחר את נקודות הזריקה כמקום $x = 0$ בציר האופקי, ואת הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר זה.

א. תוך כמה זמן יפגע הכדור בקרקע ?

ב. תוך כמה זמן יעצור הכדור בציר האופקי ? מה יהיה העתקו האופקי והעתקו האנכי ברגע זה ?

ג. תוך כמה זמן יחזור הכדור למקום $x = 0$? מה יהיה גובהו מהקרקע ברגע זה ?

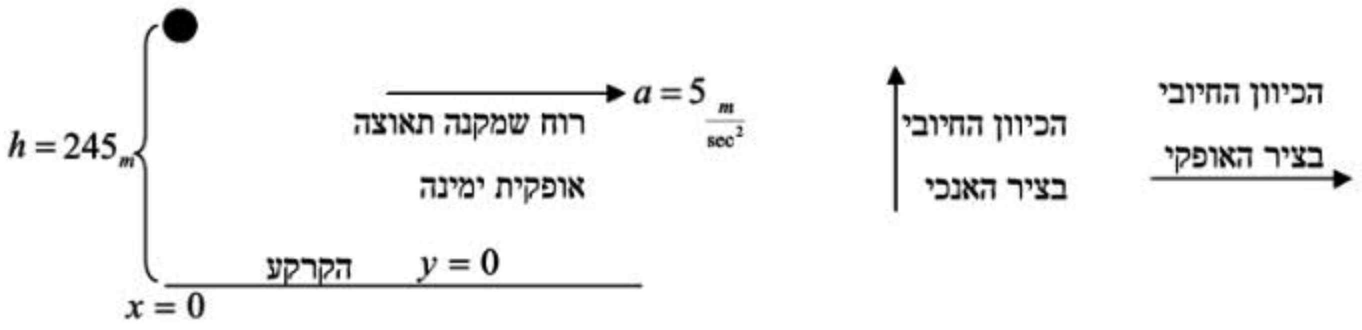
ד. חשב את המקום האופקי שבו יימצא הכדור ברגע פגיעתו בקרקע.

ה. צייר באופן איכותי בלבד את מסלול הכדור (כלומר גרף של המקום האנכי y כפונקציה של המקום האופקי x). ציין בגרף את מקום הכדור ברגעים שחישבת בסעיפים ב', ג', ד'.

20. כדור נעזב (ללא מהירות) מגובה $h = 245_m$. באותו זמן נושבת רוח אופקית על הכדור, ומקנה לו תאוצה ימינה $a = 5\frac{m}{sec^2}$.

בחר את הקרקע כמקום $y = 0$ בציר האנכי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר זה.

כמו כן בחר את נקודות הזריקה כמקום $x = 0$ בציר האופקי, ואת הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר זה.



א. היעזר בנוסחה $y = y_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום האנכי של הכדור כפונקציה של הזמן.

ב. היעזר בנוסחה $x = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום האופקי של הכדור כפונקציה של הזמן.

ג. היעזר בביטויים שרשמת בסעיפים א', ב', ורשום את משוואת המסלול (כלומר ביטוי של המקום y כפונקציה של המקום x).

ד. צייר את גרף המסלול (גרף של המקום y כפונקציה של המקום x) בעזרת הביטוי שפיתחת בסעיף ג'.

ציין בגרף את נקודות החיתוך עם הצירים, והסבר את משמעותן.

ה. באיזו זווית יפגע הכדור בקרקע ?

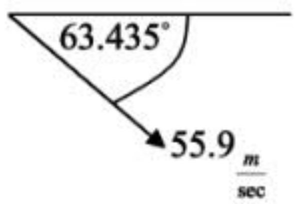
תשובות

1. א. $t=5_{sec}$

ב. $x=125_m$

ג. $v_y=50\ _{\frac{m}{sec}}$ כלפי מטה.

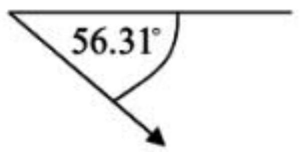
ד. $v=55.9\ _{\frac{m}{sec}}$ בזווית $\alpha=63.435^\circ$ מתחת לציר האופקי החיובי.



2. א. $t=6_{sec}$

ב. $v=40\ _{\frac{m}{sec}}$

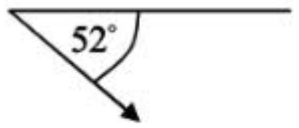
ג. $\alpha=56.31^\circ$ מתחת לציר האופקי החיובי.



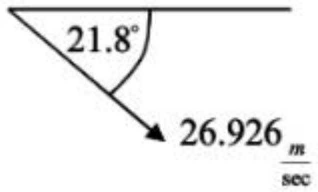
3. א. $t=3.2_{sec}$

ב. $h=51.2_m$

ג. $\alpha=52^\circ$ מתחת לציר האופקי החיובי.



ד. $v=26.926\ _{\frac{m}{sec}}$ בזווית $\alpha=21.8^\circ$ מתחת לציר האופקי החיובי.



4. א. $v_y=27.2\ _{\frac{m}{sec}}$ כלפי מטה.

ב. $v=20.4\ _{\frac{m}{sec}}$

ג. $t=2.72_{sec}$

ד. $h=36.992_m$, $x=55.488_m$

5. א. $t=20_{sec}$

ב. $v=150\ _{\frac{m}{sec}}$

ג. $h=1,500_m$, $x=1,500_m$

6. א. $t=8_{sec}$

ב. $x=80_m$

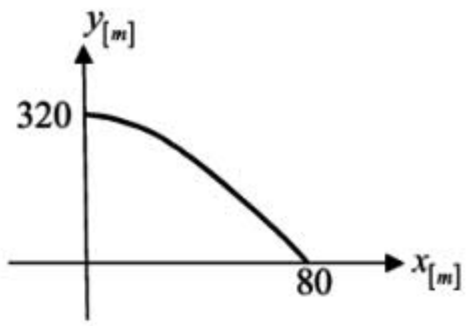
ג. $y=320-5t^2$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ד. $x=10t$

ה. $y=320-0.05x^2$

ו.



7. א. $v_y=40\ _{\frac{m}{sec}}$, $v_x=30\ _{\frac{m}{sec}}$

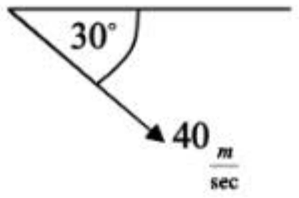
ב. $t=8_{sec}$

ג. $x=240_m$

8. א. $v_y=20\ _{\frac{m}{sec}}$, $v_x=34.641\ _{\frac{m}{sec}}$

ב. $h_{max}=20_m$

ג. $v=40\ _{\frac{m}{sec}}$ בזווית $\alpha=30^\circ$ מתחת לציר האופקי החיובי.



9. א. $h_{max}=101.25_m$

ב. $t=9_{sec}$

ג. $x=540_m$

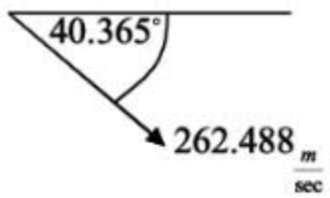
ד. $t_1=3_{sec}$ (כשהכדור בעלייה.) $t_2=6_{sec}$ (כשהכדור בירידה.)

10. א. $t=32_{sec}$

ב. $h_{max}=1,445_m$

ג. $x=6,400_m$

ד. $v=262.488\ _{\frac{m}{sec}}$ בזווית $\alpha=40.365^\circ$ מתחת לציר האופקי החיובי.



11. א. $0=70-25t-5t^2 \Rightarrow t=2_{sec}$

ב. $x=86.6_m$

12. א. $\alpha=22.62^\circ$ מעל הציר האופקי החיובי.

ב. $x=192_m$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ג. $t = 3.5_{sec}$ (המהירות האנכית ברגע זה היא $v = 15_{\frac{m}{sec}}$ כלפי מטה).

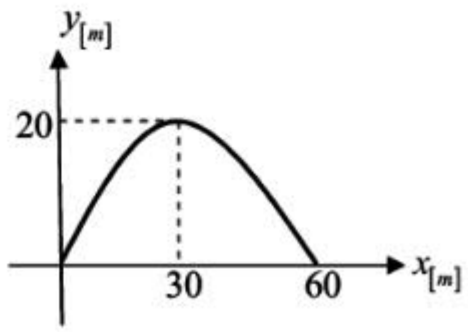
13. א. $v_x = 15_{\frac{m}{sec}}$, $v_y = 20_{\frac{m}{sec}}$

ב. $y = 20t - 5t^2$

ג. $x = 15t$

ד. $y = 1\frac{1}{3}x - \frac{1}{45}x^2$

ה.



טווח הזריקה הוא $x = 60_m$. הגובה המקסימלי הוא $h_{max} = 20_m$.

14. א. $v_x = v\cos\alpha$, $v_y = v\sin\alpha$

ב. $y = v\sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2}t^2 \;\Rightarrow\; t = \frac{2v\sin\alpha}{g}$

ג. $x = \frac{v sin\alpha \cdot 2v cos\alpha}{g} = \frac{v^2 sin 2\alpha}{g}$

ד. $\sin 2\alpha = 1 \;\Rightarrow\; 2\alpha = 90^\circ \;\Rightarrow\; \alpha = 45^\circ$

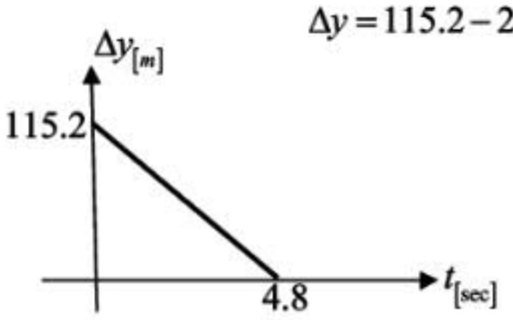
15. א. $v = 32_{\frac{m}{sec}}$ בכיוון הציר האופקי. שני הכדורים נמצאים כל הזמן באותו מקום אופקי (האחד מעל האחר).

ב. $t = 4.8_{sec}$

ג. $h = 115.2_m$

ד. עבור הכדור שנזרק בזווית: $y = 24t - 5t^2$ עבור הכדור שנזרק אופקית: $y = 115.2 - 5t^2$

ה. $\Delta y = 115.2 - 24t$



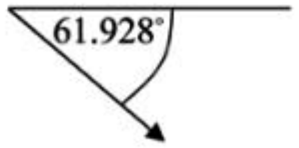
ו. $t = 2.4_{sec}$, ולכן $\Delta y = 115.2 - 24 \cdot 2.4 = 57.6_m$ (זוהי גם נקודת האמצע בגרף).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

16. א. $t = 6_{sec}$

ב. $x = 156_m$

ג. בזווית $\alpha = 61.928^\circ$ מתחת לציר האופקי החיובי.



17. א. $t = 5_{sec}$

ב. $v = 25_{\frac{m}{sec}}$ הכדור יפגע בניצב לקרקע (בזווית 90° מתחת לציר האופקי).

18. $x = 450_m$

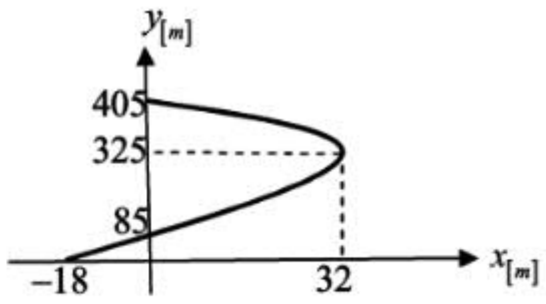
19. א. $t = 9_{sec}$

ב. $t = 4_{sec}$. מקומו האופקי יהיה $x = 32_m$, וגובהו ביחס לקרקע יהיה $y = 325_m$.

ג. $t = 8_{sec}$. גובהו ביחס לקרקע יהיה $y = 85_m$.

ד. $x = -18_m$

ה.

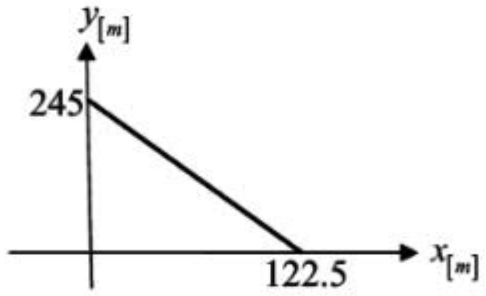


20. א. $y = 245 - 5t^2$

ב. $x = 2.5t^2$

ג. $y = 245 - 2x$

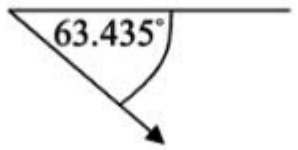
ד.



נקודת החיתוך עם ציר ה- y מציינת את הגובה ההתחלתי של הכדור.

נקודת החיתוך עם ציר ה- x מציינת את מקום הכדור בציר האופקי ברגע פגיעתו בקרקע.

ה. בזווית $\alpha = 63.435^\circ$ מתחת לציר האופקי החיובי.



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

קינמטיקה וחוקי ניוטון

נוסחאות

תנועה שוות-תאוצה

נוסחאות לפי מקום :	נוסחאות לפי העתק :
$x = x_0 + \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$	$\Delta x = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$
$v_t = v_0 + at$	$v_t = v_0 + at$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$
$2a(x - x_0) = v_t^2 - v_0^2$	$2a\Delta x = v_t^2 - v_0^2$

מהירות קבועה

$x = x_0 + vt$	$\Delta x = vt$

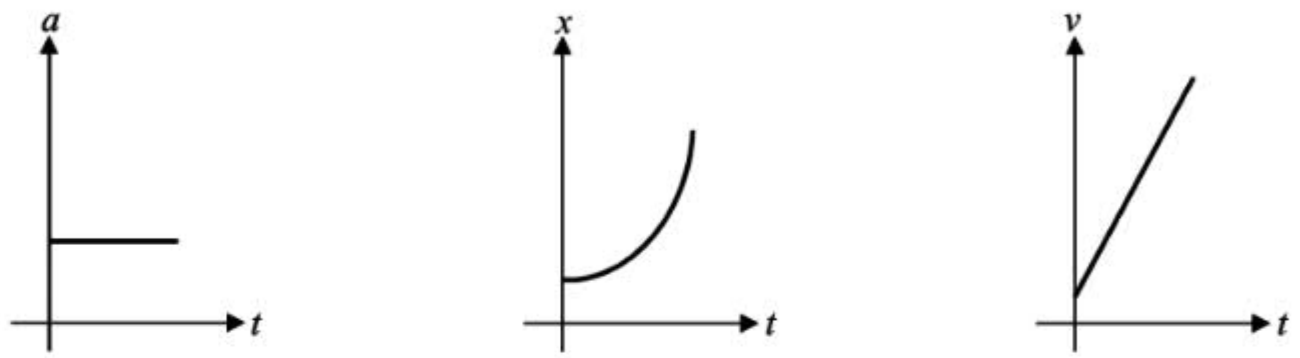
הגדרות

v_0	מהירות התחלתית $\left[\frac{m}{sec}\right]$
v_t	מהירות סופית $\left[\frac{m}{sec}\right]$
a	תאוצת הגוף $\left[\frac{m}{sec^2}\right]$
t	הזמן שחלף $[sec]$
x	מקום הגוף בסוף $[m]$
x_0	מקום הגוף ברגע $t=0$
Δx	העתק - המרחק מנקודת המוצא

העתק : $\Delta x = x - x_0$

גרפים

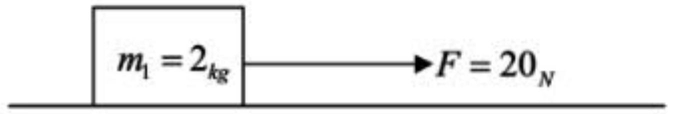
מהירות כפונקציה של הזמן	מקום כפונקציה של הזמן	תאוצה כפונקציה של הזמן
שיפוע = תאוצה	שיפוע = מהירות	שטח = שינוי במהירות Δv
שטח = העתק Δx		



חיכוך קינטי : $f_k = \mu_k \cdot N$

חיכוך סטטי מקסימלי : $f_{s,\max} = \mu_s \cdot N$ (זהו החיכוך הסטטי המקסימלי שגוף במנוחה יכול להרגיש.)

1. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה. המשטח חלק ואין חיכוך.



א. מהי תאוצת המערכת ?

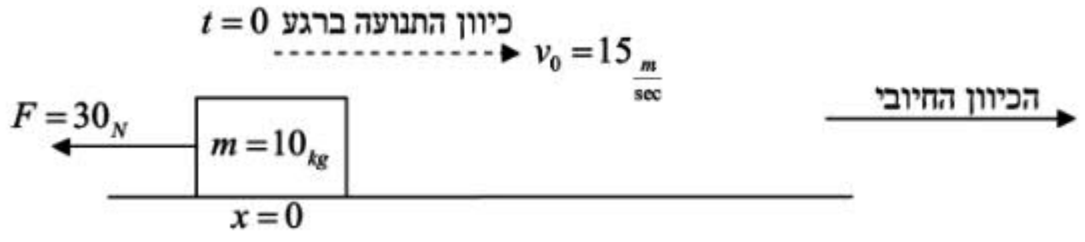
ב. מהו ההעתק שתעשה המסה במשך 5 שניות ?

ג. מה תהיה מהירותה של המסה כעבור 5 שניות ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

2. נתונה המערכת הבאה, שנמצאת ברגע $t=0$ בתנועה ימינה, במהירות $v_0 = 15_{\frac{m}{sec}}$. המשטח חלק ואין חיכוך.

הגדר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי, ואת מקום המסה ברגע $t=0$ כמקום $x=0$.



א. מה תהיה תאוצת המערכת (גודל וכיוון) ? הסבר מדוע התאוצה לא משתנה במהלך התנועה.

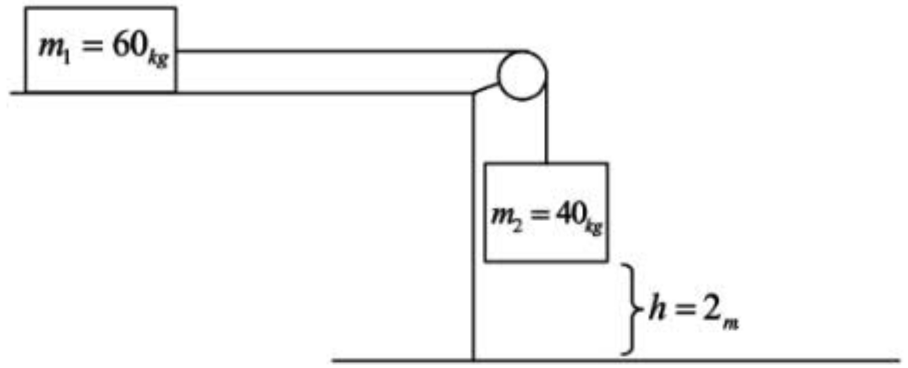
ב. תוך כמה זמן מרגע $t=0$ תעצור המסה ? היכן היא תהיה ברגע העצירה ?

ג. היעזר בנוסחה $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, וחשב תוך כמה זמן מרגע $t=0$ תחזור המסה למקום $x=0$.

ד. תוך כמה זמן מרגע $t=0$ תגיע המסה למקום $x = -36_m$?

ה. צייר גרף של מהירות המסה m כפונקציה של הזמן. בעזרת השטח המתאים חשב את ההעתק המקסימלי שאליו תגיע המסה.

3. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה. המשטח חלק ואין חיכוך. המסה m_2 נמצאת בגובה 2 מטר מעל הקרקע.



א. מהי תאוצת המערכת ?

ב. תוך כמה זמן תגיע המסה m_2 לקרקע ?

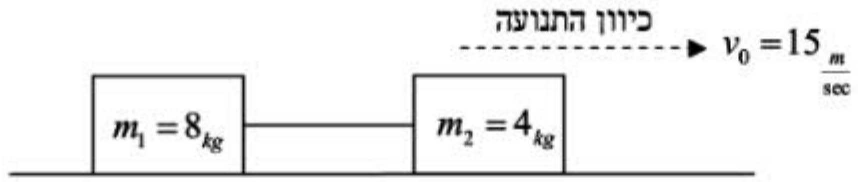
ג. מה תהיה מהירות המערכת ברגע שהמסה m_2 תיגע בקרקע ?

ד. אילו כוחות פועלים על המסה m_1, כאשר המסה m_2 נעצרת בקרקע ? מה המשמעות שנובעת מכך לגבי מהירותה ? הנח שהמסה m_1 נשארת על המשטח (רמז : כשהמסה m_2 נעצרת בקרקע, החבל נהיה רפוי.)

ה. צייר גרף של מהירות המסה m_1 כפונקציה של הזמן (הנח שהיא נשארת על המשטח).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

4. נתונה המערכת הבאה, שנמצאת ברגע $t=0$ בתנועה ימינה במהירות $v_0=15\frac{m}{sec}$. מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסות הוא $\mu_s=0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k=0.1$.



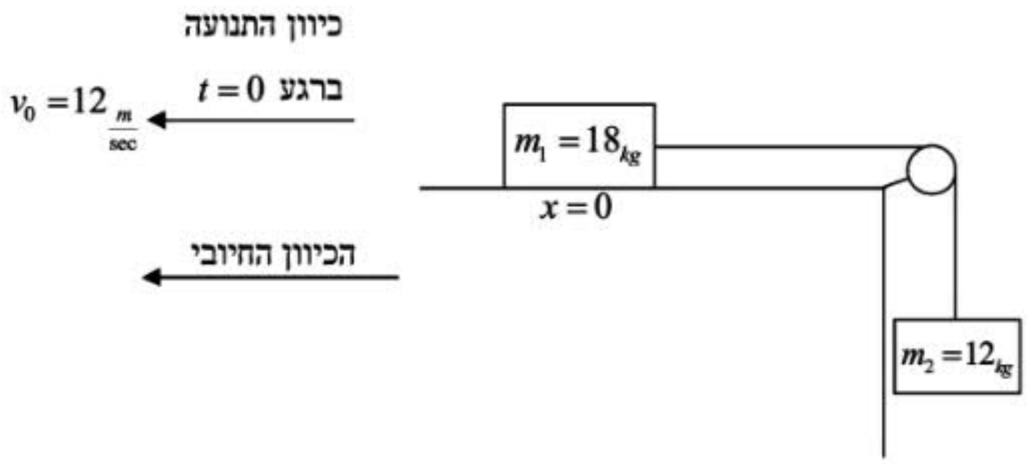
א. מה תהיה תאוטת המערכת ?

ב. תוך כמה זמן המסות יעצרו, ומה המרחק שיעברו עד רגע עצירתן ?

ג. איזה כוח מינימלי יש להפעיל על מערכת המסות לאחר שנעצרו על מנת שיתחילו לנוע שוב ?

ד. בהנחה שהמערכת התחילה לנוע שוב לאחר העצירה, איזה כוח יש להפעיל עליה כדי שתנוע במהירות קבועה ?

5. נתונה המערכת הבאה, שנמצאת ברגע $t=0$ בתנועה שמאלה במהירות $v_0=12\frac{m}{sec}$. מקום המסה m_1 ברגע $t=0$ ייקבע כמקום $x=0$. הכיוון שמאלה ייחשב ככיוון החיובי עבור המסה m_1.



א. חשב את תאוצת המערכת (גודל וכיוון). הסבר מדוע התאוצה לא משתנה במהלך התנועה.

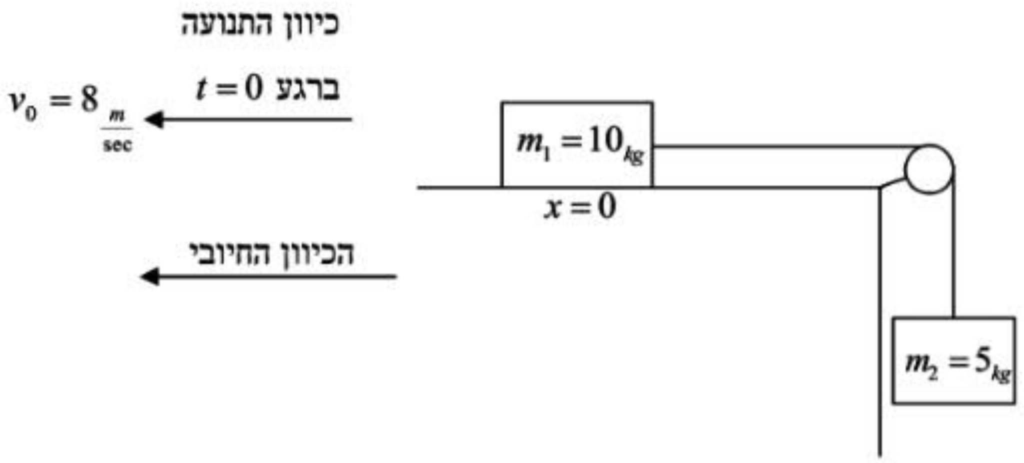
ב. היעזר בנוסחה $x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, ורשום ביטוי למקום המסה m_1 כפונקציה של הזמן.

ג. צייר גרף של מקום המסה m_1 כפונקציה של הזמן. ציין את נקודות החיתוך עם הצירים.

ד. חשב את ההעתק החיובי המקסימלי של המסה m_1, וציין אותו בגרף.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. נתונה המערכת הבאה, שנמצאת ברגע $t=0$ בתנועה שמאלה במהירות $v_0=8\frac{m}{sec}$. מקום המסה m_1 ברגע $t=0$ ייקבע כ- $x=0$. הכיוון שמאלה ייחשב ככיוון החיובי עבור המסה m_1. מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח למסה m_1 הוא $\mu_s=0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k=0.1$.



א. חשב את תאוצת המערכת (גודל וכיוון).

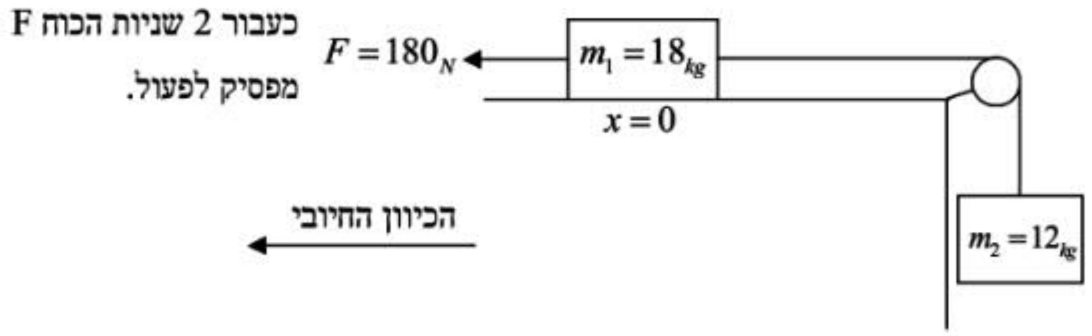
ב. תוך כמה זמן מרגע $t=0$ המערכת תיעצר ? מה יהיה המקום שבו המסה m_1 תעצור ?

ג. חשב את החיכוך המקסימלי שהמסה m_1 מסוגלת לייצר, והסבר מדוע המערכת תאיץ לאחר שתיעצר.

ד. חשב את תאוצת המערכת (גודל וכיוון) לאחר העצירה.

ה. היכן תהיה המסה m_1 ברגע $t=5_{sec}$?

7. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה. מקום המסה m_1 ברגע $t=0$ ייקבע כמקום $x=0$. הכיוון שמאלה ייחשב ככיוון החיובי עבור המסה m_1. הכוח F פועל במשך 2 שניות, ולאחר מכן מפסיק. המשטח חלק ואין חיכוך.



א. חשב את תאוצת המערכת (גודל וכיוון) בזמן שהכוח F פועל.

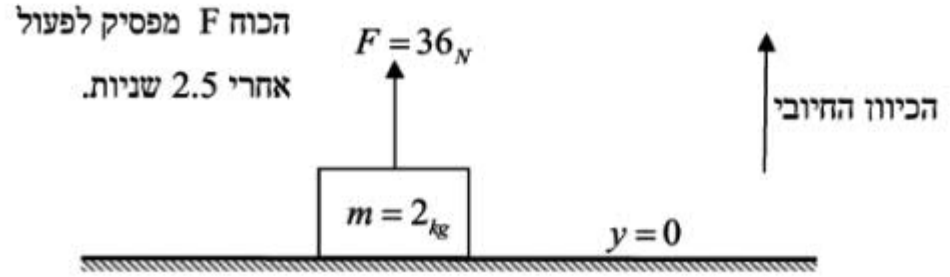
ב. מה תהיה מהירות המערכת מיד בתום 2 השניות הראשונות ? היכן תהיה המסה m_1 ברגע זה ?

ג. חשב את תאוצת המערכת (גודל וכיוון) לאחר שהכוח F חדל לפעול.

ד. היכן תהיה המסה m_1 ברגע $t=5_{sec}$, ומה תהיה מהירות המערכת (גודל וכיוון) ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

8. נתונה המסה $m=2_{kg}$ שנמצאת במנוחה על הקרקע. ברגע $t=0$ הופעל על המסה הכוח F במשך 2.5 שניות, ולאחר מכן הוא פסק. הקרקע תיקבע כמקום $y=0$, והכיוון למעלה ייחשב ככיוון החיובי.



א. חשב את תאוצת המערכת (גודל וכיוון) בזמן שהכוח F פועל.

ב. מה תהיה מהירות המסה מיד בתום 2.5 השניות הראשונות ? היכן תהיה המסה ברגע זה ?

ג. חשב את תאוצת המערכת (גודל וכיוון) לאחר שהכוח F חדל לפעול.

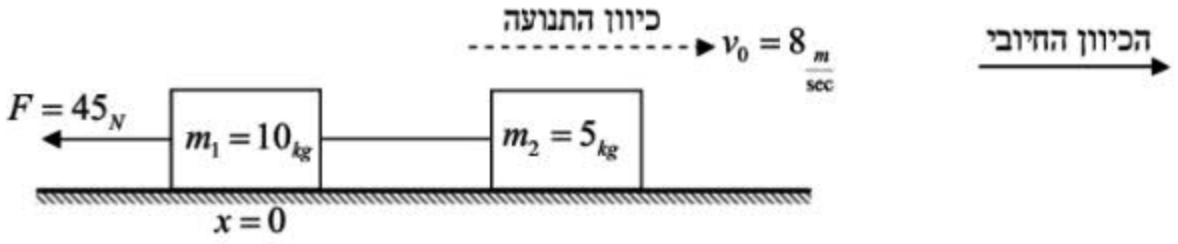
ד. היעזר בנוסחה $y=y_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$, וחשב תוך כמה זמן מהרגע שהכוח F חדל לפעול תחזור המסה לקרקע.

ה. מה תהיה מהירות הפגיעה בקרקע ?

ו. צייר גרף של מהירות המסה כפונקציה של הזמן. בעזרת חישובי שטחים הראה שסך המרחק שהמסה עלתה שווה לסך המרחק שהיא חזרה.

9. נתונה המערכת הבאה, שנמצאת ברגע $t=0$ במהירות $v_0=8_{\frac{m}{sec}}$ ימינה. מקום המסה m_1 ברגע $t=0$ ייקבע כמקום $x=0$. הכיוון ימינה ייחשב ככיוון החיובי.

מקדם החיכוך הסטטי בין המשטח לגופים הוא $\mu_s=0.2$, ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k=0.1$.



א. מה תהיה תאוצת המערכת (גודל וכיוון) ?

ב. תוך כמה זמן המערכת תעצור, ומה יהיה מקום המסה m_1 ?

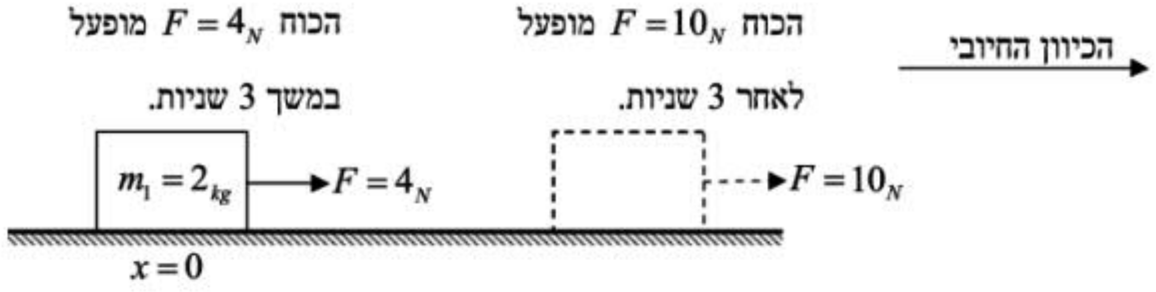
ג. לאחר שהמערכת תעצור, חשב את החיכוך המקסימלי שהיא מסוגלת לייצר, והסבר מדוע היא תאיץ שוב (חשב את התאוצה).

ד. צייר גרף של מהירות המערכת כפונקציה של הזמן. בעזרת חישובי שטחים מצא את ההעתק שבו תימצא המסה m_1 ברגע $t=4.5_{sec}$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. נתונה המערכת הבאה, שנמצאת ברגע $t=0$ במנוחה. המשטח חלק ואין חיכוך. במשך 3 השניות הראשונות מופעל כוח $F=4_N$ על המסה, ולאחר מכן מופעל עליה כוח $F=10_N$.

הגדר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי, ואת מקום המסה ברגע $t=0$ כ-$x=0$.



א. מה תהיה מהירותה של המסה בתום 3 השניות הראשונות ?

ב. היעזר בנוסחה $v_t=v_0+at$, ורשום ביטוי למהירות המסה כפונקציה של הזמן, כשהכוח $F=10_N$ מופעל (רמז : יש להציב בנוסחה $(t-3)$ במקום t).

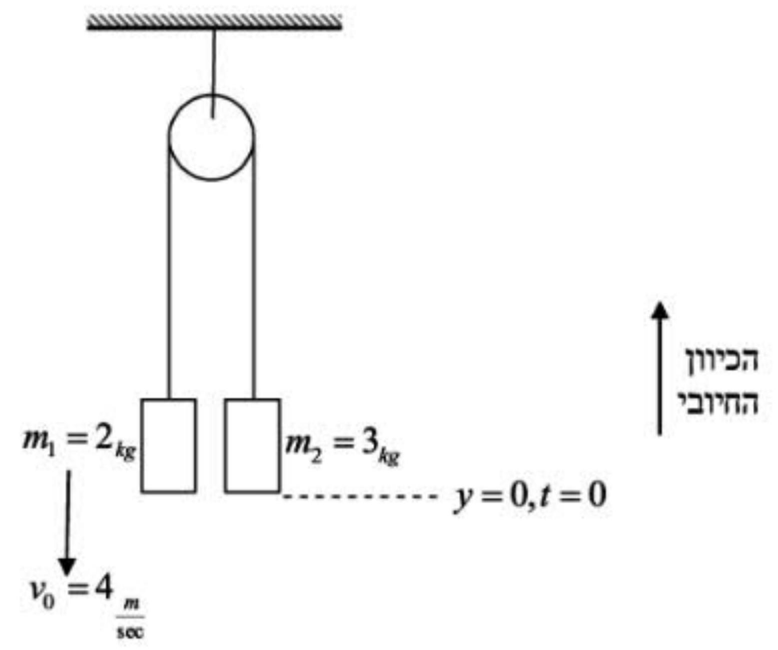
ג. צייר גרף של מהירות המסה m_1 כפונקציה של הזמן. בעזרת השטח המתאים חשב את מקום המסה ברגע $t=5_{sec}$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

11. נתונה המערכת הבאה, שנמצאת ברגע $t=0$ במהירות $v_0=4\frac{m}{sec}$, כך שהמסה m_1 יורדת והמסה m_2 עולה.

שתי המסות נמצאות זו לצד זו ברגע $t=0$, ומקום זה ייקבע כמקום $y=0$.

הגדר את הכיוון למעלה ככיוון החיובי.



א. מה תהיה תאוצת המערכת (גודל וכיוון) ? האם היא משתנה במהלך תנועת המערכת ?

ב. תוך כמה זמן תיעצר המערכת ? מה יהיה המרחק בין המסות ברגע זה ?

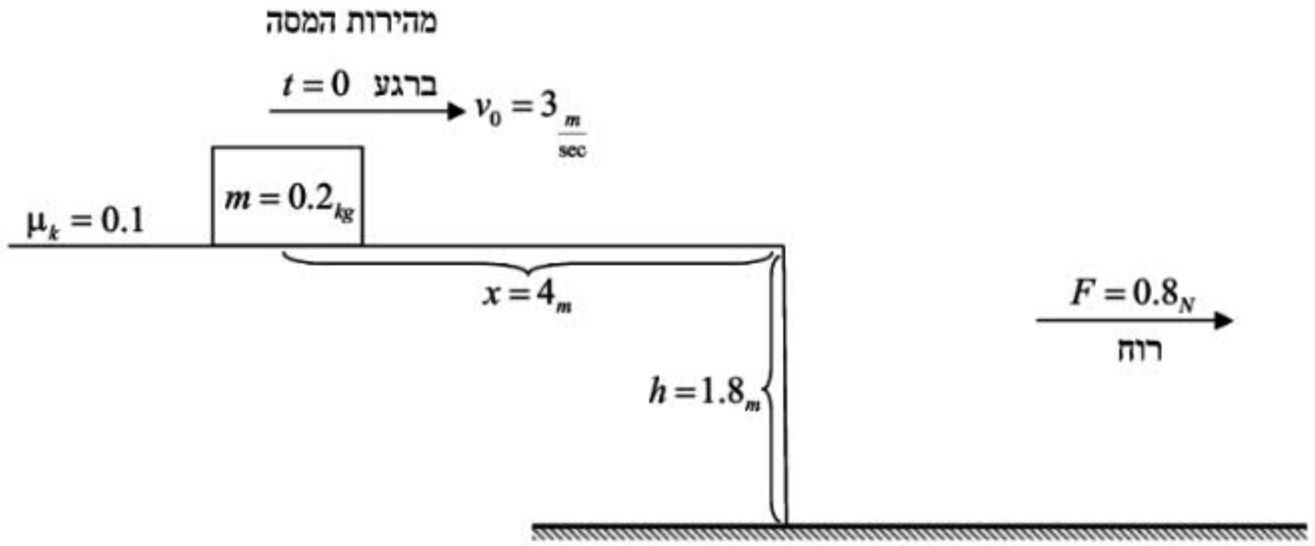
ג. רשום נוסחה למקום המסה m_1 כפונקציה של הזמן (שים לב לכיוון וקטור המהירות ווקטור התאוצה עבור המסה m_1).

ד. רשום נוסחה למקום המסה m_2 כפונקציה של הזמן.

ה. היעזר בביטויים שקיבלת בסעיפים ג', ד', ורשום נוסחה למרחק בין המסות כפונקציה של הזמן. צייר גרף של המרחק בין הגופים כפונקציה של הזמן. סמן בו את נקודות החיתוך עם הצירים, ואת הרגע שבו המרחק בין הגופים מקסימלי.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. נתונה המסה m, שנמצאת על משטח, ומהירותה ברגע $t=0$ היא $v_0=3\frac{m}{sec}$ ימינה. כמו כן, מרחקה מקצה השולחן ברגע $t=0$ הוא $x=4_m$. המשטח בעל מקדם חיכוך קינטי $\mu_k=0.1$. כשהמסה עוזבת את השולחן, שגובהו 1.8 מטר מהרצפה, פועל עליה משב רוח, שעוצמתו $F=0.8_N$ ימינה.



א. באיזו מהירות מגיעה המסה לקצה השולחן ? כמה זמן יעבור עד לרגע זה ?

ב. כמה שניות תהיה המסה באוויר עד פגיעתה ברצפה ?

ג. מהו המרחק האופקי מקצה השולחן ברגע פגיעת המסה ברצפה ?

ד. צייר גרף של המהירות <u>האופקית</u> שעשתה המסה כפונקציה של הזמן, עד רגע פגיעתה ברצפה. חשב את השטח הנוצר בין הגרף לציר הזמן, והסבר את משמעותו.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $a=10\,\frac{m}{sec^2}$ ימינה.

ב. $x=125_m$

ג. $v_t=50\,\frac{m}{sec}$

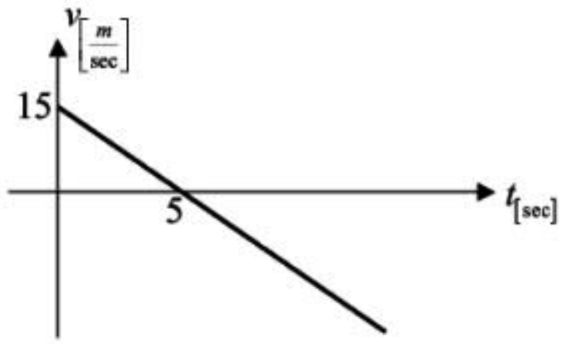
2. א. $a=3\,\frac{m}{sec^2}$ התאוצה נשארת קבועה, כי הכוח נשאר קבוע (גם כאשר כיוון התנועה מתהפך!).

ב. $t=5_{sec}\ ,\ x=37.5_m$

ג. $0=15t-1.5t^2 \Rightarrow t=10_{sec}$

ד. $-36=15t-1.5t^2 \Rightarrow t=12_{sec}$

ה.



שטח המשולש החיובי הוא ההעתק המקסימלי: $\frac{5\cdot 15}{2}=37.5_m$

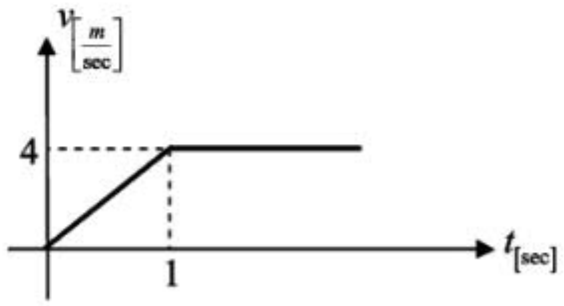
3. א. $a=4\,\frac{m}{sec^2}$

ב. $t=1_{sec}$

ג. $v_t=4\,\frac{m}{sec}$

ד. על המסה m_1 לא פועלים כוחות, ולכן היא תמשיך במהירות קבועה של $4\,\frac{m}{sec}$

ה.



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

4. א. $a=-1\,\frac{m}{sec^2}$

ב. $t=15_{sec}\ ,\ x=112.5_m$

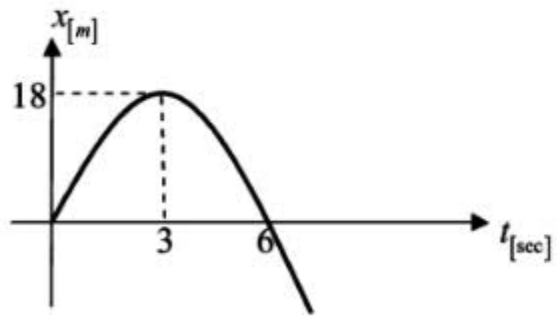
ג. $F_{min}=24_N$ (כוח זה מתגבר על החיכוכים הסטטיים המקסימליים שהגופים יכולים לייצר).

ד. $F=12_N$ (כוח זה זהה לחיכוכים הקינטיים שהמערכת מייצרת, ולכן המערכת מרגישה שהיא בשיווי משקל, ותנוע במהירות קבועה).

5. א. $a=4\,\frac{m}{sec^2}$ ימינה.

ב. $x=12t-2t^2$

ג.



ד. ההעתק החיובי המקסימלי מתקבל כשהמערכת נעצרת (זהו גם קודקוד הפרבולה): $x_{max}=18_m$.

6. א. $a=4\,\frac{m}{sec^2}$ ימינה.

ב. $t=2_{sec}\ ,\ x=8_m$

ג. $f_{s,max}=20_N$ המערכת תאיץ ימינה, כי הכוח המושך (50_N) מתגבר על החיכוך הסטטי המקסימלי.

ד. $a=2\frac{2}{3}\,\frac{m}{sec^2}$ ימינה (יש לשים לב שכיוון החיכוך התהפך!).

ה. $x=-4_m$ (יש לשים לב שמרגע העצירה המערכת נעה במשך 3 שניות).

7. א. $a=2\,\frac{m}{sec^2}$ שמאלה.

ב. $x=4_m\ ,\ v_t=4\,\frac{m}{sec}$ (המהירות בכיוון שמאלה).

ג. $a=4\,\frac{m}{sec^2}$ ימינה.

ד. $x=-2_m$ $v_t=8\,\frac{m}{sec}$ ימינה. (יש לשים לב שמהרגע שהכוח F פסק, המערכת נעה במשך 3 שניות).

8. א. $a=8\,\frac{m}{sec^2}$ כלפי מעלה.

ב. $y=25_m\ ,\ v_t=20\,\frac{m}{sec}$ (המהירות כלפי מעלה).

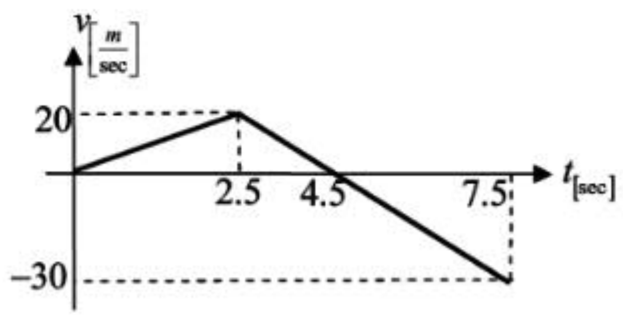
ג. $a=g=10\,\frac{m}{sec^2}$ כלפי מטה.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ד. $0=25+20t-5t^2 \Rightarrow t=5_{sec}$

ה. $v_t=30_{\frac{m}{sec}}$ כלפי מטה.

ו.



השטח החיובי (מרחק העלייה) $\frac{4.5\cdot20}{2}=45_m$ השטח השלילי (מרחק הירידה) $\frac{3\cdot30}{2}=45_m$

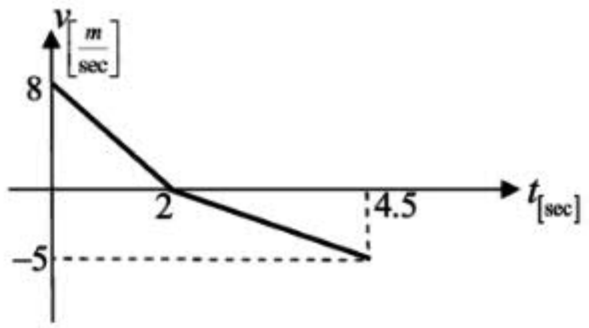
9. א. $a=4_{\frac{m}{sec^2}}$ שמאלה.

ב. $t=2_{sec}$,$x=8_m$

ג. $f_{s,\max}=30_N$.

הכוח $F=45_N$ מתגבר על החיכוך המקסימלי, ולכן המערכת תאיץ: $a=2_{\frac{m}{sec^2}}$ שמאלה.

ד.



השטח החיובי (המרחק ימינה) $\frac{2\cdot8}{2}=8_m$ השטח השלילי (המרחק שמאלה) $\frac{2.5\cdot5}{2}=6.25_m$

המסה m_1 תהיה בהעתק $x=8-6.25=1.75_m$.

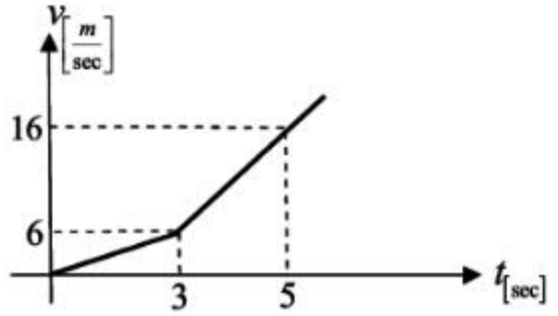
10. א. $v_t=6_{\frac{m}{sec}}$

ב. $v_t=6+5(t-3)=5t-9$

ג. שטח המשולש: $\frac{3\cdot6}{2}=9_m$

שטח הטרפז: $\frac{16+6}{2}\cdot2=22_m$

סך ההעתק: $x=9+22=31_m$



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

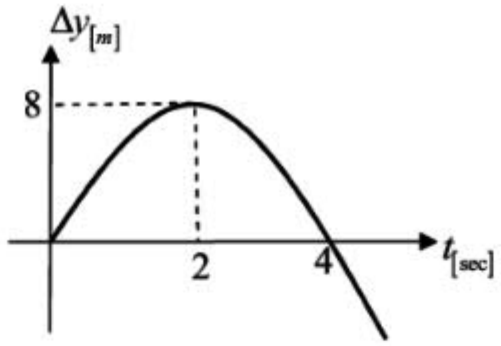
11. א. $a=2_{\frac{m}{sec^2}}$ כלפי מעלה. התאוצה נשארת קבועה, כי הכוחות לא משתנים (גם כשהמערכת משנה כיוון!).

ב. $t=2_{sec}$, $\Delta y=8_m$

ג. $y_1=-4t+t^2$ (וקטור התאוצה עבור המסה m_1 בכיוון כלפי מעלה, ולכן נחשב כחיובי).

ד. $y_2=4t-t^2$ (וקטור התאוצה עבור המסה m_2 בכיוון כלפי מטה, ולכן נחשב כשלילי).

ה. $\Delta y=y_2-y_1=8t-2t^2$

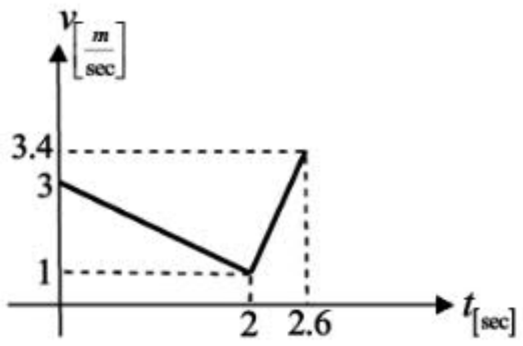


12. א. $v_t=1_{\frac{m}{sec}}$, $t=2_{sec}$

ב. $t=0.6_{sec}$

ג. $x=1.32_m$

ד.



שטח הטרפז השמאלי: $\frac{3+1}{2}\cdot2=4_m$ שטח הטרפז הימני: $\frac{3.4+1}{2}\cdot0.6=1.32_m$

סך ההעתק: $x=4+1.32=5.32_m$. זהו סך המרחק האופקי שעברה המסה.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

עבודה ואנרגיה

נוסחאות

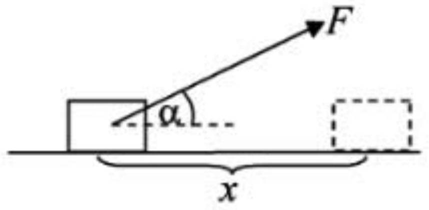
אנרגיה קינטית (אנרגיה של מהירות) : $E_k = \frac{mv^2}{2}$ **אנרגיה פוטנציאלית** (אנרגיה של גובה) : $E_P = mgh$

עבודה של כוח קבוע : $W = F \cdot x \cdot \cos\alpha$

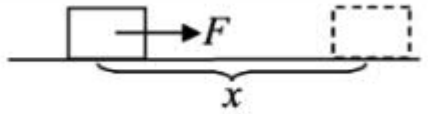
העבודה היא האנרגיה שניתנה לגוף או נלקחה מן הגוף.

F הכוח שפועל על הגוף.

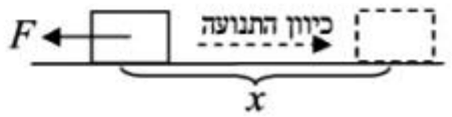
x ההעתק שלאורכו פעל הכוח.



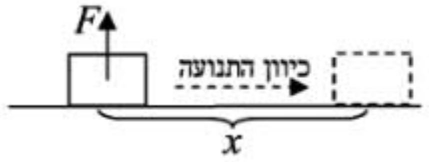
כאשר הכוח דוחף או מושך בכיוון ההעתק, העבודה תהיה : $W = F \cdot x$



כאשר הכוח בולם נגד כיוון ההעתק, העבודה תהיה : $W = -F \cdot x$

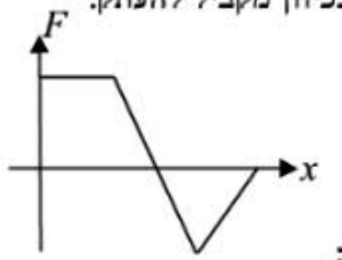


כאשר הכוח פועל בניצב לכיוון ההעתק, העבודה תהיה : $W = 0$



הגרף של הכוח, שפעל על גוף כפונקציה של ההעתק שלאורכו הוא פעל, כאשר הכוח בכיוון מקביל להעתק.

השטח בין הגרף לציר ה- x נותן את העבודה שהושקעה בגוף.



שטח חיובי : הושקעה עבודה חיובית (הגוף נדחף בכיוון ההעתק), והוא צבר אנרגיה.

שטח שלילי : בוצעה עבודה שלילית (הגוף נבלם לאורך ההעתק), ונלקחה ממנו אנרגיה.

חוק שימור האנרגיה

סך האנרגיה שיש לגוף, בתוספת העבודות <u>החיצוניות</u> שהושקעו בו, שווה לאנרגיה הסופית שתהיה לו :

$$E_{beginning} + W = E_{end}$$

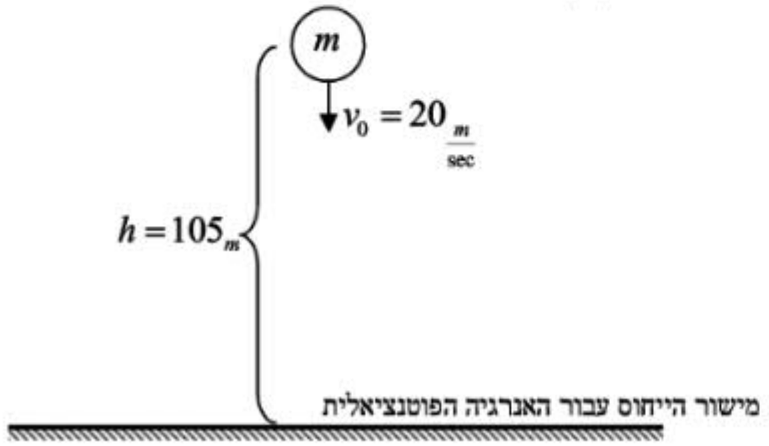
עבודה חיצונית היא עבודה של כוחות חיצוניים שפעלו על הגוף. כוח הכובד אינו נחשב לכוח חיצוני, כי הוא בא לידי ביטוי באנרגיה הפוטנציאלית. החיכוך כן נחשב לכוח חיצוני, והוא לוקח אנרגיה מהגוף.

ניתן גם לומר שהשינוי באנרגיה של גוף שווה לעבודות החיצוניות שהושקעו בו : $\Delta E = E_{beginning} - E_{end} = W$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

1. כדור שמסתו $m = 2_{kg}$ נזרק מגובה $h = 105_m$ כלפי מטה במהירות התחלתית $v_0 = 20_{\frac{m}{sec}}$.

מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא הקרקע.



א. מהו סך האנרגיה שיש לכדור בהתחלה (פוטנציאלית וקינטית) ?

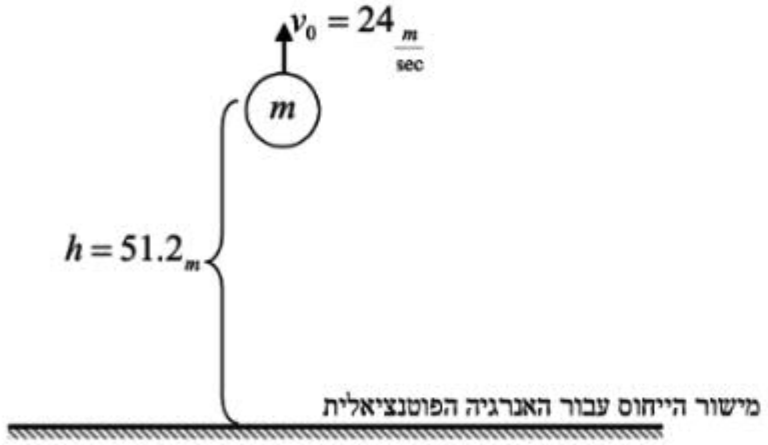
ב. איזה סוג של אנרגיה תהיה לכדור רגע לפני פגיעתו בקרקע ?

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות הכדור רגע לפני פגיעתו בקרקע.

ד. כמה אנרגיה הפכה לחום, כאשר הכדור פגע בקרקע ונעצר ?

2. כדור שמסתו $m = 3_{kg}$ נזרק מגובה $h = 51.2_m$ כלפי מעלה במהירות התחלתית $v_0 = 24_{\frac{m}{sec}}$.

מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא הקרקע.



א. מהו סך האנרגיה שיש לכדור בהתחלה (פוטנציאלית וקינטית) ?

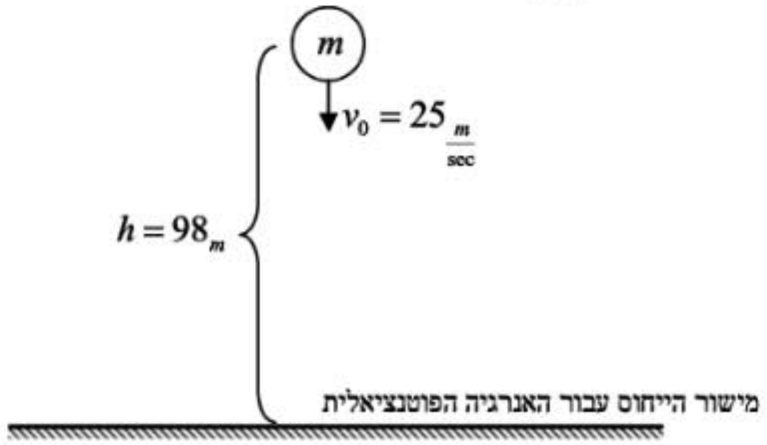
ב. איזה סוג של אנרגיה תהיה לכדור רגע לפני פגיעתו בקרקע ?

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות הכדור רגע לפני פגיעתו בקרקע.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

3. כדור שמסתו $m = 2_{kg}$ נזרק מגובה $h = 98_m$ כלפי מטה במהירות התחלתית $v_0 = 25\frac{m}{sec}$.

מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא הקרקע.



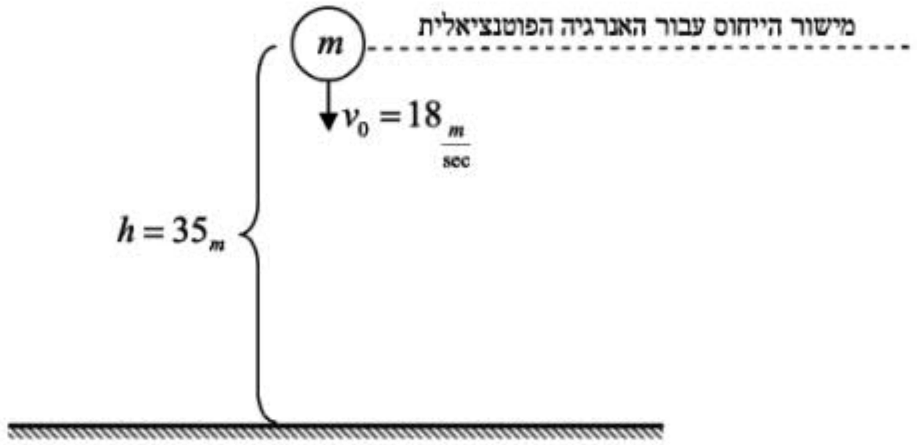
א. מהו סך האנרגיה שיש לכדור בהתחלה (פוטנציאלית וקינטית) ?

ב. איזה סוג של אנרגיה תהיה לכדור בגובה 28 מטר מעל פני הקרקע ?

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות הכדור בגובה 28 מטר מעל פני הקרקע.

4. כדור שמסתו $m = 2_{kg}$ נזרק מגובה $h = 35_m$ כלפי מטה במהירות התחלתית $v_0 = 18\frac{m}{sec}$.

מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא הגובה שממנו נזרק הכדור.



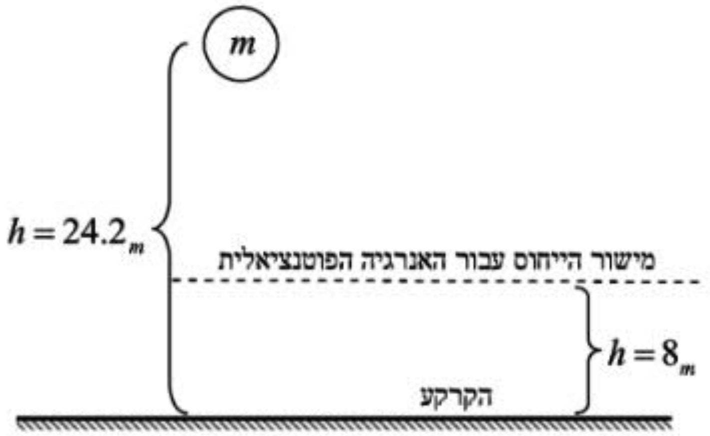
א. מהו סך האנרגיה שיש לכדור בהתחלה (פוטנציאלית וקינטית) ?

ב. מהי האנרגיה הפוטנציאלית שתהיה לכדור רגע לפני שיפגע בקרקע ? (רמז : גובה שנמצא מתחת למישור הייחוס נחשב לשלילי).

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות הכדור רגע לפני שיפגע בקרקע.

5. כדור שמסתו $m = 2_{kg}$ נופל ממנוחה מגובה $h = 24.2_m$ מעל פני הקרקע.

מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא 8 מטר מעל פני הקרקע.

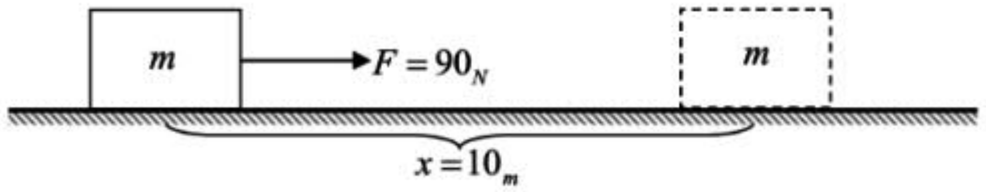


א. מהו סך האנרגיה שיש לכדור בהתחלה ?

ב. מהי האנרגיה הפוטנציאלית שתהיה לכדור רגע לפני שיפגע בקרקע ?

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות הכדור רגע לפני שיפגע בקרקע.

6. נתונה מסה $m = 2_{kg}$ שנמצאת במנוחה, ומפעילים עליה כוח $F = 90_N$ לאורך העתק של $x = 10_m$.



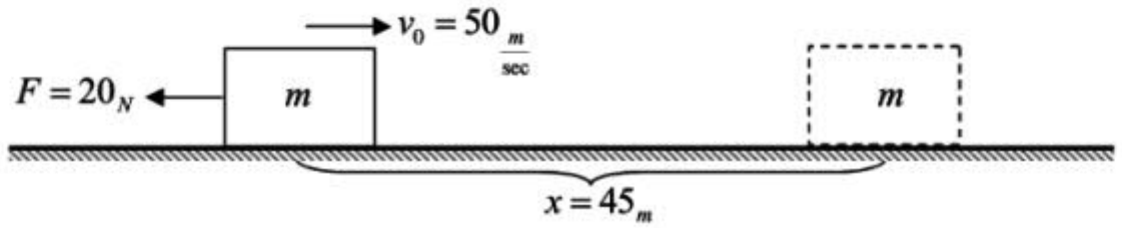
א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית שיש למסה ?

ב. מהי העבודה שהשקיע הכוח הנורמל ? (רמז : הנורמל יוצר 90° בכיוון ההעתק).

ג. כמה עבודה הושקעה במסה ?

ד. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות המסה לאחר שתעבור 10 מטר.

7. נתונה מסה $m = 2_{kg}$ שמהירותה $v_0 = 50\frac{m}{sec}$ בכיוון ימין. מפעילים עליה כוח $F = 20_N$ בכיוון מנוגד למהירות לאורך העתק של $x = 45_m$.

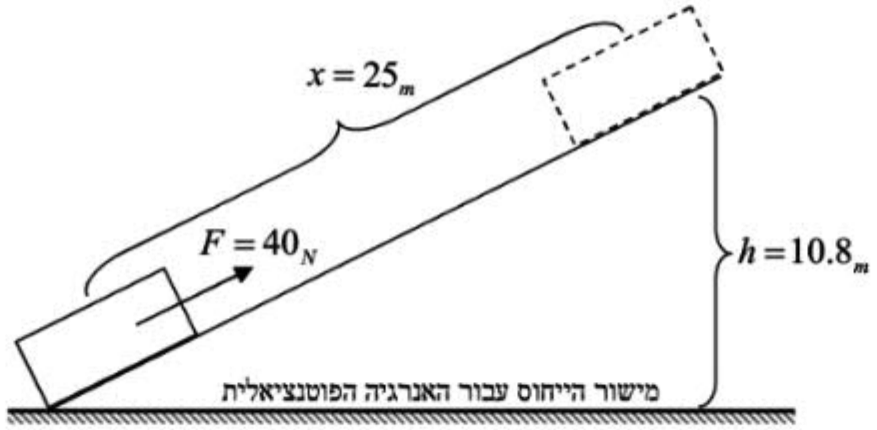


א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית שיש למסה ?

ב. מהי העבודה שביצע הכוח F ? האם עבודה זו הוסיפה אנרגיה למסה, או גרעה ממנה אנרגיה ?

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות המסה לאחר שתעבור 45 מטר.

8. גוף שמסתו $m = 2_{kg}$ נדחף ממנוחה בכוח של $F = 40_N$ במעלה מדרון חלק לאורך דרך של $x = 25_m$ ולגובה של $h = 10.8_m$. מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא תחתית המדרון.



א. מהו סך האנרגיה שיש לגוף בהתחלה (פוטנציאלית וקינטית) ?

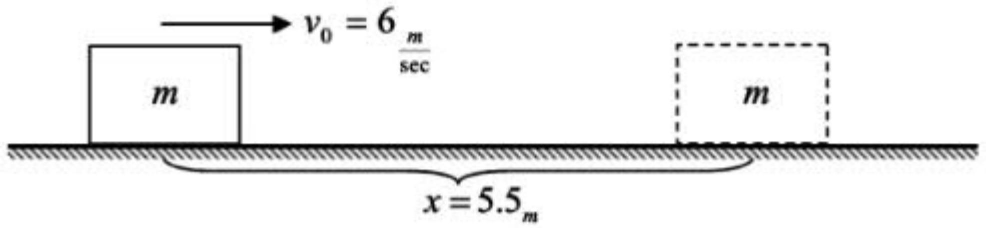
ב. מהי העבודה שהשקיע הכוח הנורמל ?

ג. מהי העבודה שביצע הכוח F ? האם עבודה זו הוסיפה אנרגיה לגוף, או גרעה ממנו אנרגיה ?

ד. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות הגוף כשיגיע לגובה 10.8_m

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

9. נתונה מסה $m = 0.5_{kg}$ שמהירותה ההתחלתית $v_0 = 6\frac{m}{sec}$. המסה נעה על מישור אופקי, שמקדם החיכוך הקינטי שלו הוא $\mu_k = 0.1$. המסה מתקדמת לאורך העתק של $x = 5.5_m$, וכתוצאה מכך מהירותה קטנה.

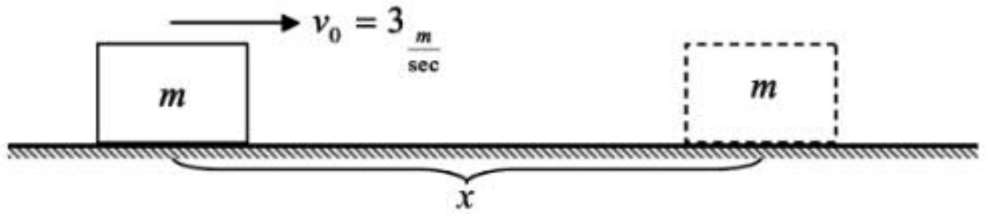


א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית שיש למסה ?

ב. חשב את עבודת כוח החיכוך שפעל על המסה (תזכורת : כוח החיכוך הוא $f = \mu_k \cdot N$, ועבודת החיכוך היא $W_f = f \cdot x$).

ג. מה תהיה מהירות המסה כעבור 5.5 מטר ?

10. נתונה מסה $m = 2_{kg}$ שמהירותה ההתחלתית $v_0 = 3\frac{m}{sec}$. המסה נעה על מישור אופקי, שמקדם החיכוך הקינטי שלו הוא $\mu_k = 0.1$. כתוצאה מכך היא נעצרת לאחר שעברה מרחק מסוים x.



א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית שיש למסה ?

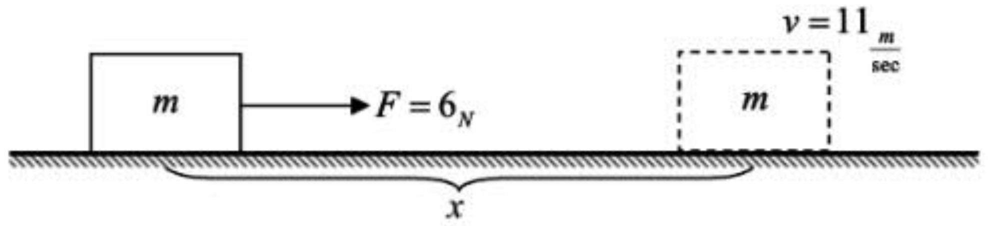
ב. כמה אנרגיה תישאר למסה לאחר שתעצור ?

ג. מהי עבודת כוח החיכוך ?

ד. מהו המרחק x שעברה המסה עד שנעצרה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

11. נתונה מסה $m=0.5_{kg}$ שנמצאת במנוחה. המסה נדחפת בעזרת כוח חיצוני $F=6_N$ לאורך העתק x, עד שמגיעה למהירות של $v=11\frac{m}{sec}$. מקדם החיכוך הקינטי בין המשטח למסה הוא $\mu_k=0.1$.

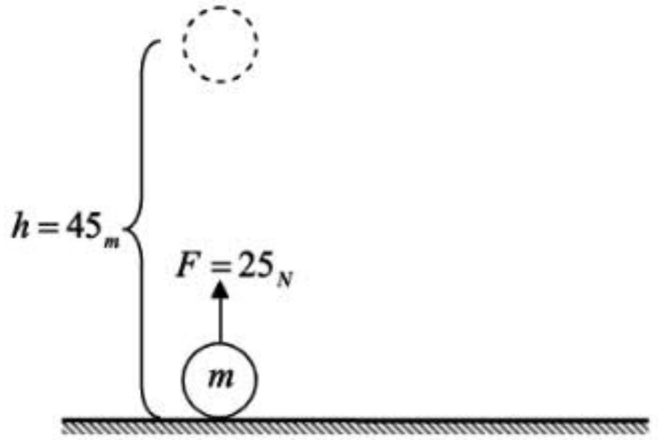


א. מהו סך השינוי באנרגיה שיש למסה מהרגע שנדחפה ועד הרגע שהגיעה למהירות $v=11\frac{m}{sec}$?

ב. בטא באמצעות x את סך העבודה החיצונית שהופעלה על המסה (רמז : העבודה החיצונית מורכבת מעבודת הכוח המושך F פחות עבודת כוח החיכוך).

ג. מצא את ההעתק x בעזרת חוק שימור האנרגיה.

12. כדור שמסתו $m=2_{kg}$ נדחף כלפי מעלה ממנוחה בכוח קבוע של $F=25_N$ לגובה של $h=45_m$.

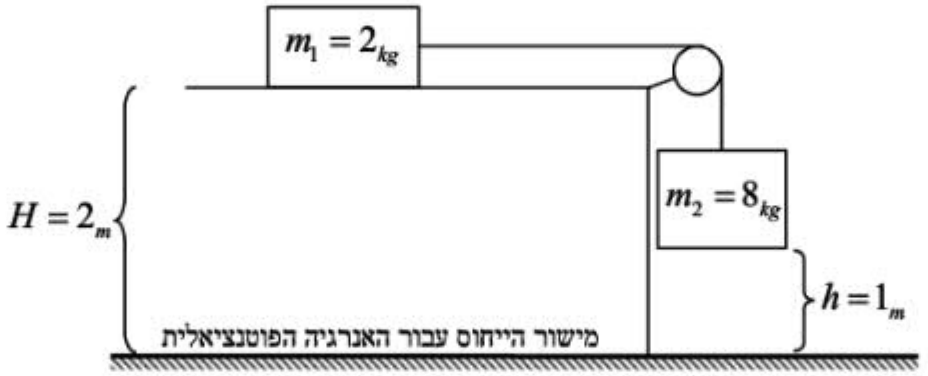


א. מהי העבודה שהושקעה בכדור ע"י הכוח F בלבד ? האם זו עבודת בלימה או עבודת דחיפה ?

ב. מהי העבודה שהפעיל כוח הכובד בלבד (mg)? האם זו עבודת בלימה או עבודת דחיפה ?

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את המהירות שתהיה לכדור בגובה 45 מטר.

13. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה. המשטח חלק ואין חיכוך.
מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא הקרקע.

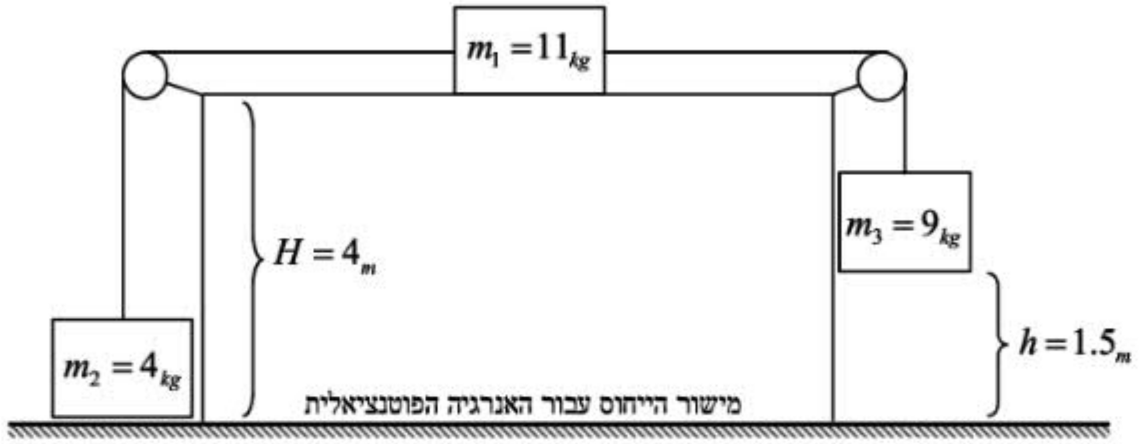


א. מהו סך האנרגיה שיש <u>למערכת הגופים</u> בהתחלה (פוטנציאלית וקינטית) ?

ב. הסבר במילים כיצד תתחלק האנרגיה ההתחלתית של <u>המערכת</u> רגע לפני פגיעת המסה m_2 בקרקע (הנח שהמסה m_1 נשארת על המשטח גם כאשר המסה m_2 מגיעה לקרקע).

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות מערכת הגופים רגע לפני פגיעת המסה m_2 בקרקע.

14. נתונה המערכת הבאה שנמצאת במנוחה. המשטח חלק ואין חיכוך.
מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא הקרקע.



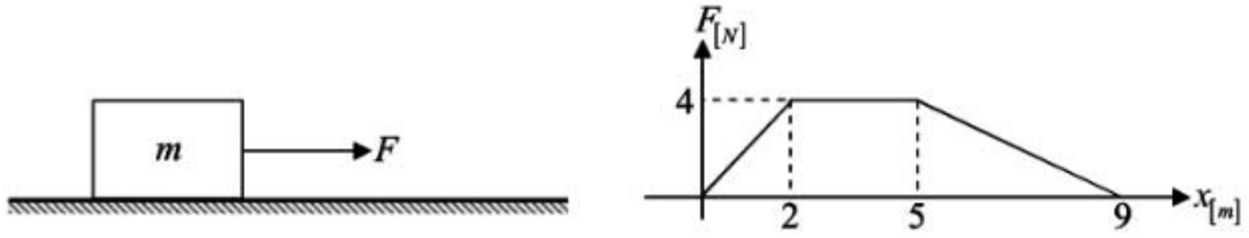
א. מהו סך האנרגיה שיש <u>למערכת הגופים</u> בהתחלה ?

ב. הסבר במילים כיצד תתחלק האנרגיה ההתחלתית של <u>המערכת</u> רגע לפני פגיעת המסה m_3 בקרקע (הנח שהמסה m_1 נשארת על המשטח גם כאשר המסה m_3 מגיעה לקרקע).

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות מערכת הגופים רגע לפני פגיעת המסה m_3 בקרקע.

15. נתונה מסה $m=3_{kg}$ שנמצאת במנוחה, ומפעילים עליה כוח משתנה במקביל למשטח.

מצורף גרף של השתנות הכוח כפונקציה של ההעתק שעברה המסה (הכיוון החיובי מוגדר להיות ימינה).



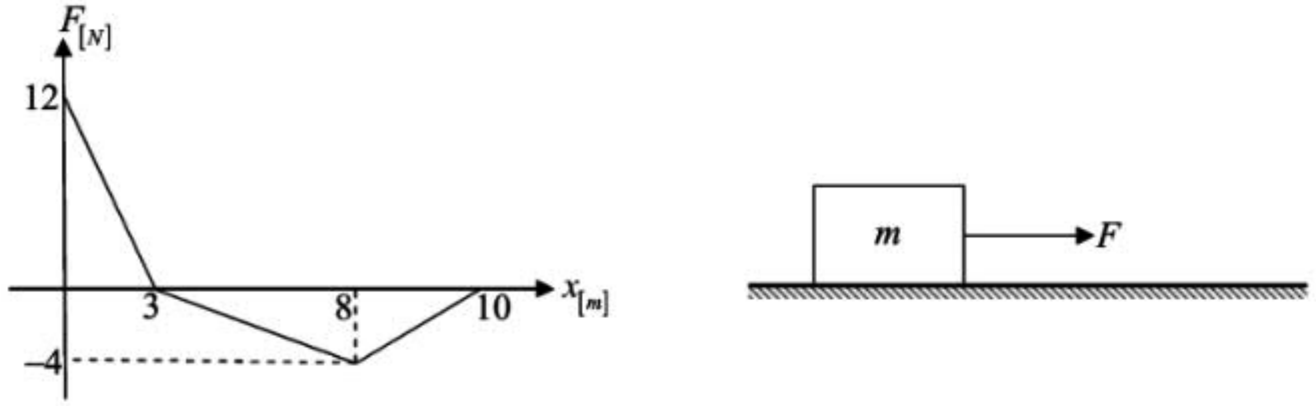
א. מהו סך העבודה שהפעיל הכוח F על המסה לאורך העתק של 9 מטר ?

ב. מהו השינוי באנרגיה הקינטית של המסה לאורך אותם 9 מטר ?

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות המסה לאחר שתעבור 9 מטר.

16. נתונה מסה $m=2_{kg}$ שנמצאת במנוחה, ומפעילים עליה כוח משתנה במקביל למשטח.

מצורף גרף של השתנות הכוח כפונקציה של ההעתק שעברה המסה (הכיוון החיובי מוגדר להיות ימינה).



א. מהו סך העבודה שהפעיל הכוח F על המסה לאורך העתק של 10 מטר ?

ב. מהו השינוי באנרגיה הקינטית של המסה לאורך אותם 10 מטר ?

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות המסה לאחר שתעבור 10 מטר.

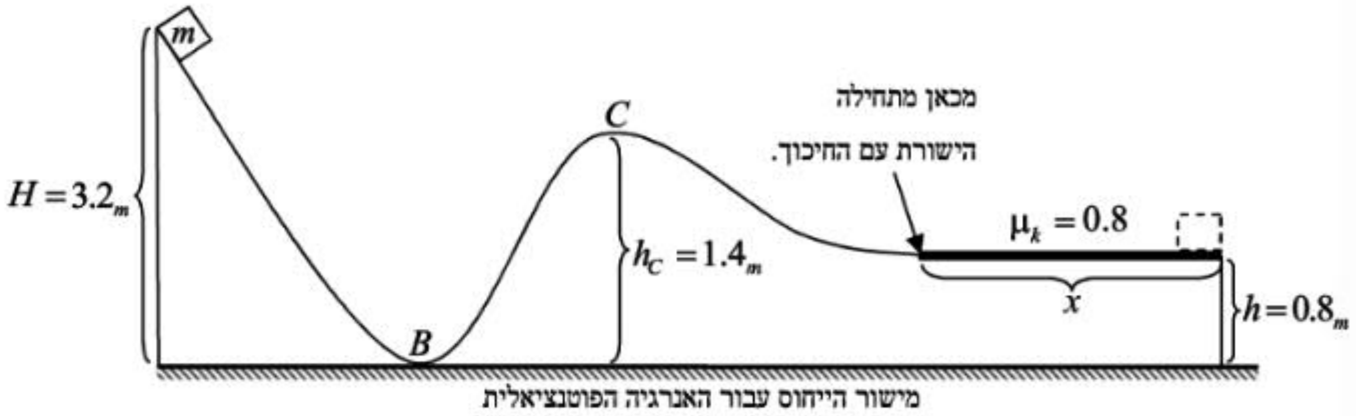
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

17. נתונה המסה m, הנמצאת במנוחה בראש מדרון חלק שגובהו $H=3.2_m$.

המסה מחליקה במדרון, עוברת דרך הנקודות B, C, ומגיעה לישורת בגובה $h=0.8_m$, שמפעילה עליה חיכוך.

כתוצאה מהחיכוך המסה נעצרת כעבור מרחק x. מקדם החיכוך הקינטי בישורת הוא $\mu_k=0.8$.

מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא הקרקע.



א. מהו סך האנרגיה שיש למסה בהתחלה ? (בטא את התשובה בעזרת m).

ב. איזו מהירות תהיה למסה בנקודה B ?

ג. איזו מהירות תהיה למסה בנקודה C ?

ד. בטא את עבודת החיכוך שהופעלה על המסה בישורת באמצעות m, x.

ה. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את x.

18. נתונות 2 מסות זהות, באותה מהירות התחלתית, כל אחת על מסלול אחר, ואין חיכוך על המשטחים.

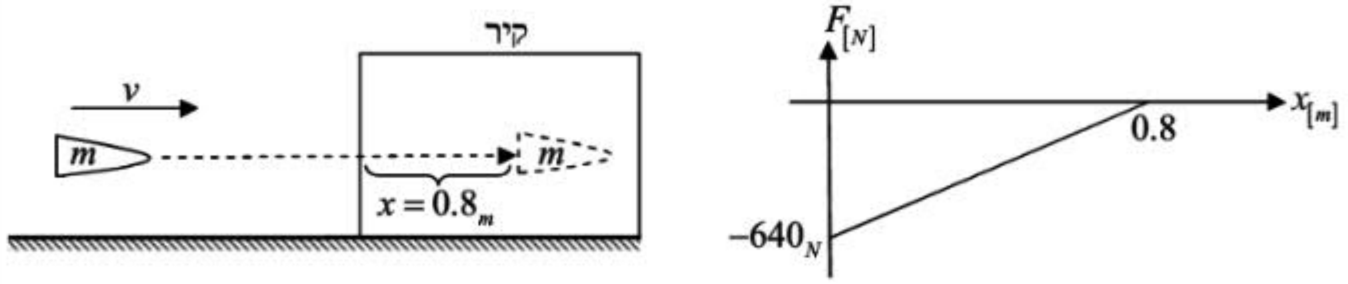
מסה אחת עוזבת את המסלול בזוית כלשהי, והשנייה עוזבת את המסלול, מכוונת בדיוק כלפי מעלה.

א. לאיזו משתי המסות תהיה עדיין מהירות כשתגיע לשיא הגובה ?

ב. הסבר משיקולי אנרגיה איזו מסה תגיע לגובה יותר גדול.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

19. קליע שמסתו $m = 0.02_{kg}$ נורה לעבר קיר במהירות v . הקליע נתקע בתוך הקיר, ונבלם עד שנעצר כעבור 0.8 מטר. כוח החיכוך שמפעיל הקיר על הקליע הוא כוח משתנה. מצורף גרף של השתנות כוח החיכוך המופעל על הקליע כפונקציה של ההעתק שעבר הקליע בתוך הקיר (הכיוון החיובי מוגדר להיות ימינה).



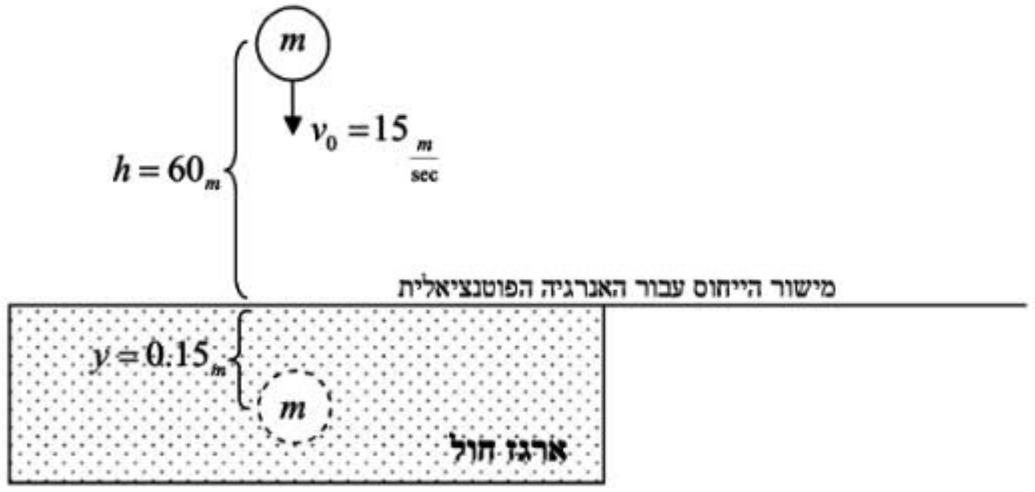
א. מהו סך העבודה שהופעלה על הקליע בזמן שחדר לקיר ?

ב. מצא את המהירות שבה חדר הקליע לקיר.

20. משקולת שמסתה $m = 10_{kg}$ מופלת במהירות התחלתית $v_0 = 15_{\frac{m}{sec}}$ מגובה $h = 60_m$ מעל ארגז חול.

המשקולת פוגעת בארגז החול, וחודרת 15 ס"מ לתוכו עד שנעצרת. מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא חלקו העליון של ארגז החול.

בתרגיל זה מפעיל החול כוח משתנה על המשקולת, אך אנו נניח שהוא מפעיל עליה כוח קבוע, שייקרא כוח ממוצע.



א. מהו סך האנרגיה שיש למשקולת בהתחלה ?

ב. מהי סך האנרגיה שיש למשקולת בסוף, כשנעצרה ?

ג. כמה עבודה השקיע כוח החיכוך בבלימת המשקולת ?

ד. מצא את הכוח הממוצע שהפעיל החול על המשקולת בזמן הבלימה.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

21. אדם שמסתו $m = 80_{kg}$ קופץ ממנוחה מגובה $h = 4_m$ מעל בריכת מים. האדם פוגע במים וצולל לעומק מסוים y עד שנעצר. מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא חלקה העליון של בריכת המים.

ידוע שהמים מפעילים על האדם כוח בלימה ממוצע של $F = 1,800_N$.

א. מהו סך האנרגיה שיש לאדם בהתחלה ?

ב. בטא באמצעות y את האנרגיה שיש לאדם בסוף, כשנבלם.

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את העומק y שאליו צלל האדם.

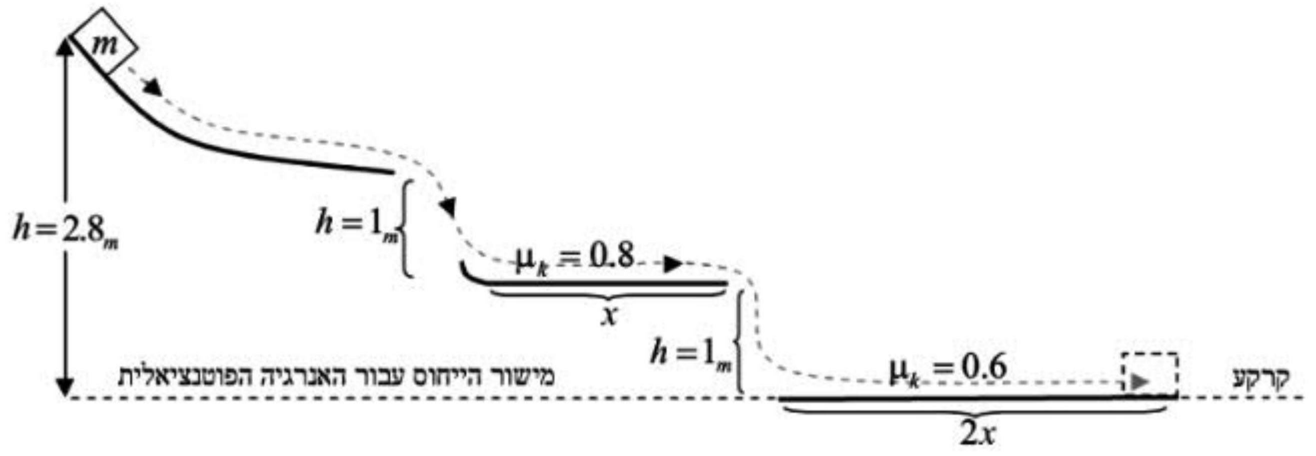
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

22. גוף שמסתו m מחליק על מסילה מגובה $h=2.8_m$ מעל הקרקע. הוא עוזב את המסילה ופוגע במשטח אופקי, המונח בגובה 1 מטר מתחת לתחתית המסילה, ובגובה 1 מטר מעל הקרקע. הגוף מחליק על המשטח לאורך העתק x, ולאחר מכן נופל לקרקע ומחליק עליה לאורך העתק $2x$ עד שנעצר. מקדם החיכוך הקינטי בין המשטח האופקי לגוף הוא $\mu_k=0.8$, ומקדם החיכוך הקינטי בין הקרקע לגוף הוא $\mu_k=0.6$.

מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא הקרקע.

הנח שהגוף לא מאבד אנרגיה ברגע פגיעתו במשטח האופקי לאחר שנפל מהמסילה.

כמו כן הנח שאין איבוד אנרגיה ברגע פגיעת הגוף בקרקע, לאחר שנפל מהמשטח האופקי.



א. בטא באמצעות m, x את סך עבודות החיכוך שפעלו על הגוף.

ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את x.

ג. מצא את מהירותו של הגוף ברגע פגיעתו במשטח האופקי שמתחת המסילה.

ד. מצא את מהירותו של הגוף מיד ברגע פגיעתו בקרקע, לאחר שנפל מהמשטח.

ה. מהו ההעתק d, שעבר הגוף על הקרקע כשמהירותו הייתה $v=3_{\frac{m}{sec}}$?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $E_{beginning}=2,500_J$

ב. אנרגיה קינטית בלבד.

ג. $v=50_{\frac{m}{sec}}$

ד. $E=2,500_J$

2. א. $E_{beginning}=2,400_J$

ב. אנרגיה קינטית בלבד.

ג. $v=40_{\frac{m}{sec}}$

3. א. $E_{beginning}=2,585_J$

ב. אנרגיה קינטית ואנרגיה פוטנציאלית.

ג. $v=45_{\frac{m}{sec}}$

4. א. $E_{beginning}=324_J$

ב. $E_p=-700_J$

ג. $v=32_{\frac{m}{sec}}$

5. א. $E_{beginning}=324_J$

ב. $E_p=-160_J$

ג. $v=22_{\frac{m}{sec}}$

6. א. $E_{beginning}=0$

ב. $W_N=0$ (הנורמל מאונך לכיוון ההעתק ולכן: $N\cdot x\cdot \cos 90^\circ=0$)

ג. $W=900_J$

ד. $v=30_{\frac{m}{sec}}$

7. א. $E_{beginning}=2,500_J$

ב. $W_F=-900_J$ זוהי עבודה שגרעה אנרגיה מהגוף, כי היא בכיוון מנוגד להעתק.

ג. $v=40_{\frac{m}{sec}}$

8. א. $E_{beginning}=0$

ב. $W_N=0$ (הנורמל מאונך לכיוון ההעתק ולכן: $N\cdot x\cdot \cos 90^\circ=0$)

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ג. $W_F = 1{,}000_J$ זוהי עבודה שהוסיפה אנרגיה לגוף, כי היא בכיוון העתק.

ד. $E_{beginning} + W = E_{end} \Rightarrow 0 + 1{,}000 = 216 + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = 28_{\frac{m}{sec}}$

9. א. $E_{beginning} = 9_J$

ב. $W_f = -2.75_J$

ג. $E_{beginning} + W_f = E_{end} \Rightarrow 9 - 2.75 = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = 5_{\frac{m}{sec}}$

10. א. $E_{beginning} = 9_J$

ב. $E_{end} = 0$

ג. $W_f = -9_J$ כל האנרגיה שהייתה לגוף הפכה לחיכוך (לחום).

ד. $W_f = f \cdot x \Rightarrow 9 = \mu_k \cdot N \cdot x \Rightarrow 9 = \mu_k \cdot mg \cdot x \Rightarrow x = 4.5_m$

11. א. $\Delta E = 30.25_J$

ב. $W = F \cdot x - f \cdot x \Rightarrow W = 5.5x$

ג. $\Delta E = W \Rightarrow 30.25 = 5.5x \Rightarrow x = 5.5_m$

12. א. $W_F = 1{,}125_J$ (הכוח F פועל בכיוון ההעתק, ולכן זו עבודה חיובית, כלומר עבודת דחיפה).

ב. $W_{mg} = -900_J$ (כוח הכובד פועל נגד כיוון ההעתק, ולכן זו עבודה שלילית, כלומר עבודת בלימה).

ג. $E_{beginning} + W = E_{end} \Rightarrow 0 + 1{,}125 = 900 + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = 15_{\frac{m}{sec}}$ (שים לב! עבודת כוח הכובד מתבטאת באנרגיה הפוטנציאלית שיש לגוף בסוף, ולכן אין להתייחס אליה כאל עבודה של כוח חיצוני).

13. א. $E_{beginning} = 120_J$

ב. המסה m_1 תרכוש אנרגיה קינטית, וגם המסה m_2 תרכוש אנרגיה קינטית, אך תאבד אנרגיה פוטנציאלית.

ג. $E_{beginning} = E_{end} \Rightarrow 120 = m_1 gH + \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2} \Rightarrow v = 4_{\frac{m}{sec}}$

14. א. $E_{beginning} = 575_J$

ב. המסה m_1 תרכוש אנרגיה קינטית. המסה m_2 תרכוש גם אנרגיה קינטית וגם אנרגיה פוטנציאלית. המסה m_3 תרכוש אנרגיה קינטית, אך תאבד אנרגיה פוטנציאלית.

ג. $E_{beginning} = E_{end} \Rightarrow 575 = m_1 gH + m_2 g \cdot 1.5 + \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2} + \frac{m_3 v^2}{2^m} \Rightarrow v = 2.5_{\frac{}{sec}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

15. א. $W_F = 24_J$ (שטח הטרפז).

ב. $\Delta E = 24_J$ (העבודה היא השינוי באנרגיה של הגוף).

ג. $v = 4_{\frac{m}{sec}}$

16. א. $W_F = 4_J$

ב. $\Delta E = 4_J$ (העבודה היא השינוי באנרגיה של הגוף).

ג. $v = 2_{\frac{m}{sec}}$

17. א. $E_{beginning} = 32m$

ב. $v_B = 8_{\frac{m}{sec}}$

ג. $v_C = 6_{\frac{m}{sec}}$

ד. $W_f = -8mx$

ה. $E_{beginning} - W_f = E_{end} \Rightarrow 32m - 8mx = 8m \Rightarrow x = 3_m$

18. א. למסה שבציור א' תהיה מהירות אופקית כשתגיע לשיא הגובה.

ב. המסה שבציור ב' תגיע לגובה יותר גדול.

הסבר : לשתי המסות אותה אנרגיה התחלתית. המסה שבציור ב' ממירה את כל האנרגיה הזו לאנרגיה פוטנציאלית, ולכן יהיה לה גובה גדול. המסה שבציור א' ממירה רק חלק מהאנרגיה ההתחלתית לאנרגיה של גובה, כי בשיא הגובה תישאר לה גם אנרגיה קינטית. לכן היא תגיע לגובה יותר קטן.

ניתן גם לתאר זאת ע"י נוסחאות :

עבור המסה בציור א' : $E_{beginning} = mgh_1 + E_k \Rightarrow h_1 = \frac{E_{begining} - E_k}{mg}$

עבור המסה בציור ב' : $E_{beginning} = mgh_2 \Rightarrow h_2 = \frac{E_{beginning}}{mg}$

ומכאן : $h_2 > h_1$

19. א. $W = -256_J$

ב. $v = 160_{\frac{m}{sec}}$

20. א. $E_{beginning} = 7{,}125_J$

ב. $E_{end} = -15_J$

ג. $\Delta E = W \Rightarrow E_{end} - E_{beginning} = W \Rightarrow W = -7{,}140_J$

ד. $f = 47{,}600_N$ בכיוון כלפי מעלה (נגד כיוון הנפילה).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

21. א. $E_{beginning}=3,200_J$

ב. $E_{end}=-800y$ (הסימן השלילי מבטא שהאנרגיה הפוטנציאלית היא מתחת למישור הייחוס).

ג. $E_{beginning}+W=E_{end} \;\Rightarrow\; 3,200-1,800y=-800y \;\Rightarrow\; y=3.2_m$

22. א. $W_f=-20mx$

ב. $E_{beginning}+W=E_{end} \;\Rightarrow\; 28m-20mx=0 \;\Rightarrow\; x=1.4_m$

ג. $E_{beginning}=E_{end} \;\Rightarrow\; 28m=10m+\frac{mv^2}{2} \;\Rightarrow\; v=6_{\frac{m}{sec}}$

ד. $E_{beginning}+W_{f\,(\text{משטח אופקי})}=E_{end} \;\Rightarrow\; 28m-11.2m=\frac{mv^2}{2} \;\Rightarrow\; v=5.797_{\frac{m}{sec}}$

ה. $E_{beginning}+W=E_{end} \;\Rightarrow\; 28m-11.2m-6md=\frac{mv^2}{2} \;\Rightarrow\; d=2.05_m$

עבודה ואנרגיה - קפיצים

נוסחאות

אנרגיה קינטית (אנרגיה של מהירות) : $E_k=\frac{mv^2}{2}$

אנרגיה פוטנציאלית (אנרגיה של גובה) : $E_P=mgh$

אנרגיה אלסטית (אנרגיה של קפיץ) : $E_{el}=\frac{kx^2}{2}$

חוק הוק (כוח של קפיץ) : $F=kx$

F הכוח שמפעיל הקפיץ (כיוונו מנוגד להעתק).

k קבוע הקפיץ (הכוח הדרוש לכווץ\למתוח 1 מטר).

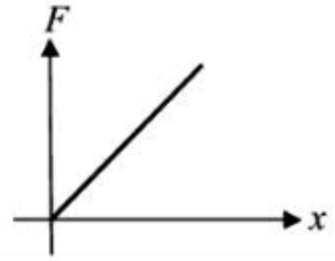
x מידת התארכות\התכווצות הקפיץ ממצבו הרפוי.

ניתן להסתכל על הנוסחה גם כך : $k=\frac{\Delta F}{\Delta x}$

ΔF השינוי בכוח שהפעיל הקפיץ.

Δx השינוי בהתארכות של הקפיץ.

גרף של הכוח שמפעיל הקפיץ כפונקציה של מידת התארכותו\התכווצותו של הקפיץ.



שיפוע הגרף : קבוע הקפיץ.

השטח בין הגרף לציר ה- x : האנרגיה האגורה בקפיץ.

חוק שימור האנרגיה

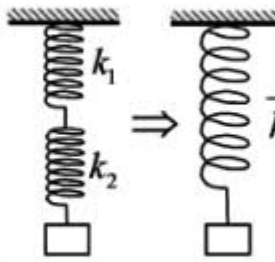
סך האנרגיה שיש לגוף, בתוספת העבודות החיצוניות שהושקעו בו, שווה לאנרגיה הסופית שתהיה לו :

$$E_{beginning}+W=E_{end}$$

בעבודות החיצוניות אין לכלול את עבודת כוח הכובד ואת עבודת כוח הקפיץ, כי עבודות אלו באות לידי ביטוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית $E_P=mgh$ ובאנרגיה האלסטית של הקפיץ $E_{el}=\frac{kx^2}{2}$.

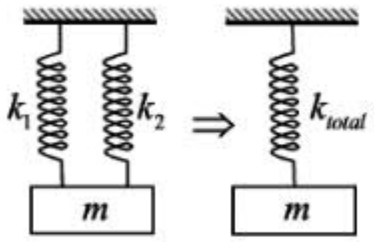
ניתן גם לומר שהשינוי באנרגיה של גוף שווה לעבודות החיצוניות שהושקעו בו : $\Delta E=E_{beginning}-E_{end}=W$

חיבור קפיצים במערכת "מגמישה"

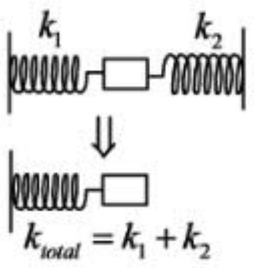


$$\frac{1}{k_{total}}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$$

חיבור קפיצים במערכת "מקשיחה"



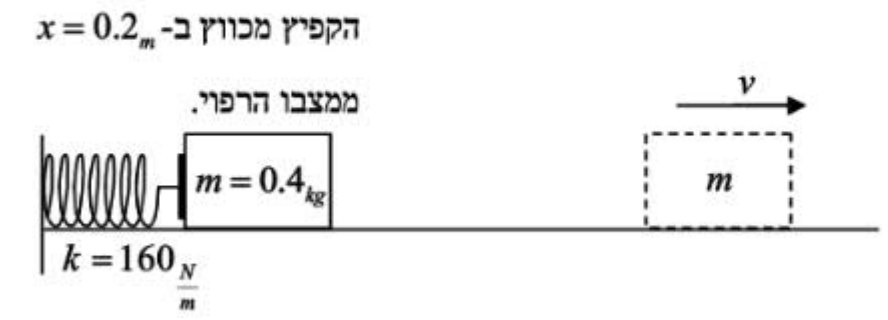
$$k_{total}=k_1+k_2$$



$$k_{total}=k_1+k_2$$

1. דוחפים מסה $m = 0.4_{kg}$ כך שהיא מכווצת קפיץ ב- $x = 0.2_m$, ומשחררים. קבוע הקפיץ הוא $k = 160_{\frac{N}{m}}$.

המסה נמצאת על משטח חלק וללא חיכוך (המסה אינה מחוברת לקפיץ).



א. מהו סך האנרגיה האגורה בקפיץ ?

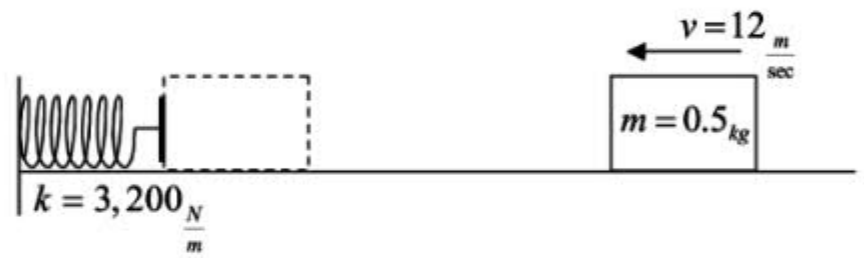
ב. מהי העבודה שהושקעה בדחיפת המסה נגד הכוח שהפעיל הקפיץ ?

ג. צייר גרף של הכוח שהפעיל הקפיץ על המסה כפונקציה של ההעתק. הראה שהשטח בין הגרף לציר ה- x שווה לאנרגיה שהייתה אגורה בקפיץ.

ד. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות המסה לאחר שתעזוב את הקפיץ.

2. מסה $m = 0.5_{kg}$ נעה במהירות $v = 12_{\frac{m}{sec}}$ לכיוון קפיץ. קבוע הקפיץ הוא $k = 3{,}200_{\frac{N}{m}}$.

המסה נמצאת על משטח חלק וללא חיכוך.



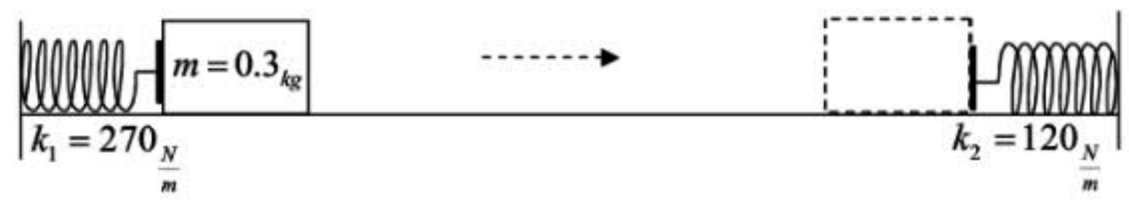
א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית שיש למסה ?

ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את הכיווץ המקסימלי של הקפיץ (רמז : כשהקפיץ בשיא הכיווץ אין למסה מהירות).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

3. דוחפים מסה $m = 0.3_{kg}$ כך שהיא מכווצת קפיץ ב- $x = 0.1_m$, ומשחררים (המסה אינה מחוברת לקפיץ).

קבוע הקפיץ הוא $k_1 = 270_{\frac{N}{m}}$. כתוצאה מכך מחליקה המסה לכיוון השני, שם מונח עוד קפיץ, שהקבוע שלו הוא $k_2 = 120_{\frac{N}{m}}$. המשטח שעליו מחליקה המסה חלק וללא חיכוך.



א. מהי המהירות שבה עוזבת המסה את הקפיץ הראשון ?

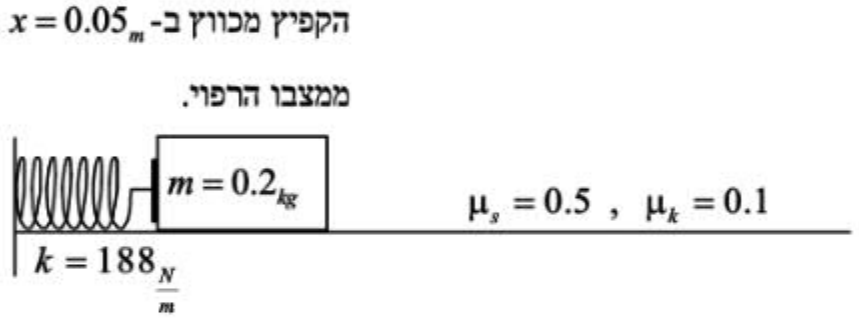
ב. מצא את הכיווץ המקסימלי של הקפיץ השני.

ג. באיזו מהירות תעזוב המסה את הקפיץ השני ?

ד. מה ניתן לומר על סוג התנועה שתבצע המסה ?

4. דוחפים מסה $m = 0.2_{kg}$ כך שהיא מכווצת קפיץ ב- $x = 0.05_m$, ומשחררים. קבוע הקפיץ הוא $k = 188_{\frac{N}{m}}$.

המסה נמצאת על מישור אופקי, שמקדם החיכוך הסטטי שלו הוא $\mu_s = 0.5$, ומקדם החיכוך הקינטי שלו הוא $\mu_k = 0.1$ (המסה אינה מחוברת לקפיץ).



א. מהו הכוח שמפעיל הקפיץ על המסה כשהיא מכווצת אותו ב- $x = 0.05_m$?

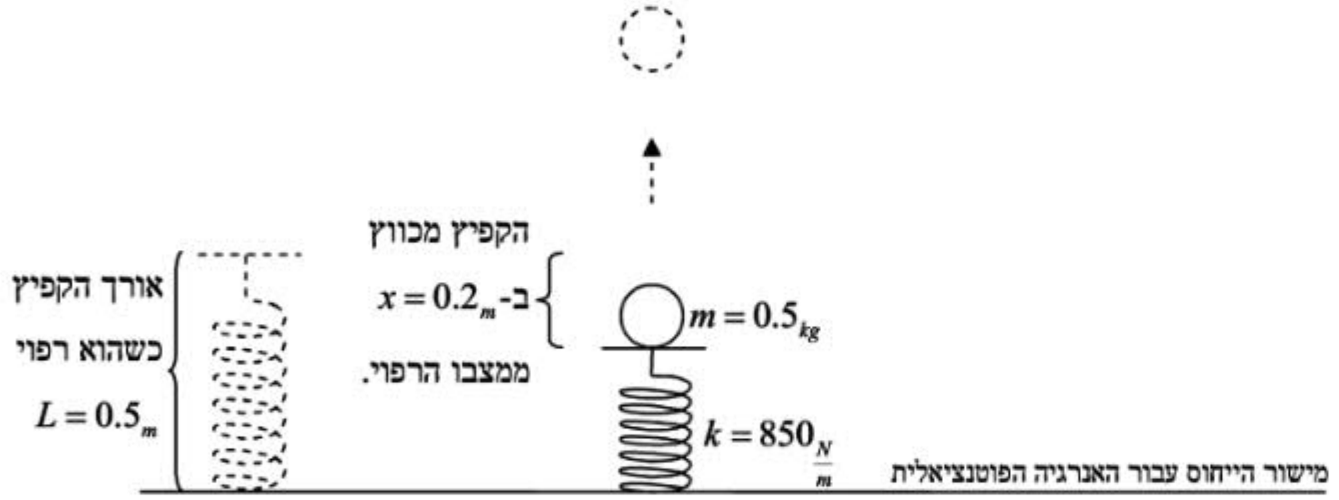
ב. מצא את החיכוך הסטטי המקסימלי שהמסה יכולה להרגיש, והסבר מדוע הקפיץ יגרום לה לנוע.

ג. באיזו מהירות השתחררה המסה מהקפיץ ? (רמז : שים לב שפועל על המסה חיכוך קינטי לאורך העתק של $x = 0.05_m$ עד שהיא משתחררת מהקפיץ, ולכן יש להחסיר את עבודת החיכוך מהאנרגיה ההתחלתית).

ד. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא באיזה מרחק מהמקום שבו המסה השתחררה מהקפיץ היא תיעצר.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

5. דוחפים כדור שמסתו $m = 0.5_{kg}$ כך שהוא מכווץ קפיץ ב- $x = 0.2_m$. הקפיץ מאונך לקרקע ובעל קבוע $k = 850_{\frac{N}{m}}$. אורך הקפיץ כשהוא רפוי הוא $L = 0.5_m$. מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא הקרקע.



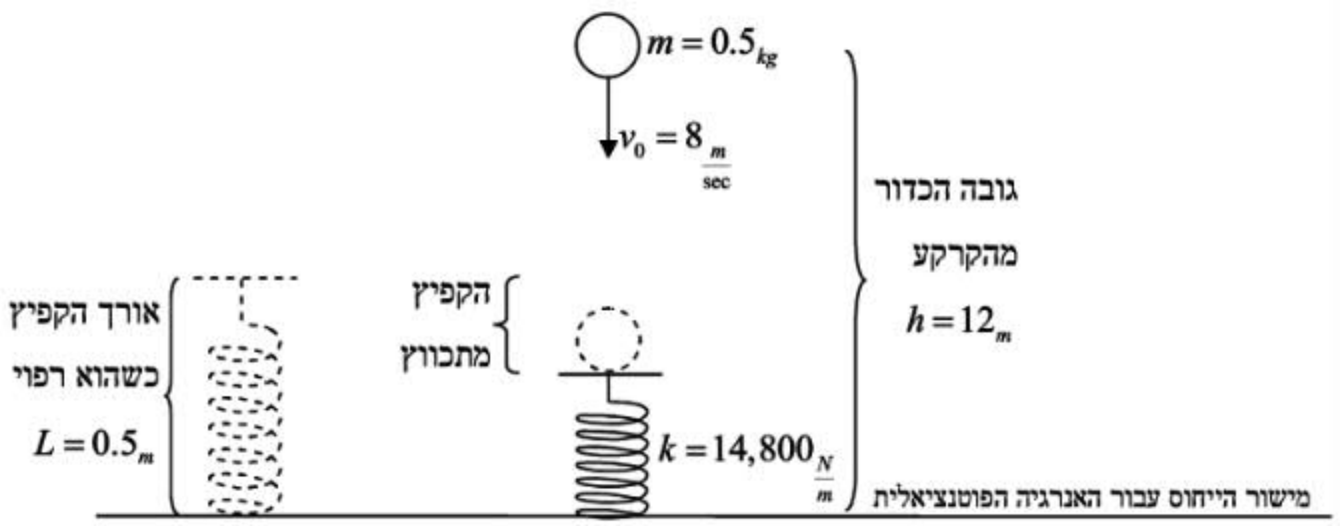
א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית שיש למערכת ? (שים לב שיש לכדור אנרגיה פוטנציאלית).

ב. מה תהיה מהירות הכדור ברגע שהוא יגיע לגובה שבו הקפיץ רפוי ?

ג. לאיזה גובה מקסימלי יגיע הכדור ביחס לקרקע ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. כדור שמסתו $m = 0.5_{kg}$ מופל מגובה $h = 12_m$ מעל פני הקרקע במהירות התחלתית $v_0 = 8_{\frac{m}{sec}}$. על הקרקע מונח קפיץ בעל קבוע $k = 14,800_{\frac{N}{m}}$, שאורכו במצבו הרפוי $L = 0.5_m$. הכדור נוחת על הקפיץ ומכווץ אותו. מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא הקרקע.



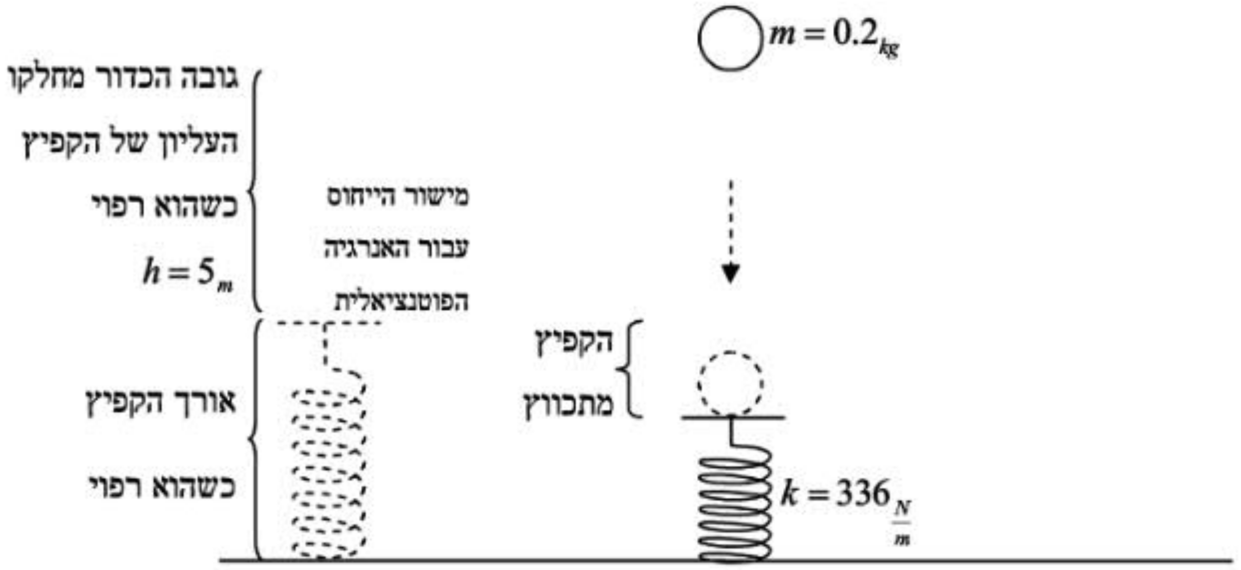
א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית שיש למערכת ?

ב. סמן את מידת התכווצות הקפיץ ממצבו הרפוי ב- x, והבע באמצעות x את סך האנרגיה שיש למערכת כשהקפיץ בשיא הכיווץ (רמז : בשיא הכיווץ הכדור נעצר, אבל יש לו עדיין אנרגיה פוטנציאלית ביחס לקרקע).

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מידת ההתכווצות המקסימלית שתהיה לקפיץ.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

7. כדור שמסתו $m=0.2_{kg}$ מופל ממנוחה מגובה $h=5_m$ מעל חלקו העליון של קפיץ כשהוא רפוי. קבוע הקפיץ הוא $k=336_{\frac{N}{m}}$. הכדור נוחת על הקפיץ ומכווץ אותו. מישור הייחוס עבור חישובי האנרגיה הפוטנציאלית הוא חלקו העליון של הקפיץ במצבו הרפוי.



א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית שיש למערכת ?

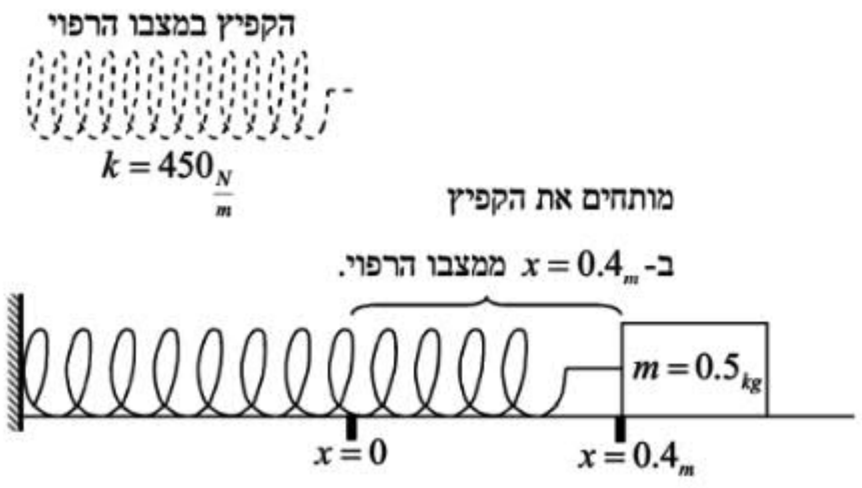
ב. סמן את מידת התכווצות הקפיץ ממצבו הרפוי ב- x, והבע באמצעות x את סך האנרגיה שיש למערכת כשהקפיץ בשיא הכיווץ (רמז : בשיא הכיווץ הכדור נעצר, ויש לו אנרגיה פוטנציאלית שלילית, כי הוא מתחת למישור הייחוס).

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מידת ההתכווצות המקסימלית שתהיה לקפיץ.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

8. מסה $m=0.5_{kg}$ מחוברת באופן מתמיד לקפיץ בעל קבוע $k=450_{\frac{N}{m}}$. מושכים את המסה כך שהקפיץ נמתח ב- $x=0.4_m$ ממצבו הרפוי, ולאחר מכן מרפים. נסמן את העתק הקפיץ במצבו הרפוי ב- $x=0$, ואת הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המסה נמצאת על משטח חלק וללא חיכוך.



א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית כשהקפיץ מתוח ב- $x=0.4_m$?

ב. מה יהיה גודל המהירות של המסה כשתגיע להעתק $x=0$?

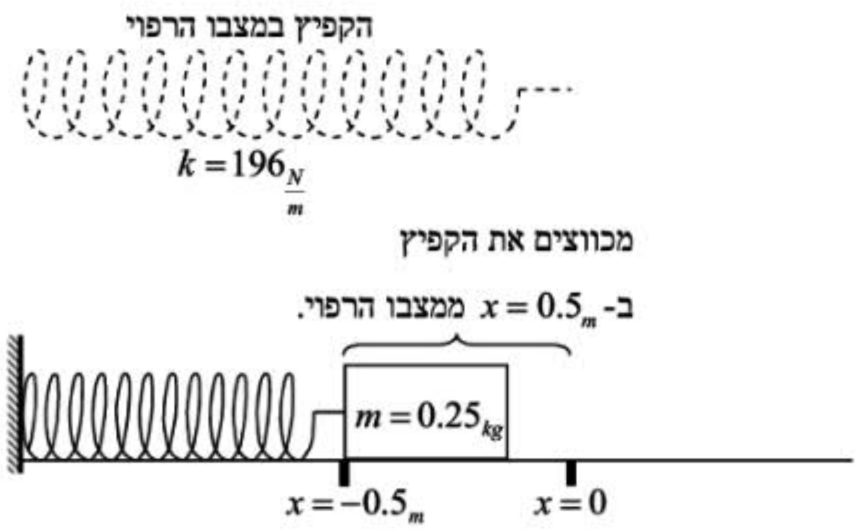
ג. מה יהיה גודל המהירות של המסה בהעתק $x=-0.24_m$?

ד. באיזה העתק יהיה גודל המהירות של המסה $v=7.2_{\frac{m}{sec}}$? (רמז : שים לב שיש 2 תשובות).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

9. מסה $m=0.25_{kg}$ מחוברת באופן מתמיד לקפיץ בעל קבוע $k=196_{\frac{N}{m}}$. דוחפים את המסה כך שהקפיץ מתכווץ ב- $x=0.5_m$ ממצבו הרפוי. נסמן את העתק הקפיץ במצבו הרפוי ב- $x=0$, ואת הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המסה נמצאת על משטח חלק וללא חיכוך.



א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית כשהקפיץ מכווץ להעתק $x=-0.5_m$?

ב. מהי התאוצה (גודל וכיוון) שמרגישה המסה בהעתק $x=-0.5_m$? הסבר מדוע היא אינה נשארת קבועה במהלך תנועת הגוף (רמז : היעזר בחוק הוק : $F=kx$).

ג. באיזה העתק תהיה תאוצת המסה $a=235.2_{\frac{m}{sec^2}}$ בכיוון שמאל ?

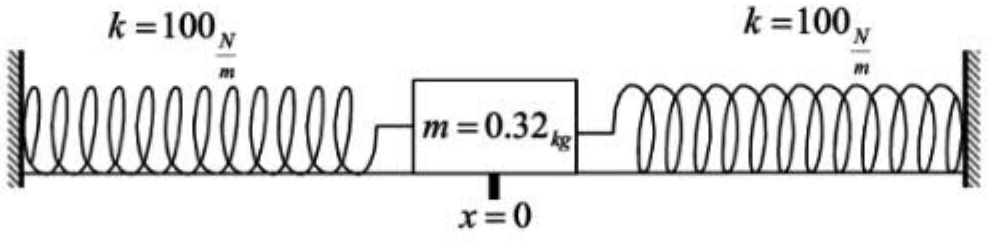
ד. מה יהיה גודל המהירות של המסה בהעתק שמצאת בסעיף ג ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

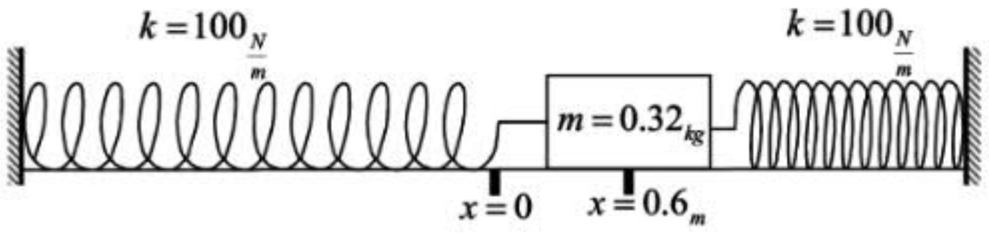
10. מסה $m=0.32_{kg}$ מחוברת משני צדיה לשני קפיצים זהים בעלי קבוע $k=100_{\frac{N}{m}}$ כל אחד. הקפיצים במצב זה רפויים, וההעתק שבו נמצאת המסה הוא $x=0$. דוחפים את המסה ימינה להעתק $x=0.6_m$ ומרפים. נגדיר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המסה נמצאת על משטח חלק וללא חיכוך.

מצב ראשוני שבו הקפיצים רפויים



המסה נדחפת להעתק $x=0.6_m$



א. מהו סך האנרגיה ההתחלתית, כשהמסה נמצאת בהעתק $x=0.6_m$? (רמז : שים לב שקפיץ אחד מתוח ב- 0.6_m, והאחר מכווץ ב- 0.6_m).

ב. מה תהיה התאוצה (גודל וכיוון) שמרגישה המסה בהעתק $x=0.6_m$? הסבר מדוע היא אינה נשארת קבועה במהלך תנועת הגוף.

ג. מה תהיה מהירות המסה בהעתק $x=0$?

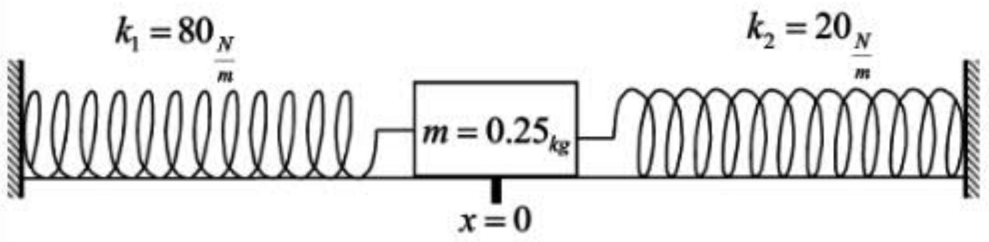
ד. מה תהיה מהירות המסה בהעתק $x=-0.36_m$?

ה. באילו העתקים מהירות המסה תהיה $v=9_{\frac{m}{sec}}$?

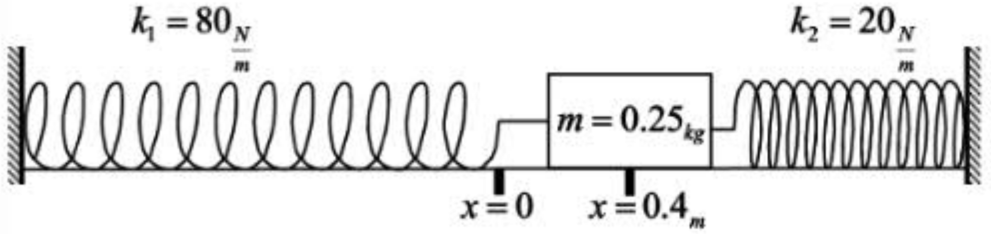
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

11. מסה $m=0.25_{kg}$ מחוברת משני צדיה לשני קפיצים. אחד מהם בעל קבוע $k_1=80_{\frac{N}{m}}$, והאחר בעל קבוע $k_2=20_{\frac{N}{m}}$. הקפיצים במצב זה רפויים, וההעתק שבו נמצאת המסה הוא $x=0$. דוחפים את המסה ימינה להעתק $x=0.4_m$, ומרפים. נגדיר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המסה נמצאת על משטח חלק וללא חיכוך.



מצב ראשוני שבו הקפיצים רפויים

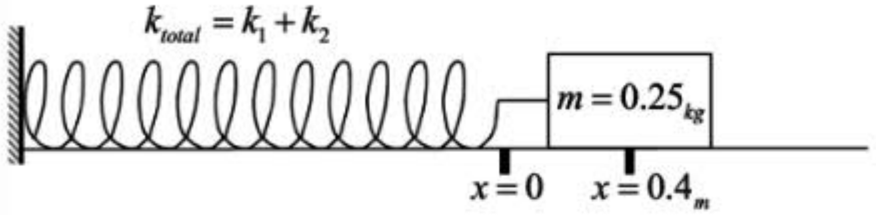


המסה נדחפת להעתק $x=0.4_m$

א. מה תהיה מהירות המסה בהעתק $x=0$, לאחר שהרפו ממנה ?

ב. באילו העתקים מהירות המסה תהיה $v=6.4_{\frac{m}{sec}}$?

ג. לפי עקרון "מערכת מקשיחה" ניתן להמיר את שני הקפיצים לקפיץ שקול שערכו : $k_{total}=k_1+k_2$.
נבנה מערכת חדשה, המורכבת מקפיץ בודד שערכו $k_{total}=k_1+k_2$, ואותה המסה מחוברת אליו.
נסיט את המסה להעתק $x=0.4_m$, ונשחרר.

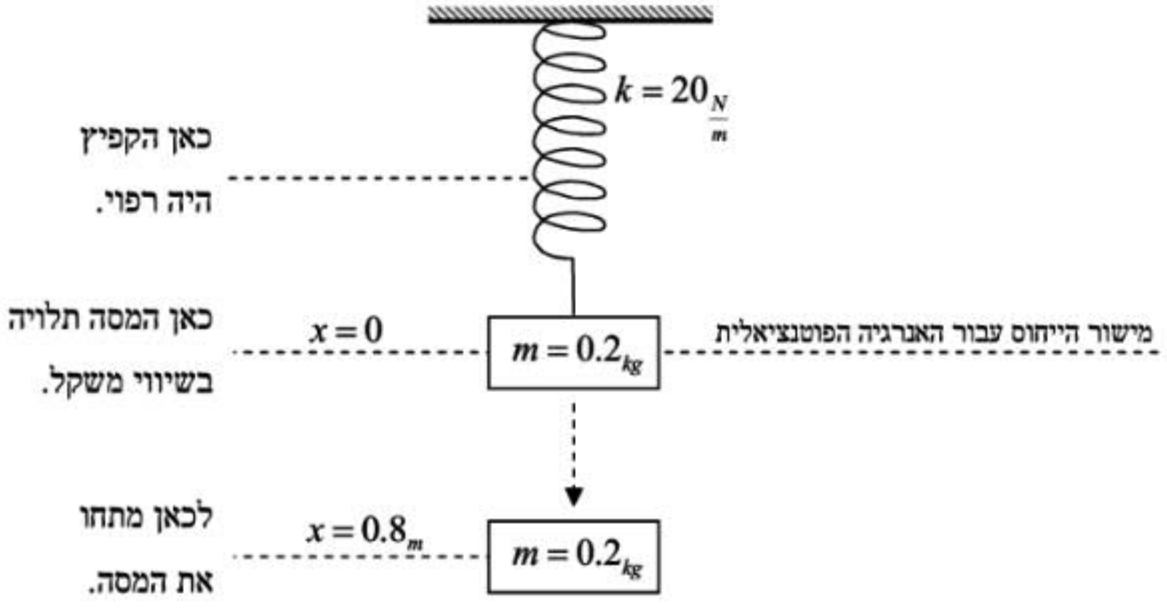


המסה נדחפת להעתק $x=0.4_m$ במערכת המורכבת מקפיץ בודד, השקול לשני הקפיצים.

הראה שהמהירות, שתהיה למסה בהעתק $x=0$ (שם הקפיץ רפוי), זהה לתשובה שקיבלת בסעיף א'.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. מסה $m=0.2_{kg}$ תלויה על קפיץ הקשור לתקרה. קבוע הקפיץ הוא $k=20_{\frac{N}{m}}$. המסה נמצאת בשיווי משקל, ונקודה זו נקבעת כהעתק $x=0$. לאחר מכן מושכים את המסה כלפי מטה להעתק $x=0.8_m$, ומרפים. מישור הייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית הוא בהעתק $x=0$, והכיוון למטה נקבע ככיוון החיובי.



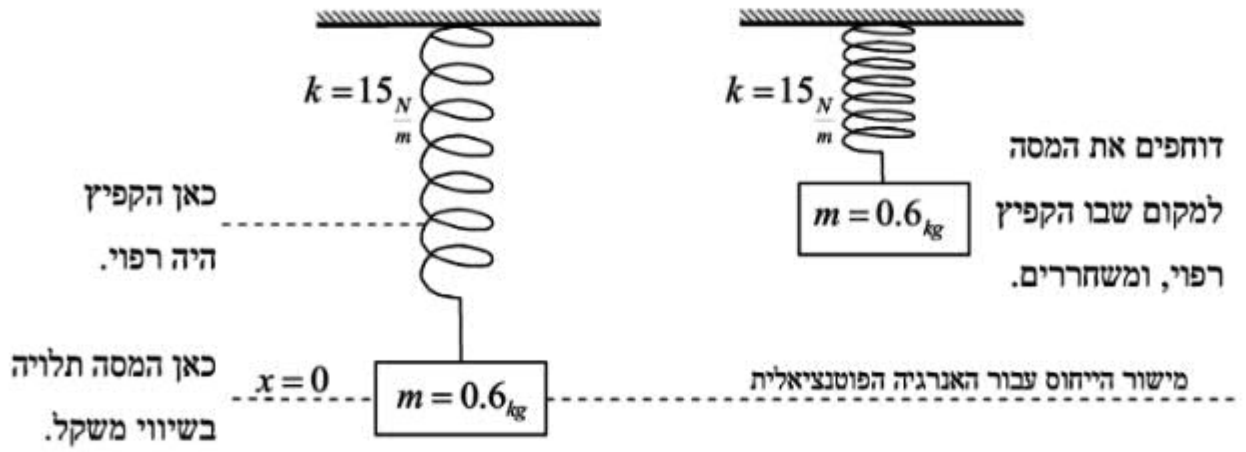
א. כמה התארך הקפיץ ממצבו הרפוי, כאשר המסה נמצאת בהעתק $x=0$? (רמז : המסה שם בשיווי משקל, ולכן כוח הכובד חייב להיות שווה לכוח שמפעיל הקפיץ).

ב. מהי סך האנרגיה שיש למערכת בהעתק $x=0.8_m$? (רמז : שים לב כמה הקפיץ מתוח ממצבו הרפוי. כמו כן שים לב שהמסה נמצאת מתחת למישור הייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית).

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את גודל המהירות שיש למסה בהעתק $x=0$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

13. מסה $m=0.6_{kg}$ תלויה על קפיץ הקשור לתקרה. קבוע הקפיץ הוא $k=15_{\frac{N}{m}}$. המסה נמצאת בשיווי משקל, ונקודה זו נקבעת כהעתק $x=0$. לאחר מכן דוחפים את המסה כלפי מעלה עד לנקודה שבה הקפיץ היה רפוי, ומרפים. מישור הייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית הוא בהעתק $x=0$, והכיוון למעלה נקבע ככיוון החיובי.



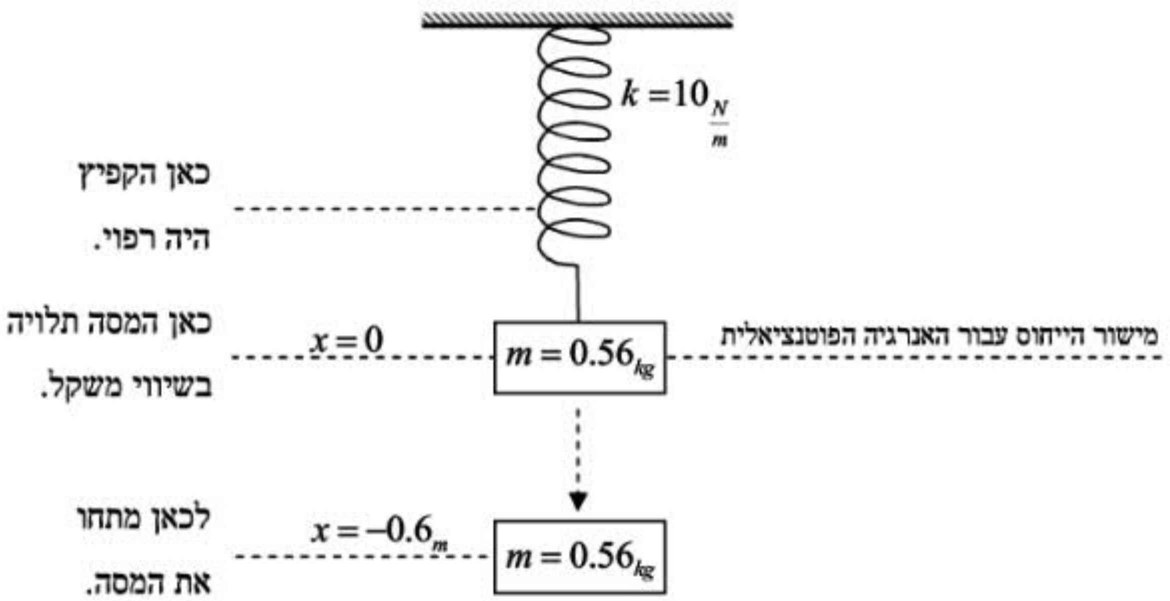
א. מהו ההעתק שאליו דחפו את המסה ? (רמז : בעזרת שיקולי כוחות מצא את התארכות הקפיץ ממצבו הרפוי כאשר המסה נמצאת בהעתק $x=0$).

ב. מהו סך האנרגיה שיש למערכת בנקודה שבה מרפים את המסה ?

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את גודל המהירות שיש למסה בהעתק $x=0$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

14. מסה $m=0.56_{kg}$ תלויה על קפיץ הקשור לתקרה. קבוע הקפיץ הוא $k=10_{\frac{N}{m}}$. המסה נמצאת בשיווי משקל, ונקודה זו נקבעת כהעתק $x=0$. לאחר מכן מושכים את המסה כלפי מטה להעתק $x=-0.6_m$, ומרפים. מישור הייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית הוא בהעתק $x=0$, והכיוון למעלה נקבע ככיוון החיובי.



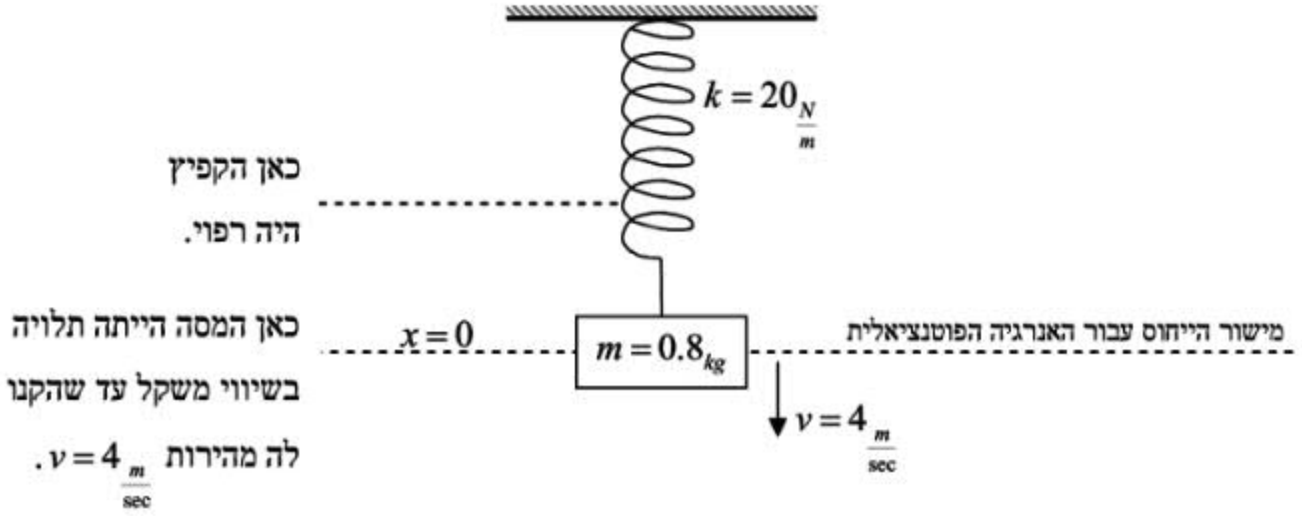
א. מהו ההעתק שבו נמצא הקפיץ במצבו הרפוי ? (רמז : בדוק כמה התארך הקפיץ ממצבו הרפוי כאשר המסה נמצאת בהעתק $x=0$).

ב. מהו סך האנרגיה שיש למערכת בהעתק $x=-0.6_m$?

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את גודל המהירות שיש למסה בהעתק $x=0.1$ (רמז : שים לב שבהעתק $x=0.1$ יש למערכת גם אנרגיה קינטית, גם פוטנציאלית וגם אלסטית).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

15. מסה $m=0.8_{kg}$ תלויה על קפיץ הקשור לתקרה. קבוע הקפיץ הוא $k=20_{\frac{N}{m}}$. המסה נמצאת בשיווי משקל, ונקודה זו נקבעת כהעתק $x=0$. ברגע מסוים מפעיל מישהו כוח רגעי על המסה, כך שהיא מקבלת מיד מהירות $v=4_{\frac{m}{sec}}$ כלפי מטה. מישור הייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית הוא בהעתק $x=0$, והכיוון למטה נקבע ככיוון החיובי.



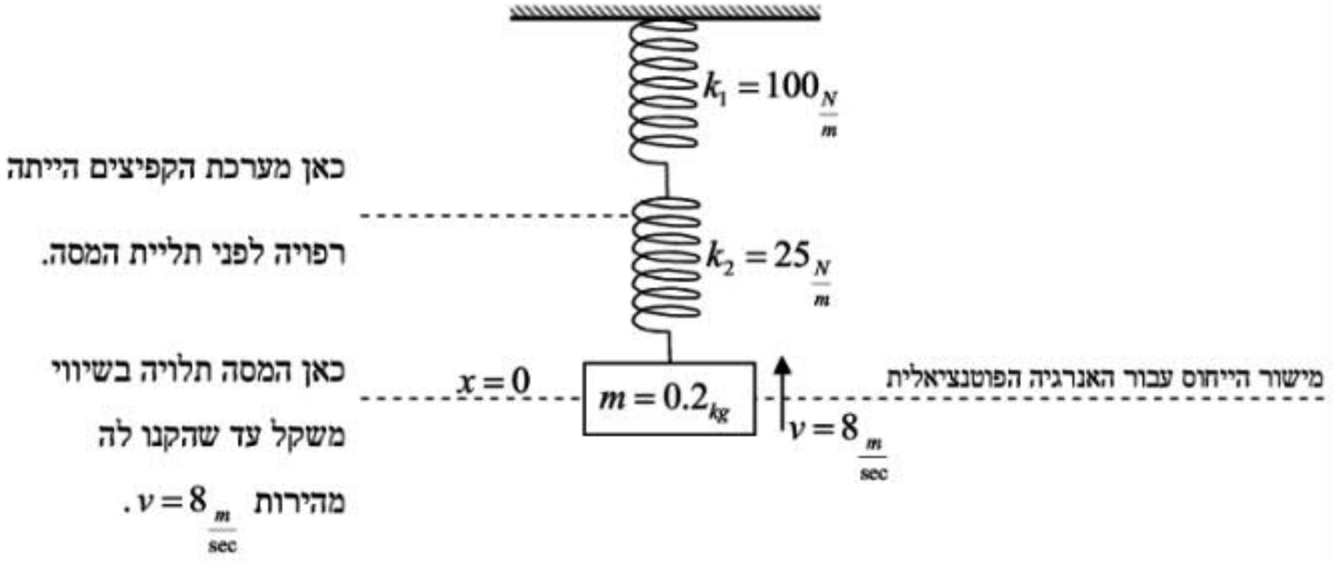
א. כמה התארך הקפיץ ממצבו הרפוי כאשר המסה נמצאת בהעתק $x=0$?

ב. מהו סך האנרגיה שיש למערכת כשהמסה בהעתק $x=0$, לאחר שהקנו לה את מהירותה שם ?

ג. כמה מטרים תרד המסה עד שתיעצר ? (רמז : סמן את מקום עצירת המסה ב- x. שים לב שכאשר המסה עוצרת, יש לה אנרגיה פוטנציאלית שלילית וגם אנרגיה אלסטית).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

16. מסה $m=0.2_{kg}$ תלויה על מערכת של שני קפיצים המחוברים זה לזה. אחד מהם בעל קבוע $k_1=100_{\frac{N}{m}}$, והאחר בעל קבוע $k_2=25_{\frac{N}{m}}$. המסה נמצאת בשיווי משקל, ונקודה זו נקבעת כהעתק $x=0$. ברגע מסוים מפעיל מישהו כוח רגעי על המסה, כך שהיא מקבלת באופן מידי מהירות $v=8_{\frac{m}{sec}}$ כלפי מעלה. מישור הייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית הוא בהעתק $x=0$, והכיוון למעלה נקבע ככיוון החיובי.



א. כמה התארכה מערכת שני הקפיצים, כאשר המסה נמצאת בהעתק $x=0$? (רמז : שים לב שהמסה מפעילה את אותו הכוח על כל קפיץ, ומצא את התארכות כל קפיץ).

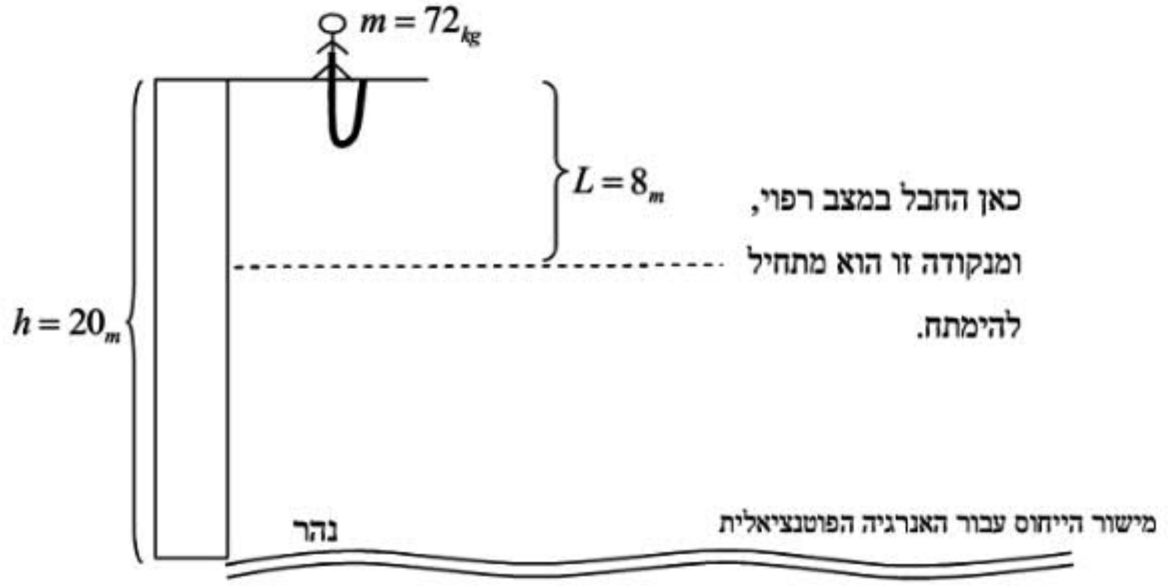
ב. לפי עקרון "מערכת מגמישה" ניתן להמיר את שני הקפיצים לקפיץ שקול, שערכו ניתן לחישוב מהנוסחה : $\frac{1}{k_{total}}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$. נבנה מערכת חדשה, המורכבת מקפיץ בודד שערכו k_{total}, ואותה המסה מחוברת אליו.
הראה שהקפיץ יתארך באותו העתק כמו המערכת המקורית, כשהמסה נמצאת בשיווי משקל.

ג. מהו סך האנרגיה שיש למערכת כשהמסה בהעתק $x=0$, לאחר שהקנו לה את מהירותה שם ?

ד. כמה מטרים תעלה המסה עד שתיעצר ? (רמז : סמן את מקום עצירת המסה ב- x. שים לב שכאשר המסה עוצרת, יש לה אנרגיה פוטנציאלית חיובית וגם אנרגיה אלסטית).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

17. אדם שמסתו $m = 72_{kg}$ עומד על מעקה של בניין בגובה $h = 20_m$ מעל נהר. מצד אחד קשור החבל למעקה הבניין, ומצדו השני לאדם. אורך החבל במצבו הרפוי הוא $L = 8_m$. החבל מסוגל להימתח כמו קפיץ. ידוע שכאשר האדם קופץ עם החבל, הוא מגיע בדיוק לגובה המים, ואז החבל מחזיר אותו כלפי מעלה. מישור הייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית יהיה הנהר.



א. מהי האנרגיה ההתחלתית ?

ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את קבוע החבל (רמז : היעזר בנתון שהאדם מגיע בדיוק לגובה המים, נעצר, ורק אז החבל מחזיר אותו כלפי מעלה).

ג. מצא את הגובה מעל פני המים, שבו תהיה לאדם המהירות הגבוהה ביותר (רמז : האדם מאיץ עד נקודה מסוימת, וממנה מתחיל להאט. בנקודה, שבה אין לאדם תאוצה, תהיה מהירותו הגבוהה ביותר. בנקודה זו שקול הכוחות על האדם הוא 0).

ד. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את המהירות הגבוהה ביותר שתהיה לאדם.

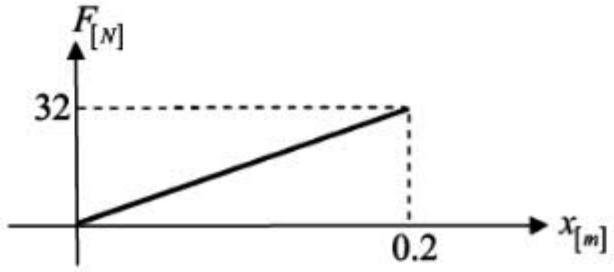
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $E = 3.2_J$

ב. $W = 3.2_J$ (האנרגיה האגורה בקפיץ שווה לעבודה שהושקעה).

ג.



שטח המשולש : $\frac{0.2 \cdot 32}{2} = 3.2_J$

ד. $3.2 = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = 4_{\frac{m}{sec}}$

2. א. $E_{beginning} = 36_J$

ב. $36 = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow x = 0.15_m$

3. א. $\frac{k_1 x^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = 3_{\frac{m}{sec}}$

ב. $\frac{mv^2}{2} = \frac{k_2 x^2}{2} \Rightarrow x = 0.15_m$

ג. $v = 3_{\frac{m}{sec}}$

ד. התנועה תהיה מחזורית, ומהירותה על המשטח בין הקפיצים תהיה $3_{\frac{m}{sec}}$

4. א. $F = kx \Rightarrow F = 9.4_N$

ב. $f_{s,\max} = \mu_s N \Rightarrow f_{s,\max} = 1_N$. הכוח שמפעיל הקפיץ מתגבר על החיכוך הסטטי המקסימלי, ולכן המסה תנוע.

ג. $\frac{kx^2}{2} - f_k \cdot x = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \frac{kx^2}{2} - \mu_k N \cdot x = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = 1.5_{\frac{m}{sec}}$

ד. $\frac{mv^2}{2} - \mu_k N \cdot x = 0 \Rightarrow x = 1.125_m$

5. א. $E_{beginning} = \frac{kx^2}{2} + mg \cdot 0.3 \Rightarrow E_{beginning} = 18.5_J$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ב. $18.5 = mg\cdot 0.5+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=8_{\frac{m}{sec}}$

ג. $\frac{mv^2}{2}+mg\cdot 0.5=mgh \Rightarrow h=3.7_m$

6. א. $E_{beginning}=mg\cdot 12+\frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow E_{beginning}=76_J$

ב. $E_{end}=mg\cdot(0.5-x)+\frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_{end}=7,400x^2-5x+2.5$ (שים לב שהגובה מפני הקרקע יהיה $(L-x)$, כי הקפיץ ירד ממצבו הרפוי ב-x.)

ג. $76=7,400x^2-5x+2.5 \Rightarrow x=0.1_m$ (x מוגדר כחיובי, ולכן התשובה השלילית נפסלת).

7. א. $E_{beginning}=mg\cdot 5 \Rightarrow E_{beginning}=10_J$

ב. $E_{end}=-mgx+\frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_{end}=168x^2-2x$

ג. $10=168x^2-2x \Rightarrow x=0.25_m$ (x מוגדר כחיובי, ולכן התשובה השלילית נפסלת).

8. א. $E_{beginning}=\frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_{beginning}=36_J$

ב. $36=\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=12_{\frac{m}{sec}}$

ג. $36=\frac{kx^2}{2}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow 36=\frac{450\cdot(0.24)^2}{2}+\frac{0.5v^2}{2} \Rightarrow v=9.6_{\frac{m}{sec}}$

ד. $36=\frac{kx^2}{2}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow x=\pm 0.32_m$ (המסה תקבל מהירות $7.2_{\frac{m}{sec}}$ כשהקפיץ מתוח ב-0.32 מטר, וגם כשהוא מכווץ ב-0.32 מטר).

9. א. $E_{beginning}=\frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_{beginning}=24.5_J$

ב. $F=kx=ma \Rightarrow a=392_{\frac{m}{sec^2}}$ כיוון התאוצה יהיה ימינה. התאוצה משתנה, כי הכוח שמפעיל הקפיץ על המסה משתנה כפונקציה של התארכות הקפיץ.

ג. $kx=ma \Rightarrow x=0.3_m$ (ההעתק חיובי, כי כשהקפיץ מתוח הכוח יהיה שמאלה, וכך גם התאוצה).

ד. $24.5=\frac{k\cdot 0.3^2}{2}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=11.2_{\frac{m}{sec}}$

10. א. $E_{beginning}=\frac{k_1(0.6)^2}{2}+\frac{k_2(0.6)^2}{2} \Rightarrow E_{beginning}=36_J$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ב. $F=k_1\cdot 0.6+k_2\cdot 0.6=ma \Rightarrow a=375_{\frac{m}{sec^2}}$ כיוון התאוצה יהיה שמאלה. התאוצה משתנה, כי הכוחות שמפעילים הקפיצים על המסה משתנים כפונקציה של התארכות הקפיצים.

ג. $36=\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=15_{\frac{m}{sec}}$

ד. $36=\frac{k_1\cdot 0.36^2}{2}+\frac{k_2\cdot 0.36^2}{2}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=12_{\frac{m}{sec}}$

ה. $36=\frac{k_1\cdot x^2}{2}+\frac{k_2\cdot x^2}{2}+\frac{m\cdot 9^2}{2} \Rightarrow x=\pm 0.48_m$

11. א. $\frac{k_1(0.4)^2}{2}+\frac{k_2(0.4)^2}{2}=8=\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=8_{\frac{m}{sec}}$

ב. $8=\frac{k_1x^2}{2}+\frac{k_2x^2}{2}+\frac{m(6.4)^2}{2} \Rightarrow x=\pm 0.24_m$

ג. $\frac{k_{total}\cdot 0.4^2}{2}=\frac{mv^2}{2} \Rightarrow \frac{100\cdot 0.4^2}{2}=\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=8_{\frac{m}{sec}}$

12. א. $kx=mg \Rightarrow x=0.1_m$

ב. $E=\frac{kx^2}{2}-mgh \Rightarrow E=\frac{k\cdot(0.9)^2}{2}-mg\cdot 0.8 \Rightarrow E=6.5_J$ (יש לשים לב שהקפיץ מתוח ב-0.9 מטר ממצבו הרפוי ושהאנרגיה הפוטנציאלית שלילית, כי הגובה הוא 0.8 מטר מתחת למישור הייחוס).

ג. $6.5=\frac{k\cdot(0.1)^2}{2}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=8_{\frac{m}{sec}}$

13. א. $kx=mg \Rightarrow x=0.4_m$

ב. $E=mg\cdot 0.4 \Rightarrow E=2.4_J$

ג. $2.4=\frac{k\cdot(0.4)^2}{2}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=2_{\frac{m}{sec}}$

14. א. $kx=mg \Rightarrow x=0.56_m$

ב. $E=\frac{k\cdot(1.16)^2}{2}-mg\cdot 0.6 \Rightarrow E=3.368_J$

ג. $3.368=\frac{k\cdot(0.46)^2}{2}+mg\cdot 0.1+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=2.5_{\frac{m}{sec}}$ (יש לשים לב שהקפיץ מתוח ב-0.46 מטר ממצבו הרפוי).

15. א. $kx=mg \Rightarrow x=0.4_m$

ב. $E=\frac{k\cdot(0.4)^2}{2}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow E=8_J$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ג. $8=\frac{k\cdot(x+0.4)^2}{2}-mgx \Rightarrow x=0.8_m$

16. א. $k_1x_1=mg \Rightarrow x_1=0.02_m$

$k_2x_2=mg \Rightarrow x_2=0.08_m$

$x_{total}=x_1+x_2 \Rightarrow x_{total}=0.1_m$

ב. $\frac{1}{k_{total}}=\frac{1}{100}+\frac{1}{25} \Rightarrow k_{total}=20_{\frac{N}{m}}$

$k_{total}\cdot x_{total}=mg \Rightarrow x_{total}=0.1_m$

ג. $E=\frac{k_{total}\cdot(0.1)^2}{2}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow E=6.5_J$

ד. $6.5=\frac{k_{total}\cdot(x-0.1)^2}{2}+mgx \Rightarrow x=0.8_m$

17. א. $E=mgh \Rightarrow E=14,400_J$

ב. $14,400=\frac{kx^2}{2} \Rightarrow 14,400=\frac{k\cdot(12)^2}{2} \Rightarrow k=200_{\frac{N}{m}}$

ג. בנקודה שבה המהירות מקסימלית נמתח החבל ב-3.6 מטר ממצבו הרפוי, ($mg=kx \Rightarrow x=3.6_m$). ולכן הגובה מעל הנהר יהיה 8.4 מטר.

ד. $14,400=\frac{k\cdot(3.6)^2}{2}+mg\cdot 8.4+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=14_{\frac{m}{sec}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

מתקף ותנע

נוסחאות

מתקף : הכוח שפעל על הגוף כפול פרק הזמן שפעל : $J=F\cdot t$ (נמדד ב-$[N\cdot \sec]$).

F הכוח שפעל על הגוף (אם הכוח משתנה, מייצג F את הכוח הממוצע שפעל על הגוף).

t משך הזמן שבו פעל הכוח על הגוף.

תנע : מסת הגוף כפול מהירותו : $P=m\cdot v$ (נמדד ב-$[kg\cdot \frac{m}{sec}]$).

m מסת הגוף.

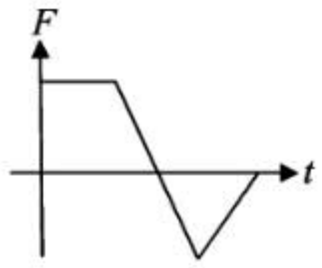
v מהירותו של הגוף.

כיוון התנע הוא ככיוון המהירות : כשהמהירות חיובית התנע חיובי, וכשהמהירות שלילית התנע שלילי.

המתקף שפעל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו : $J=F\cdot t=\Delta P=mv_{end}-mv_{beginning}$

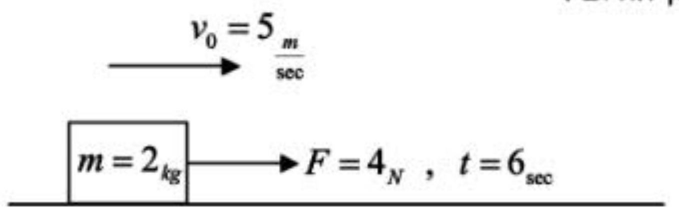
השינוי בתנע הוא התנע הסופי פחות התנע ההתחלתי : $\Delta P=mv_{end}-mv_{beginning}$

גרף של הכוח שפעל על גוף כפונקציה של הזמן



השטח בין הגרף לציר הזמן נותן את המתקף שפעל על הגוף, שהוא גם השינוי בתנע.

1. גוף שמסתו $m=2_{kg}$ נמשך בכוח של $F=4_N$ ימינה במשך $t=6_{sec}$. מהירותו ההתחלתית של הגוף הייתה $v_0=5_{\frac{m}{sec}}$ בכיוון ימינה. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.



א. מהו המתקף שפעל על הגוף במשך 6 שניות ?

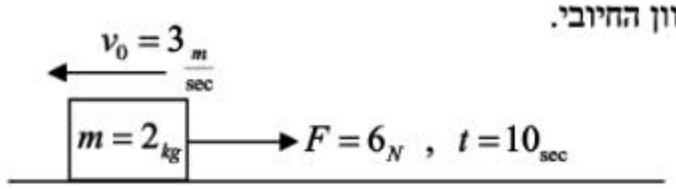
ב. מהו התנע ההתחלתי של הגוף ?

ג. היעזר בקשר שהשינוי בתנע של גוף שווה למתקף שפעל עליו, ומצא את התנע של הגוף לאחר 6 שניות.

ד. מהי מהירות הגוף בתום 6 שניות ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

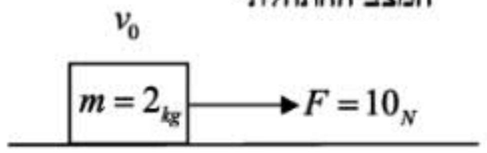
2. גוף שמסתו $m=2_{kg}$ נמשך בכוח של $F=6_N$ ימינה במשך $t=10_{sec}$. מהירותו ההתחלתית של הגוף הייתה $v_0=3\frac{m}{sec}$ בכיוון שמאלה. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.



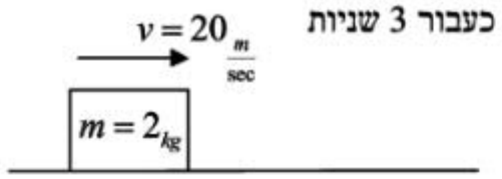
א. מהו המתקף שפעל על הגוף במשך 10 שניות ?
ב. מהו התנע ההתחלתי של הגוף ?
ג. היעזר בקשר שהשינוי בתנע של גוף שווה למתקף שפעל עליו, ומצא את התנע של הגוף לאחר 10 שניות.
ד. מהי מהירות הגוף בתום 10 שניות ?

3. גוף שמסתו $m=2_{kg}$ נמשך בכוח של $F=10_N$ ימינה. מהירותו ההתחלתית של הגוף היא v_0, ומהירותו של הגוף לאחר 3 שניות היא $v=20\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב ההתחלתי



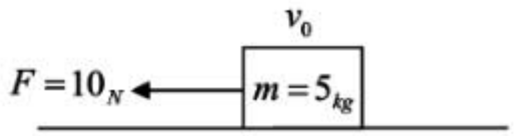
המצב כעבור 3 שניות



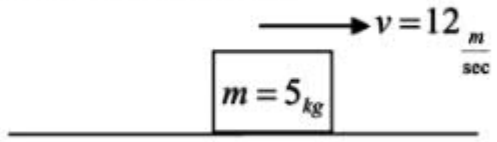
א. מהו המתקף שפעל על הגוף במשך 3 שניות ?
ב. מהו התנע של הגוף לאחר 3 שניות ?
ג. היעזר בקשר שהשינוי בתנע של גוף שווה למתקף שפעל עליו, ומצא את התנע ההתחלתי של הגוף.
ד. מהי המהירות ההתחלתית של הגוף ?

4. גוף שמסתו $m=5_{kg}$ נמשך בכוח של $F=10_N$ שמאלה. מהירותו ההתחלתית של הגוף היא v_0, ומהירותו של הגוף לאחר 10 שניות היא $v=12\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב ההתחלתי



המצב כעבור 10 שניות

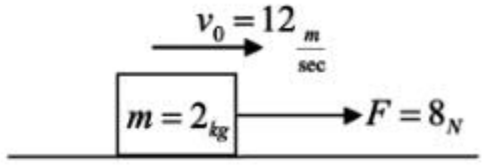


א. מהו המתקף שפעל על הגוף במשך 10 שניות ?
ב. מהו התנע של הגוף לאחר 10 שניות ?
ג. היעזר בקשר שהשינוי בתנע של גוף שווה למתקף שפעל עליו, ומצא את התנע ההתחלתי של הגוף.
ד. מהי המהירות ההתחלתית של הגוף ?

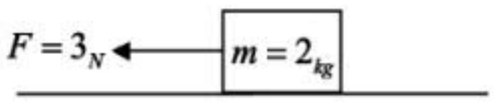
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

5. גוף שמסתו $m=2_{kg}$ נמשך בכוח של $F=8_N$ ימינה במשך 5 שניות. מהירותו ההתחלתית של הגוף היא $v_0=12\frac{m}{sec}$ ימינה. לאחר מכן פועל על הגוף כוח של $F=3_N$ שמאלה במשך 4 שניות נוספות. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב ההתחלתי: הכוח $F=8_N$ פועל במשך 5 שניות.

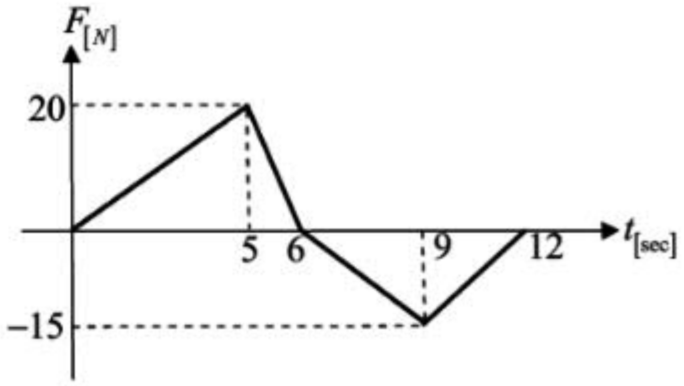


המצב כעבור 5 שניות: הכוח $F=3_N$ פועל במשך 4 שניות.

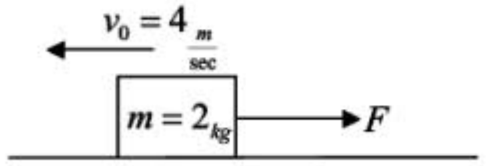


א. מהו סך כל המתקף שפעל על הגוף במשך 9 שניות ?
ב. מהו התנע ההתחלתי של הגוף ?
ג. היעזר בקשר שהשינוי בתנע של גוף שווה למתקף שפעל עליו, ומצא את מהירות הגוף בתום 9 שניות.

6. הגרף המצורף מתאר את הכוח שפעל על גוף במשך 12 שניות. מהירותו <u>ההתחלתית</u> של הגוף היא $v_0=4\frac{m}{sec}$ שמאלה, ומסת הגוף היא $m=2_{kg}$. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.



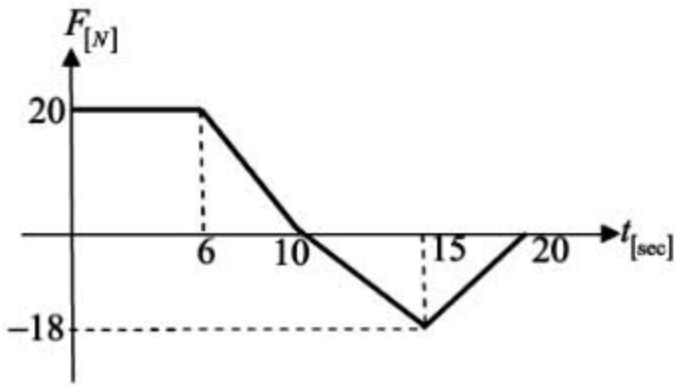
הכוח F משתנה עם הזמן בהתאם לגרף המצורף.



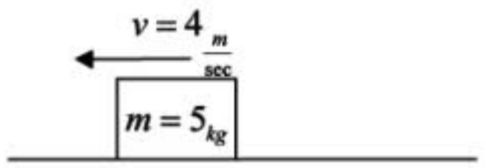
א. מהו סך כל המתקף שפעל על הגוף במשך 12 שניות ?
ב. מהו התנע ההתחלתי של הגוף ?
ג. היעזר בקשר שהשינוי בתנע של גוף שווה למתקף שפעל עליו, ומצא את מהירות הגוף בתום 12 שניות.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

7. הגרף המצורף מתאר את הכוח שפעל על גוף במשך 20 שניות. מהירותו <u>הסופית</u> של הגוף היא $v=4\frac{m}{sec}$ שמאלה, ומסת הגוף היא $m=5_{kg}$. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.



מצב הגוף בתום 20 שניות



א. מהו סך כל המתקף שפעל על הגוף במשך 20 שניות ?

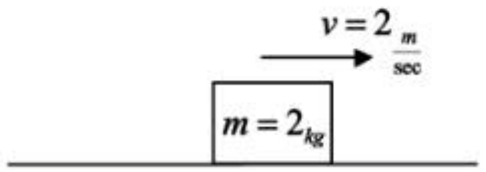
ב. מהו התנע הסופי של הגוף ?

ג. היעזר בקשר שהשינוי בתנע של גוף שווה למתקף שפעל עליו, ומצא את מהירות הגוף ברגע $t=0$.

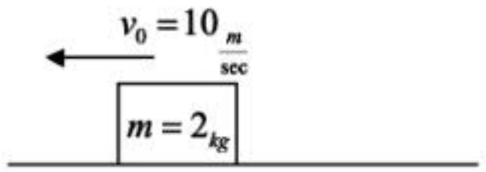
ד. איזה כוח קבוע אפשר היה להפעיל על הגוף כדי שיבצע את אותה התנועה במשך 20 שניות ?

8. גוף שמסתו $m=2_{kg}$ נדחף בכוח מסוים. מהירותו ההתחלתית של הגוף היא $v_0=10\frac{m}{sec}$ שמאלה. לאחר 15 שניות מהירותו של הגוף היא $v=2\frac{m}{sec}$ ימינה. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב כעבור 15 שניות



המצב ההתחלתי



א. מהו התנע של הגוף בהתחלה, ומהו התנע של הגוף כעבור 15 שניות ?

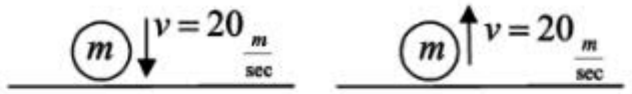
ב. מהו המתקף שפעל על הגוף ?

ג. מהו הכוח הממוצע שהופעל על הגוף ? האם הכוח הוא בהכרח קבוע ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

9. גוף שמסתו $m=4_{kg}$ נופל מלמעלה ופוגע בקרקע במהירות $v=20\frac{m}{sec}$. משך זמן הפגיעה בקרקע הוא $t=0.5_{sec}$, ומיד אח"כ הוא מזנק בחזרה בכיוון מעלה במהירות $v=20\frac{m}{sec}$. נבחר את הכיוון <u>למעלה</u> ככיוון החיובי.

רגע אחרי הפגיעה בקרקע   רגע לפני הפגיעה בקרקע



משך הפגיעה בקרקע הוא חצי שנייה.

א. מהו התנע של הגוף רגע לפני פגיעתו בקרקע ?

ב. מהו התנע של הגוף רגע אחרי פגיעתו בקרקע ?

ג. מהו המתקף שפעל על הגוף ?

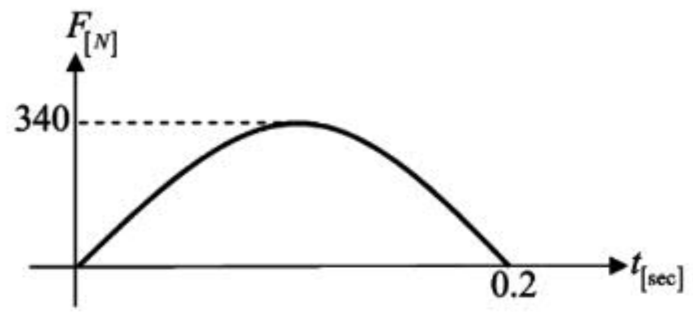
ד. מהו הכוח הממוצע שהפעילה הקרקע על הגוף ? האם הקרקע הפעילה כוח קבוע על הגוף ?

ה. האם הגוף איבד אנרגיה במהלך ההתנגשות ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. כדור שמסתו $m = 2_{kg}$ נזרק לעבר קיר. מהירות הכדור ברגע פגיעתו בקיר היא $v_0 = 10_{\frac{m}{sec}}$ שמאלה. הכדור מזנק חזרה מהקיר במהירות $v = 9.5_{\frac{m}{sec}}$ ימינה. משך זמן ההתנגשות עם הקיר הוא $t = 0.2_{sec}$. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

א. מהו התנע של הגוף רגע לפני פגיעתו בקיר, ורגע אחרי פגיעתו בקיר ?
ב. מהו המתקף שפעל על הגוף ?
ג. מהו הכוח הממוצע שהפעיל הקיר על הגוף ? האם הקיר הפעיל כוח קבוע על הגוף ?
ד. כמה אנרגיה איבד הכדור במהלך פגיעתו בקיר ? (רמז : בדוק את האנרגיה הקינטית של הכדור לפני הפגיעה בקיר ואחריה).
ה. נתון גרף של הכוח שהפעיל הקיר על הכדור כפונקציה של הזמן במהלך ההתנגשות בו :

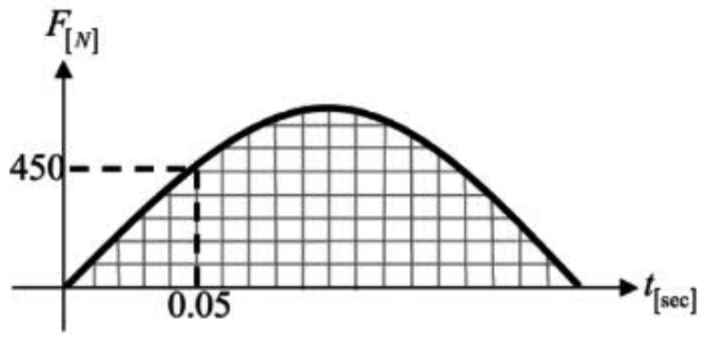


מה חייב להיות השטח בין הגרף לציר הזמן ?
חשב בקירוב את השטח בין הגרף לציר הזמן בהנחה שהיה זה שטח משולש. הסבר מדוע התשובה יוצאת קטנה במעט מהשטח האמיתי.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

11. גוף שמסתו $m = 3_{kg}$ נופל מלמעלה ופוגע בקרקע במהירות $v = 14.5_{\frac{m}{sec}}$. מיד אח"כ הוא מזנק חזרה בכיוון למעלה.

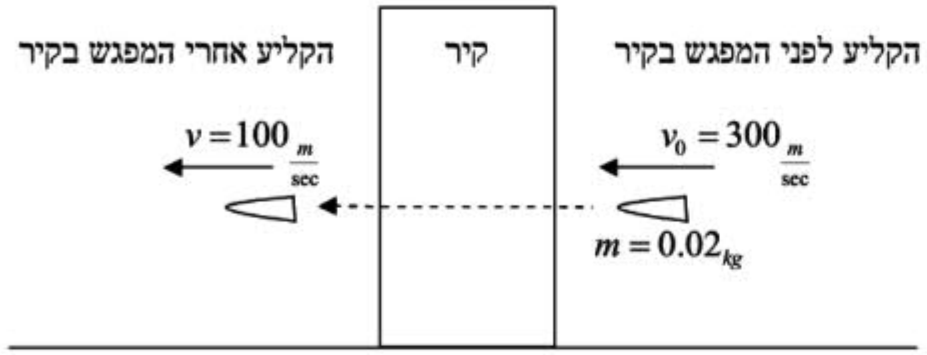
מצורף גרף של הכוח שפעל על הגוף כפונקציה של הזמן. בשטח שבין הגרף לציר הזמן נספרו כ-96 משבצות. נבחר את הכיוון <u>למעלה</u> ככיוון החיובי.



א. מהו התנע של הגוף רגע לפני פגיעתו בקרקע ?
ב. מהו המתקף שפעל על הגוף ? (רמז : יש למצוא תחילה שטח של משבצת בודדת בעזרת הנתונים המצוינים בגרף).
ג. מהי מהירותו של הגוף רגע אחרי פגיעתו בקרקע ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. קליע שמסתו $m=0.02_{kg}$ פוגע בקיר במהירות $v_0=300_{\frac{m}{sec}}$. הקליע חודר את הקיר, ויוצא ממנו מצדו השני במהירות $v=100_{\frac{m}{sec}}$. משך זמן שהייתו של הקליע בקיר היה $t=0.08_{sec}$. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

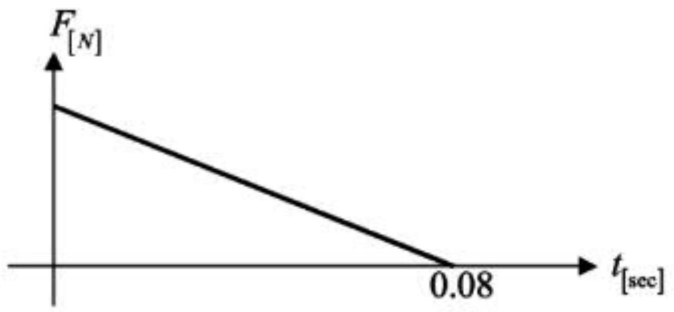


א. מהו המתקף שהפעיל הקיר על הקליע ?

ב. מהו הכוח הממוצע שהפעיל הקיר על הקליע ?

ג. כמה אנרגיה הפכה לחום במהלך מעבר הקליע בקיר ?

ד. ידוע שהקיר הפעיל כוח משתנה על הקליע, היורד בצורה לינארית, כמתואר בגרף הבא :



מצא את הכוח המקסימלי שהפעיל הקיר על הקליע (רמז : היעזר בידע שהשטח בין הגרף לציר הזמן שווה למתקף שהפעיל הקיר על הקליע).

תשובות

1. א. $J=24_{N\cdot sec}$

ב. $P_{beginning}=10_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ג. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow 24=P_{end}-10 \Rightarrow P_{end}=34_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ד. $P_{end}=m\cdot v \Rightarrow v=17_{\frac{m}{sec}}$

2. א. $J=60_{N\cdot sec}$

ב. $P_{beginning}=-6_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ג. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow 60=P_{end}-(-6) \Rightarrow P_{end}=54_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ד. $P_{end}=m\cdot v \Rightarrow v=27_{\frac{m}{sec}}$ (יצא ערך חיובי, ולכן המהירות תהיה ימינה).

3. א. $J=30_{N\cdot sec}$

ב. $P_{end}=40_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ג. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow 30=40-P_{beginning} \Rightarrow P_{beginning}=10_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ד. $P_{beginning}=m\cdot v_0 \Rightarrow v_0=5_{\frac{m}{sec}}$

4. א. $J=-100_{N\cdot sec}$

ב. $P_{end}=60_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ג. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow -100=60-P_{beginning} \Rightarrow P_{beginning}=160_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ד. $P_{beginning}=m\cdot v_0 \Rightarrow v_0=32_{\frac{m}{sec}}$ (יצא ערך חיובי, ולכן המהירות תהיה ימינה).

5. א. $J=40-12=28_{N\cdot sec}$

ב. $P_{beginning}=24_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ג. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow 28=mv_{end}-24 \Rightarrow v_{end}=26_{\frac{m}{sec}}$

(יצא ערך חיובי, ולכן המהירות תהיה ימינה).

6. א. שטח משולש עליון : $\frac{6\cdot 20}{2}=60_{N\cdot sec}$ שטח משולש תחתון : $\frac{6\cdot 15}{2}=45_{N\cdot sec}$

סה"כ מתקף : $J_{TOTAL}=60-45=15_{N\cdot sec}$.

ב. $P_{beginning}=-8_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ג. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow 15=P_{end}-(-8) \Rightarrow P_{end}=7_{\frac{m\cdot kg}{sec}} \Rightarrow v=3.5_{\frac{m}{sec}}$

7. א. שטח טרפז עליון: $\frac{(10+6)\cdot 20}{2}=160_{N\cdot sec}$ שטח משולש תחתון: $\frac{10\cdot 18}{2}=90_{N\cdot sec}$

סה"כ מתקף: $J_{TOTAL}=160-90=70_{N\cdot sec}$

ב. $P_{end}=-20_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ג. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow 70=-20-P_{beginning} \Rightarrow P_{beginning}=-90_{\frac{m\cdot kg}{sec}} \Rightarrow v_0=-18_{\frac{m}{sec}}$

ד. $J_{TOTAL}=F\cdot t \Rightarrow F=3.5_N$

8. א. $P_{beginning}=-20_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$ $P_{end}=4_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow J=24_{N\cdot sec}$

ג. $F=1.6_N \Leftarrow J=F\cdot t$. הכוח לא חייב להיות בהכרח קבוע, אלא יכול להיות כוח משתנה. אילו היינו מחשבים את השטח בינו לציר הזמן, היינו מקבלים את אותו המתקף.

9. א. $P_{beginning}=-80_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $P_{end}=80_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ג. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow J=160_{N\cdot sec}$

ד. $F=320_N \Leftarrow J=F\cdot t$. הקרקע לא הפעילה בהכרח כוח קבוע על הכדור. הופעל עליו כנראה כוח משתנה, ואילו היינו מחשבים את השטח בינו לציר הזמן, היינו מקבלים את אותו המתקף.

ה. לא היה איבוד אנרגיה, כי הגודל של מהירות הכדור לפני הפגיעה ואחריה לא השתנה.

10. א. $P_{beginning}=-20_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$ $P_{end}=19_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow J=39_{N\cdot sec}$

ג. $F=195_N \Leftarrow J=F\cdot t$. הקיר לא הפעיל בהכרח כוח קבוע על הכדור. הופעל עליו כנראה כוח משתנה, ואילו היינו מחשבים את השטח בינו לציר הזמן, היינו מקבלים את אותו המתקף.

ד. $E_{beginning}=\frac{mv_0^2}{2}=100_J$ $E_{end}=\frac{mv^2}{2}=90.25_J$

האנרגיה שהלכה לאיבוד (בצורה של חום) היא 9.75_J

ה. השטח חייב להיות שווה למתקף שהפעיל הקיר על הגוף, כלומר $39_{N\cdot sec}$

אם נתייחס לשטח כאילו היה משולש, נקבל: $\frac{0.2\cdot 340}{2}=34_{N\cdot sec}$. התוצאה יוצאת קטנה מהשטח האמיתי, כי השטח בפועל קצת יותר גדול משטח המשולש שחישבנו.

11. א. $P_{beginning}=-43.5_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. ממדיה של משבצת בודדת הם 90_N לגובה ו-0.01_{sec} לרוחב. לכן שטח משבצת בודדת הוא $0.9_{N\cdot sec}$

יש כ-96 משבצות, והשטח הכללי הוא $J_{TOTAL}=96\cdot 0.9=86.4_{N\cdot sec}$.

ג. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow 86.4=P_{end}-(-43.5) \Rightarrow P_{end}=42.9_{\frac{m\cdot kg}{sec}} \Rightarrow v=14.3_{\frac{m}{sec}}$

12. א. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow J=-2-(-6) \Rightarrow J=4_{N\cdot sec}$

ב. $J=F\cdot t \Rightarrow F=50_N$

ג. $E_{beginning}=\frac{mv_0^2}{2}=900_J$ $E_{end}=\frac{mv^2}{2}=100_J$

האנרגיה שהלכה לאיבוד (בצורה של חום) היא 800_J

ד. שטח המשולש: $\frac{0.08\cdot F_{max}}{2}$ שווה למתקף שפעל על הקליע.

$$\frac{0.08\cdot F_{max}}{2}=4 \Rightarrow F_{max}=100_N$$

חוק שימור התנע – חד-ממדי

נוסחאות

חוק שימור התנע

עבור 2 גופים שמתנגשים :

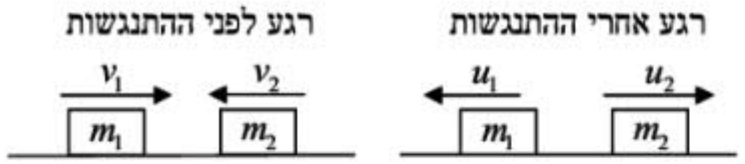
התנע הכולל רגע לפני ההתנגשות שווה לתנע הכולל רגע אחרי ההתנגשות : $m_1v_1+m_2v_2=m_1u_1+m_2u_2$

v_1 : מהירות המסה m_1 לפני ההתנגשות.

v_2 : מהירות המסה m_2 לפני ההתנגשות.

u_1 : מהירות המסה m_1 אחרי ההתנגשות.

u_2 מהירות המסה m_2 אחרי ההתנגשות.



חוק שימור התנע מתקיים כל עוד אין כוחות חיצוניים מגופים נוספים!!!

המתקף שפעל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו : $J=F\cdot t=\Delta P=mv_{end}-mv_{beginning}$.

כשגופים מתנגשים, מפעיל כל גוף את אותו המתקף על רעהו, אך בכיוון מנוגד.

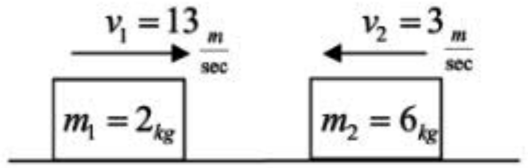
סוגי התנגשויות מיוחדות

התנגשות פלסטית : 2 הגופים בעלי אותה מהירות אחרי ההתנגשות (כאילו נדבקים זה לזה) $U=u_1=u_2$.

התנגשות אלסטית : אין איבוד אנרגיה במהלך ההתנגשות. מתקיים : $v_1+u_1=v_2+u_2$.

1. גוף, שמסתו $m_1=2_{kg}$ ומהירותו $v_1=13\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה, מתנגש חזיתית עם גוף, שמסתו $m_2=6_{kg}$ ומהירותו $v_2=3\frac{m}{sec}$ בכיוון שמאלה. ידוע שההתנגשות היא פלסטית. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב רגע לפני ההתנגשות



א. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות ?

ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגופים (גודל וכיוון) רגע אחרי ההתנגשות (רמז : בהתנגשות פלסטית זהה מהירות שני הגופים אחרי ההתנגשות).

ג. חשב את השינוי בתנע של הגוף הראשון, ומצא את המתקף שפעל עליו.

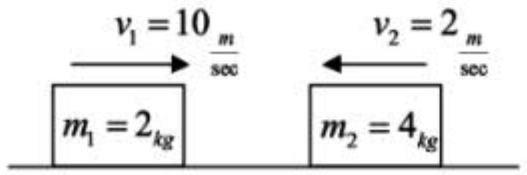
ד. חשב את השינוי בתנע של הגוף השני, ומצא את המתקף שפעל עליו.

ה. הסבר מדוע המתקפים יצאו זהים בגודלם, אך שונים בסימנם.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

2. גוף, שמסתו $m_1=2_{kg}$ ומהירותו $v_1=10\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה, מתנגש חזיתית עם גוף, שמסתו $m_2=4_{kg}$ ומהירותו $v_2=2\frac{m}{sec}$ בכיוון שמאלה. ידוע שההתנגשות היא אלסטית. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב רגע לפני ההתנגשות



א. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות ?

ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגופים (גודל וכיוון) רגע אחרי ההתנגשות (רמז : בהתנגשות אלסטית יש להיעזר גם בקשר $v_1+u_1=v_2+u_2$).

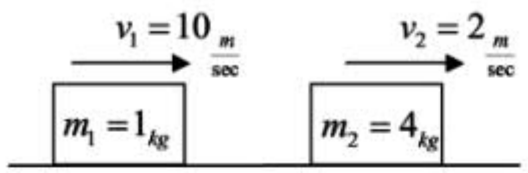
ג. חשב את השינוי בתנע של הגוף הראשון, ומצא את המתקף שפעל עליו.

ד. חשב את השינוי בתנע של הגוף השני, ומצא את המתקף שפעל עליו.

ה. הסבר מדוע המתקפים יצאו זהים בגודלם, אך שונים בסימנם.

3. גוף, שמסתו $m_1=1_{kg}$ ומהירותו $v_1=10\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה, מתנגש חזיתית עם גוף, שמסתו $m_2=4_{kg}$ ומהירותו $v_2=2\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה. ידוע שההתנגשות היא אלסטית. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב רגע לפני ההתנגשות



א. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות ?

ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגופים (גודל וכיוון) רגע אחרי ההתנגשות.

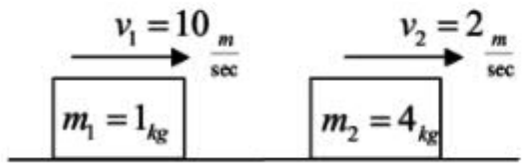
ג. חשב את אנרגית <u>המערכת</u> לפני ההתנגשות, ואת האנרגיה של המערכת אחרי ההתנגשות.

ד. חשב כמה אנרגיה אבדה במהלך ההתנגשות, וכיצד מתאימה התוצאה לעובדה שההתנגשות היא אלסטית.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

4. גוף, שמסתו $m_1 = 1_{kg}$ ומהירותו $v_1 = 10\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה, מתנגש חזיתית עם גוף, שמסתו $m_2 = 4_{kg}$ ומהירותו $v_2 = 2\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה. ידוע שההתנגשות היא פלסטית. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב רגע לפני ההתנגשות



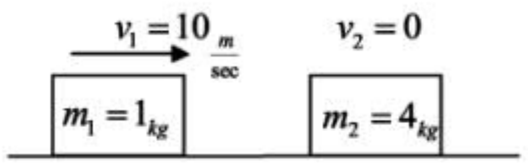
א. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות ?

ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגופים (גודל וכיוון) רגע אחרי ההתנגשות.

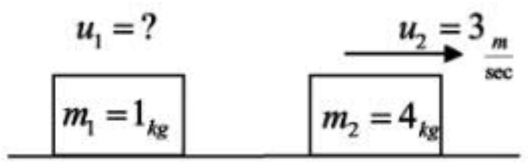
ג. חשב כמה אנרגיה אבדה במהלך ההתנגשות.

5. גוף, שמסתו $m_1 = 1_{kg}$ ומהירותו $v_1 = 10\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה, מתנגש חזיתית עם גוף, שמסתו $m_2 = 4_{kg}$ ונמצא במנוחה. ידוע שלאחר ההתנגשות מהירותו של הגוף שמסתו m_2 היא $u_2 = 3\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב רגע לפני ההתנגשות



המצב רגע אחרי ההתנגשות



א. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגוף שמסתו m_1 (גודל וכיוון) רגע אחרי ההתנגשות.

ב. האם הייתה זו התנגשות פלסטית ? (רמז : בדוק אם מהירות הגופים לאחר ההתנגשות זהה).

ג. האם הייתה זו התנגשות אלסטית ? (רמז : בדוק אם אבדה אנרגיה במהלך ההתנגשות).

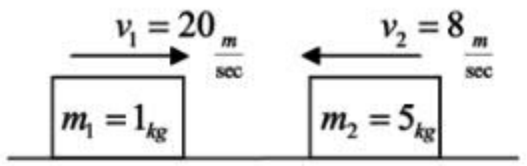
ד. חשב את השינוי בתנע של הגוף הראשון, ומצא את המתקף שפעל עליו.

ה. חשב את השינוי בתנע של הגוף השני, ומצא את המתקף שפעל עליו.

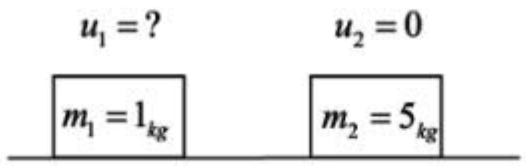
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. גוף, שמסתו $m_1 = 1_{kg}$ ומהירותו $v_1 = 20\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה, מתנגש חזיתית עם גוף, שמסתו $m_2 = 5_{kg}$ ומהירותו $v_2 = 8\frac{m}{sec}$ בכיוון שמאלה. ידוע שלאחר ההתנגשות הגוף שמסתו m_2 נעצר. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב רגע לפני ההתנגשות



המצב רגע אחרי ההתנגשות



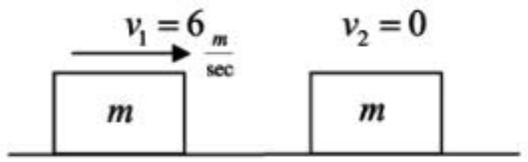
א. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגוף שמסתו m_1 (גודל וכיוון) רגע אחרי ההתנגשות.

ב. האם הייתה זו התנגשות פלסטית ? (רמז : בדוק אם מהירות הגופים לאחר ההתנגשות זהה).

ג. האם הייתה זו התנגשות אלסטית ? (רמז : בדוק אם אבדה אנרגיה במהלך ההתנגשות).

7. שני גופים שמסתם m מתנגשים חזיתית זה עם זה. הגוף הימני היה במהירות $v_1 = 6\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה, והגוף השמאלי היה במנוחה. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

המצב רגע לפני ההתנגשות



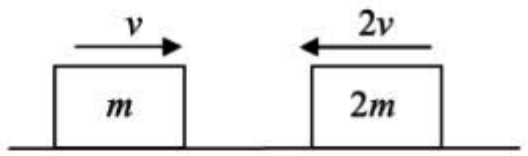
א. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגופים רגע אחרי ההתנגשות, בהנחה שההתנגשות פלסטית.

ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגופים רגע אחרי ההתנגשות, בהנחה שההתנגשות אלסטית.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

8. גוף, שמסתו m ומהירותו v בכיוון ימינה, מתנגש חזיתית עם גוף, שמסתו $2m$ ומהירותו $2v$ בכיוון שמאלה. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

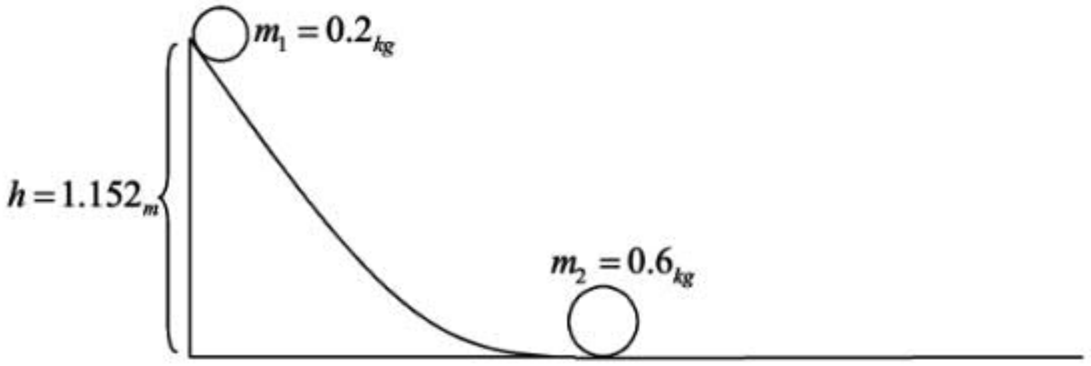
המצב רגע לפני ההתנגשות



א. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגופים רגע אחרי ההתנגשות, בהנחה שההתנגשות פלסטית.

ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגופים רגע אחרי ההתנגשות, בהנחה שההתנגשות אלסטית.

9. גוף שמסתו $m_1 = 0.2_{kg}$ מחליק מגובה $h = 1.152_m$ על מסלול חלק. בתחתית המסלול נמצא גוף אחר, שמסתו $m_2 = 0.6_{kg}$, במנוחה. ידוע שההתנגשות בין הגופים היא אלסטית.



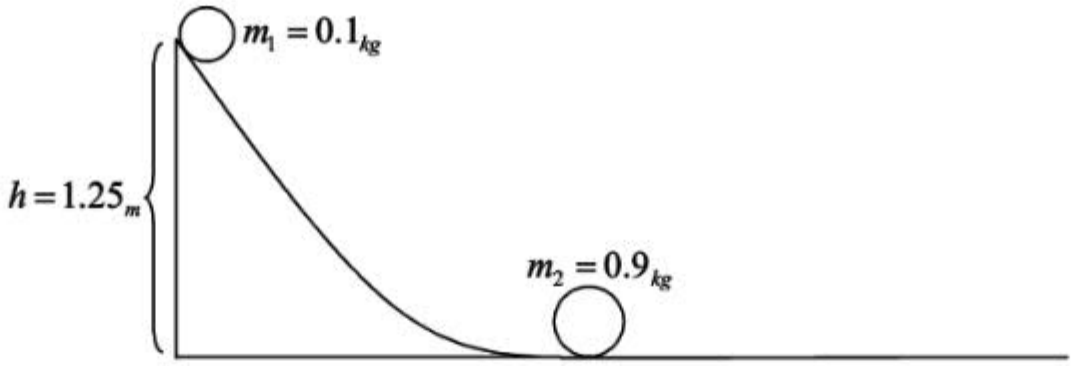
א. מצא את מהירות הגוף שמסתו m_1 רגע לפני ההתנגשות.

ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגופים רגע אחרי ההתנגשות.

ג. לאיזה גובה מקסימלי יעלה בחזרה הגוף שמסתו m_1 לאחר ההתנגשות ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. גוף שמסתו $m_1 = 0.1_{kg}$ מחליק מגובה $h = 1.25_m$ על מסלול חלק. בתחתית המסלול נמצא גוף אחר, שמסתו $m_2 = 0.9_{kg}$, במנוחה. ידוע שההתנגשות בין הגופים היא אלסטית.

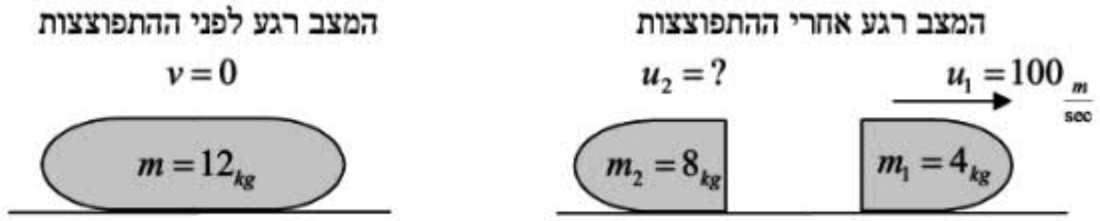


א. מצא את מהירות הגוף שמסתו m_1 רגע לפני ההתנגשות.

ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הגופים רגע אחרי ההתנגשות.

ג. הסבר מדוע תהיה התנגשות נוספת בין הגופים, ומצא את המהירות של כל גוף לאחר ההתנגשות השנייה.

11. פצצה שמסתה $m = 12_{kg}$ נמצאת במנוחה. לפתע מתפוצצת הפצצה לשני חלקים. חלק אחד מסתו $m_1 = 4_{kg}$, והוא נע במהירות $u_1 = 100\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.



א. מהו התנע של הפצצה לפני ההתפוצצות ?

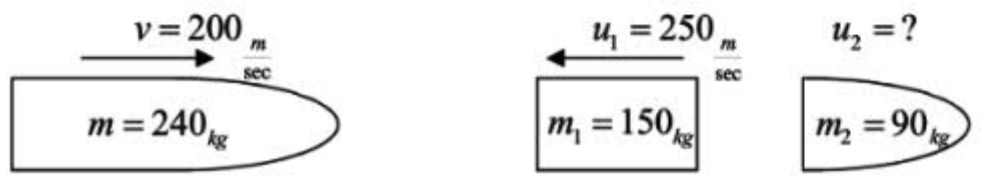
ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות החלק השני של הפצצה רגע אחרי ההתפוצצות.

ג. חשב כמה אנרגיה נוצרה במהלך ההתפוצצות. מי סיפק את האנרגיה הזו ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. טיל שמסתו $m = 240_{kg}$ נע במהירות $v = 200\ \frac{m}{sec}$ ימינה. הטיל מתפוצץ במהלך מעופו לשני חלקים. חלק אחד מסתו $m_1 = 150_{kg}$, והוא נע במהירות $u_1 = 250\ \frac{m}{sec}$ בכיוון שמאלה. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

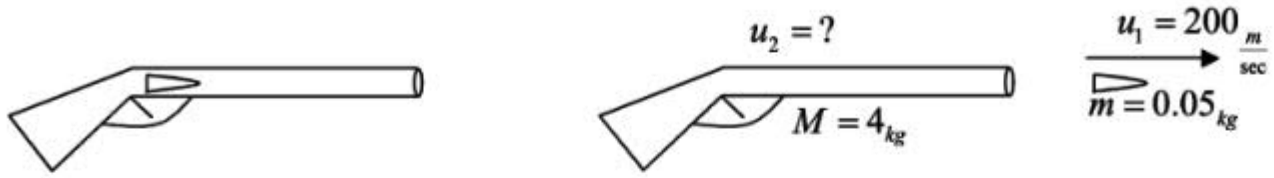
מצב הטיל רגע אחרי ההתפוצצות   מצב הטיל רגע לפני ההתפוצצות



א. מהו התנע של הטיל לפני ההתפוצצות ?
ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות החלק השני של הטיל רגע אחרי ההתפוצצות.
ג. חשב כמה אנרגיה נוצרה במהלך ההתפוצצות. מי סיפק את האנרגיה הזו ?

13. קליע שמסתו $m = 0.05_{kg}$ נורה מתוך רובה שמסתו $M = 4_{kg}$. מהירות הקליע היא $v = 200\ \frac{m}{sec}$ ברגע יציאתו מהרובה.

המצב אחרי הירייה   מצב הקליע והרובה לפני הירייה



א. מהו התנע הכולל של הקליע והרובה לפני הירייה ?
ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את המהירות שבה נרתע הרובה מיד עם הירייה (מהירות הרתע).
ג. מהו המתקף שהפעיל הרובה על הקליע ? (רמז : חשב את שינוי התנע של הקליע).
ד. חשב את שינוי התנע של הרובה, ומצא את המתקף שהקליע הפעיל עליו.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

14. נתון משטח על גלגלים, שמסתו $m = 100_{kg}$ והוא במנוחה. תיבה שמסתה $M = 150_{kg}$ מחליקה לעבר המשטח במהירות $v = 6\ \frac{m}{sec}$. התיבה עולה על המשטח, וכתוצאה מכך מתחיל המשטח לנוע. בסופו של דבר התיבה נעצרת על המשטח, ושניהם נעים יחד באותה המהירות. נבחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי.

התיבה על המשטח   התיבה לפני עלייתה על המשטח

א. מהו התנע של המערכת לפני שהתיבה עולה על המשטח ?
ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את המהירות המשותפת שיש לתיבה ולמשטח כשהתיבה נעצרת עליו.
ג. בדוק כמה אנרגיה התבזבזה במהלך עליית התיבה על המשטח, והסבר לאן נעלמה אותה אנרגיה.

15. קליע שמסתו $m = 0.096_{kg}$ נורה במהירות $v = 160\ \frac{m}{sec}$. הקליע מתנגש בבול עץ שמסתו $M = 4_{kg}$ ונמצא במנוחה. בול העץ נמצא על משטח אופקי חלק ויכול לנוע. הקליע חודר לתוך בול העץ, ונשאר תקוע בתוכו.

הקליע נשאר תקוע בתוך בול העץ.   מצב הקליע ובול העץ לפני המפגש

א. חשב את המהירות המשותפת שתהיה לבול העץ ולקליע, לאחר שהקליע נעצר בתוך בול העץ.
ב. חשב כמה אנרגיה התבזבזה לטובת החיכוך.
ג. חשב את השינוי בתנע של הקליע.
ד. ידוע שמשך הזמן, שבו חדר הקליע לתוך בול העץ עד שנעצר בתוכו, הוא $t = 0.01_{sec}$. חשב את כוח החיכוך הממוצע שהפעיל בול העץ על הקליע (רמז : שינוי התנע של הקליע הוא גם המתקף שהפעיל בול העץ עליו).
ה. מהו מרחק החדירה של הקליע בתוך בול העץ ? (רמז : האנרגיה שבוזבזה שווה לעבודת החיכוך).

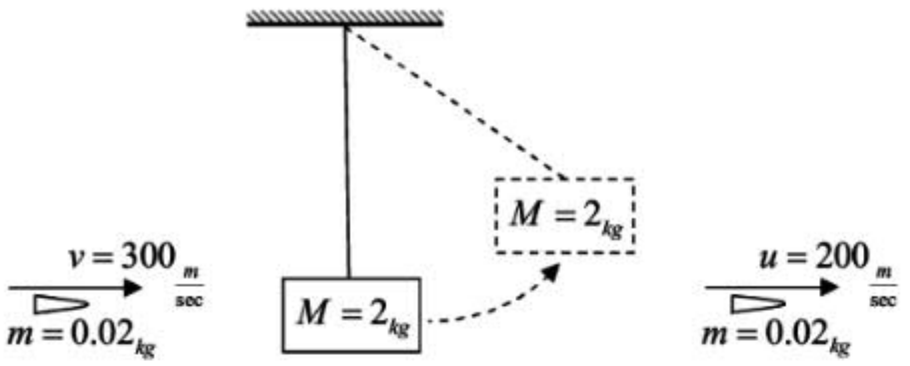
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

16. עגלה שמסתה $m=10_{kg}$ נוסעת במהירות $v=12\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה. לפתע נופלת לתוך העגלה משקולת שמסתה $M=20_{kg}$, בכיוון אנכי כלפי מטה.

א. הסבר מדוע לא נשמר התנע בציר האנכי בין המשקולת לעגלה (רמז : חוק שימור התנע מתקיים כל עוד לא פועלים על המערכת כוחות חיצוניים).

ב. היעזר בחוק שימור התנע עבור הציר <u>האופקי</u>, ומצא את מהירות העגלה עם המשקולת.

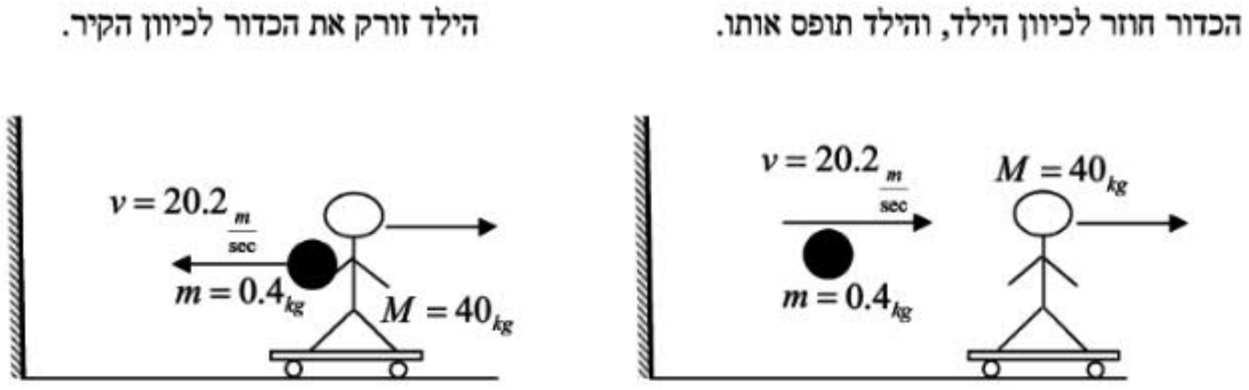
17. קליע שמסתו $m=0.02_{kg}$ נורה במהירות $v=300\frac{m}{sec}$. הקליע מתנגש בבול עץ שמסתו $M=2_{kg}$, התלוי על חבל מהתקרה. הקליע מצליח לחדור דרך בול העץ, ויוצא מצדו השני במהירות $u=200\frac{m}{sec}$. כתוצאה מההתנגשות מתחיל בול העץ להתרומם.



א. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות בול העץ מיד לאחר שהקליע יצא ממנו.

ב. לאיזה גובה מקסימלי יגיע בול העץ ? (רמז : היעזר בחוק שימור האנרגיה).

18. ילד שמסתו $M=40_{kg}$ עומד במנוחה על עגלה, ובידו כדור שמסתו $m=0.4_{kg}$. הילד זורק את הכדור לעבר קיר במהירות $v=20.2\frac{m}{sec}$, וכתוצאה מכך מתחיל הילד לנוע. הכדור פוגע בקיר, ומנתר ממנו בחזרה באותה מהירות, מאחר שההתנגשות עם הקיר היא אלסטית, ואין איבוד אנרגיה. לאחר מכן תופס הילד את הכדור.



א. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את מהירות הילד מיד לאחר שזורק את הכדור.

ב. מצא את המהירות של הילד והכדור, לאחר שהילד תפס בחזרה את הכדור.

ג. מה היה סך התנע ההתחלתי של המערכת הכוללת את הילד והכדור, ומה היה סך התנע הסופי שלהם ? הסבר כיצד ייתכן שהתנע האופקי של המערכת השתנה (רמז : חוק שימור התנע תקף כל עוד לא פועלים כוחות חיצוניים על המערכת).

19. כדור שמסתו $m_1 = 1_{kg}$ מחליק ממנוחה מגובה $h_1 = 0.45_m$ על מסילה חלקה. ממולו נמצא כדור אחר, שמסתו $m_2 = 4_{kg}$, והוא מחליק ממנוחה מגובה $h_2 = 0.8_m$. לכדור הראשון מוצמד קפיץ בעל קבוע $k = 8,000_{\frac{N}{m}}$, כך שכאשר הכדורים מגיעים לישורת ומתנגשים זה בזה - ההתנגשות אלסטית.

א. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את המהירות של כל כדור על הישורת.

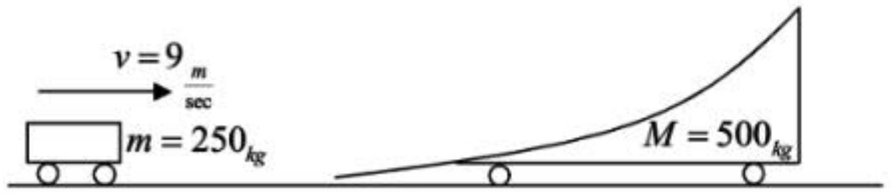
ב. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא מה תהיה מהירות כל כדור מיד לאחר ההתנגשות.

ג. ברגע מסוים במהלך ההתנגשות יש לכדורים אותה מהירות. מצא אותה.

ד. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ (רמז : הקפיץ מכווץ באופן מקסימלי ברגע שלשני הכדורים יש אותה המהירות במהלך ההתנגשות. האנרגיה האלסטית של הקפיץ היא $\frac{kx^2}{2}$).

20. נתון משטח משופע על גלגלים שמסתו $M = 500_{kg}$, והוא במנוחה. עגלה שמסתה $m = 250_{kg}$ נוסעת לעבר המשטח במהירות $v = 9_{\frac{m}{sec}}$. העגלה עולה על המשטח, וכתוצאה מכך מתחיל המשטח לנוע. אין חיכוך, ואין איבוד אנרגיה במפגש בין העגלה למשטח.

העגלה לפני עלייתה על המשטח

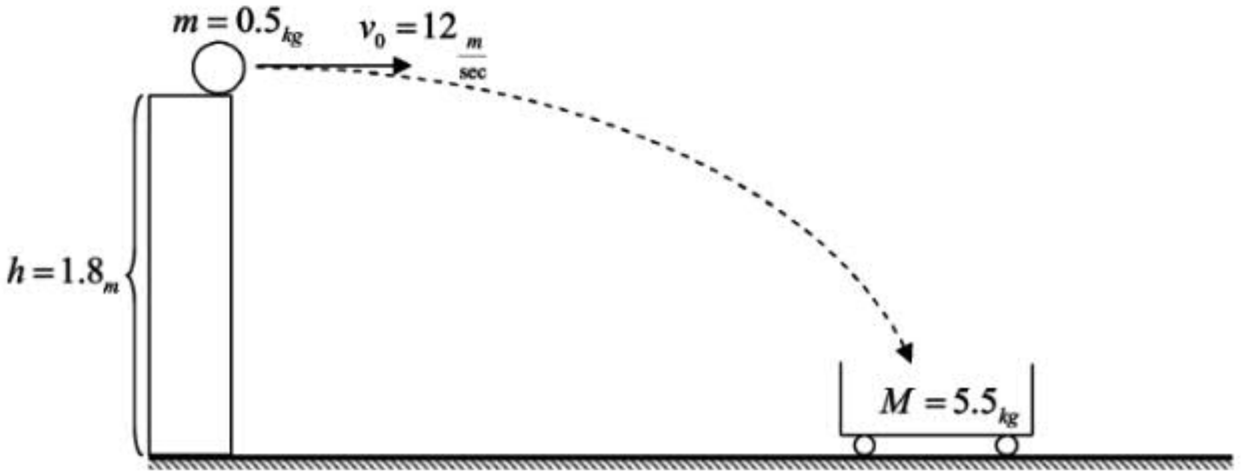


א. היעזר בחוק שימור התנע, ומצא את המהירויות שיהיו לעגלה ולמשטח כשהעגלה תרד בחזרה מהמשטח. (רמז : התייחס לסיטואציה כאל התנגשות אלסטית).

ב. מהו הגובה המקסימלי שאליו תגיע העגלה על המשטח ? (רמז : בשיא הגובה העגלה נעצרת על המשטח, כלומר יש לה ולמשטח את אותה המהירות).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

21. עגלה שמסתה $M = 5.5_{kg}$ נמצאת במנוחה על משטח אופקי. כדור שמסתו $m = 0.5_{kg}$ נזרק מראש מגדל שגובהו $h = 1.8_m$ במהירות אופקית $v_0 = 12_{\frac{m}{sec}}$. הכדור עף באוויר, נוחת בדיוק לתוך העגלה, ונשאר שם.



א. כמה שניות שהה הכדור באוויר עד שפגע בעגלה ?

ב. מהי המהירות (גודל וכיוון), שבה פגע הכדור בעגלה ? (רמז : יש למצוא את המהירות האנכית שבה פוגע הכדור בעגלה, ולעשות שקול בינה לבין המהירות בציר האופקי).

ג. מהו המרחק האופקי שבו נמצאת העגלה מתחתית המגדל ?

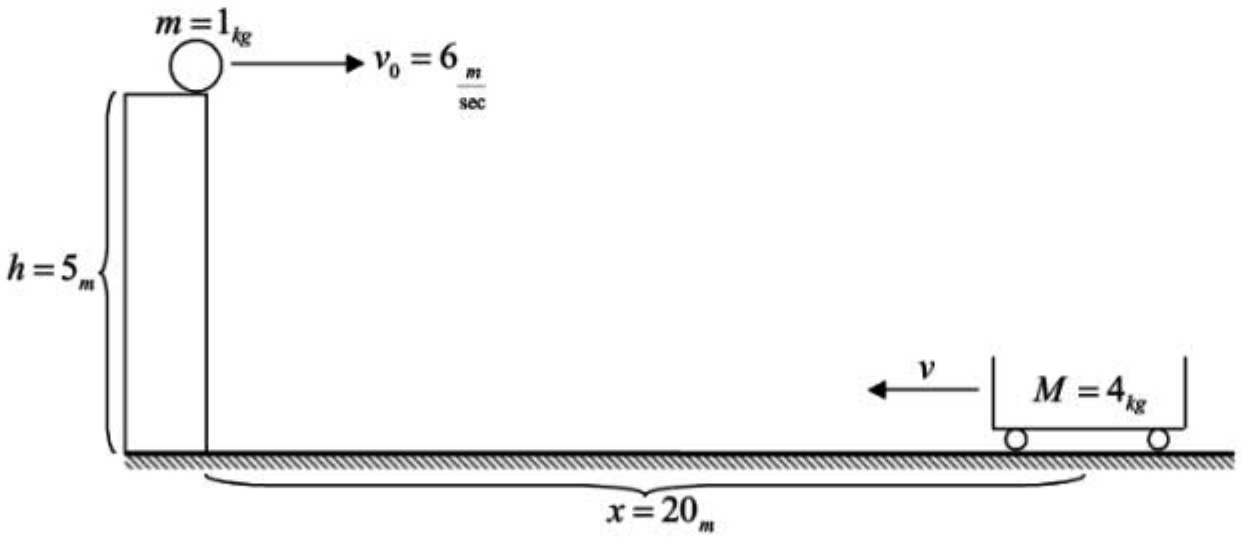
ד. הסבר מדוע לא נשמר התנע בציר האנכי במערכת הכוללת את העגלה והכדור.

ה. היעזר בחוק שימור התנע עבור הציר האופקי, ומצא את מהירות העגלה והכדור לאחר המפגש ביניהם.

ו. מהו המתקף שהפעיל כדור הארץ על הכדור והעגלה ? (רמז : חשב את השינוי בתנע של הכדור בציר האנכי).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

22. עגלה שמסתה $M=4_{kg}$ נעה במהירות קבועה v על משטח אופקי לכיוון מגדל שגובהו $h=5_m$. כדור שמסתו $m=1_{kg}$ נזרק מראש המגדל במהירות אופקית $v_0=6_{\frac{m}{sec}}$. הכדור עף באוויר, נוחת בדיוק לתוך העגלה, ונשאר שם. מרחקה של העגלה מתחתית המגדל ברגע זריקת הכדור הוא $x=20_m$.



א. כמה שניות שהה הכדור באוויר עד שפגע בעגלה ?

ב. מהו המרחק האופקי שעבר הכדור עד שנחת בתוך העגלה ?

ג. מה חייבת להיות מהירות העגלה כדי שהכדור אכן ייפול בדיוק לתוכה ?

ד. מה תהיה מהירות העגלה לאחר נפילת הכדור לתוכה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $P_{beginning}=2\cdot 13+6\cdot(-3) \Rightarrow P_{beginning}=8_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $8=m_1\cdot U+m_2\cdot U \Rightarrow U=1_{\frac{m}{sec}}$

ג. $J_1=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow J=m_1\cdot u_1-m_1\cdot v_1 \Rightarrow J=-24_{N\cdot m}$

ד. $J_2=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow J=m_2\cdot u_2-m_2\cdot v_2 \Rightarrow J=24_{N\cdot m}$

ה. המתקף מציין את הכוח שפעל על כל גוף כפול פרק הזמן שבו פעל. במהלך ההתנגשות הפעיל כל גוף את אותו הכוח על הגוף האחר, אך בכיוון הנגדי (לפי החוק השלישי של ניוטון). לכן המתקפים שווים בגודלם והפוכים בסימנם.

2. א. $P_{beginning}=2\cdot 10+4\cdot(-2) \Rightarrow P_{beginning}=12_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $\begin{cases}12=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2\\10+u_1=-2+u_2\end{cases} \Rightarrow u_1=-6_{\frac{m}{sec}}\ ,\ u_2=6_{\frac{m}{sec}}$

ג. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow J=m_1\cdot u_1-m_1\cdot v_1 \Rightarrow J=-32_{N\cdot m}$

ד. $J=P_{end}-P_{beginning} \Rightarrow J=m_2\cdot u_2-m_2\cdot v_2 \Rightarrow J=32_{N\cdot m}$

ה. המתקף מציין את הכוח שפעל על כל גוף כפול פרק הזמן שבו פעל. במהלך ההתנגשות הפעיל כל גוף את אותו הכוח על הגוף האחר, אך בכיוון הנגדי (לפי החוק השלישי של ניוטון). לכן המתקפים שווים בגודלם והפוכים בסימנם.

3. א. $P_{beginning}=1\cdot 10+4\cdot 2 \Rightarrow P_{beginning}=18_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $\begin{cases}18=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2\\10+u_1=2+u_2\end{cases} \Rightarrow u_1=-2.8_{\frac{m}{sec}}\ ,\ u_2=5.2_{\frac{m}{sec}}$

ג. $E_{beginning}=\frac{m_1\cdot v_1^2}{2}+\frac{m_2\cdot v_2^2}{2} \Rightarrow E_{beginning}=58_J$

$E_{end}=\frac{m_1\cdot u_1^2}{2}+\frac{m_2\cdot u_2^2}{2} \Rightarrow E_{end}=58_J$

ד. במהלך ההתנגשות לא אבדה אנרגיה, וזה תואם את ההגדרה של התנגשות אלסטית.

4. א. $P_{beginning}=1\cdot 10+4\cdot 2 \Rightarrow P_{beginning}=18_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $18=m_1\cdot U+m_2\cdot U \Rightarrow U=3.6_{\frac{m}{sec}}$

ג. $E_{beginning}=\frac{m_1\cdot v_1^2}{2}+\frac{m_2\cdot v_2^2}{2} \Rightarrow E_{beginning}=58_J$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

$$E_{end}=\frac{m_1\cdot u^2}{2}+\frac{m_2\cdot u^2}{2}\Rightarrow E_{end}=32.4_J$$

האנרגיה שאבדה במהלך ההתנגשות היא $\Delta E=25.6_J$

5. א. $m_1\cdot v_1+m_2\cdot v_2=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2\Rightarrow u_1=-2_{\frac{m}{sec}}$

ב. זו איננה התנגשות פלסטית, כי מהירות הגופים לא זהה אחרי ההתנגשות.

ג. $E_{beginning}=50_J$, $E_{end}=20_J$ במהלך ההתנגשות אבדה אנרגיה, ולכן זו אינה התנגשות אלסטית.

ד. $J=P_{end}-P_{beginning}\Rightarrow J=m_1\cdot u_1-m_1\cdot v_1\Rightarrow J=-12_{N\cdot sec}$

ה. $J=P_{end}-P_{beginning}\Rightarrow J=m_2\cdot u_2-m_2\cdot v_2\Rightarrow J=12_{N\cdot sec}$

6. א. $m_1\cdot v_1+m_2\cdot v_2=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2\Rightarrow u_1=-20_{\frac{m}{sec}}$

ב. זו איננה התנגשות פלסטית, כי מהירות הגופים לא זהה אחרי ההתנגשות.

ג. $E_{beginning}=360_J$, $E_{end}=200_J$ במהלך ההתנגשות אבדה אנרגיה, ולכן זו אינה התנגשות אלסטית.

7. א. $m\cdot 6+m\cdot 0=m\cdot U+m\cdot U\Rightarrow U=3_{\frac{m}{sec}}$

ב. $\begin{cases} m\cdot 6+m\cdot 0=m\cdot u_1+m\cdot u_2 \\ 6+u_1=0+u_2 \end{cases}\Rightarrow u_1=0\ ,\ u_2=6_{\frac{m}{sec}}$

8. א. $m\cdot v+2m\cdot(-2v)=m\cdot U+2m\cdot U\Rightarrow U=-v$

ב. $\begin{cases} m\cdot v+2m\cdot(-2v)=m\cdot u_1+2m\cdot u_2 \\ v+u_1=-2v+u_2 \end{cases}\Rightarrow u_1=-3v\ ,\ u_2=0$

9. א. $m_1gh=\frac{m_1v_1^2}{2}\Rightarrow v_1=4.8_{\frac{m}{sec}}$

ב. $\begin{cases} m_1\cdot 4.8+m_2\cdot 0=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2 \\ 4.8+u_1=0+u_2 \end{cases}\Rightarrow u_1=-2.4_{\frac{m}{sec}}\ ,\ u_2=2.4_{\frac{m}{sec}}$

ג. $\frac{m_1u_1^2}{2}=m_1gH=\Rightarrow H=0.288_m$

10. א. $m_1gh=\frac{m_1v_1^2}{2}\Rightarrow v_1=5_{\frac{m}{sec}}$

ב. $\begin{cases} m_1\cdot 5+m_2\cdot 0=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2 \\ 5+u_1=0+u_2 \end{cases}\Rightarrow u_1=-4_{\frac{m}{sec}}\ ,\ u_2=1_{\frac{m}{sec}}$

ג. הגוף שמסתו m_1 יעלה שוב במדרון, וירד בחזרה לישורת במהירות $4_{\frac{m}{sec}}$. מכיוון שהוא מהיר יותר מהגוף השני, הם ייפגשו שוב.

$\begin{cases} m_1\cdot 4+m_2\cdot 1=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2 \\ 4+u_1=1+u_2 \end{cases}\Rightarrow u_1=-1.4_{\frac{m}{sec}}\ ,\ u_2=1.6_{\frac{m}{sec}}$

(לא תהיה כבר התנגשות שלישית, כי מהירות הגוף הראשון קטנה מהשני, ולכן הוא לא ישיג אותו).

11. א. $P_{beginning}=0$

ב. $m\cdot 0=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2\Rightarrow u_2=-50_{\frac{m}{sec}}$

ג. $E_{beginning}=0_J$, $E_{end}=30{,}000_J$ נוצרה אנרגיה שערכה $30{,}000_J$. האנרגיה נוצרה עקב התהליכים הכימיים שגרמו לפצצה להתפוצץ.

12. א. $P_{beginning}=48{,}000_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $48{,}000=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2\Rightarrow u_2=950_{\frac{m}{sec}}$

ג. $E_{beginning}=4{,}800{,}000_J$, $E_{end}=45{,}300{,}000_J$ נוצרה אנרגיה שערכה $40{,}500{,}000_J$. האנרגיה נוצרה עקב התהליכים הכימיים שגרמו לפצצה להתפוצץ.

13. א. $P_{beginning}=0$

ב. $0=m\cdot u_1+M\cdot u_2\Rightarrow u_2=-2.5_{\frac{m}{sec}}$

ג. $J=P_{end}-P_{beginning}\Rightarrow J=m\cdot u_1-m\cdot v_1\Rightarrow J=10_{N\cdot sec}$

ד. $J=P_{end}-P_{beginning}\Rightarrow J=M\cdot u_2-M\cdot v_2\Rightarrow J=-10_{N\cdot sec}$

14. א. $P_{beginning}=900_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $900=M\cdot U+m\cdot U\Rightarrow U=3.6_{\frac{m}{sec}}$

ג. $E_{beginning}=2{,}700_J$, $E_{end}=1{,}620_J$ אבדה אנרגיה שערכה $1{,}080_J$. האנרגיה הזו הושקעה בעבודות החיכוך שפעלו בין המשטח לתיבה.

15. א. $m\cdot 160+M\cdot 0=(m+M)\cdot U\Rightarrow U=3.75_{\frac{m}{sec}}$

ב. $E_{beginning}=1{,}228.8_J$, $E_{end}=28.8_J$ אבדה אנרגיה שערכה $1{,}200_J$.

ג. $\Delta P=P_{end}-P_{beginning}\Rightarrow \Delta P=m\cdot 3.75-m\cdot 160\Rightarrow \Delta P=-15_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ד. $J=\Delta P\Rightarrow F\cdot t=\Delta P\Rightarrow F=-1{,}500_N$

ה. האנרגיה שבוזבזה מתבטאת בעבודת כוח החיכוך שהפעיל בול העץ על הקליע:

$$W=F\cdot x\Rightarrow 1{,}200=1{,}500\cdot x\Rightarrow x=0.8_m$$

16. א. בציר האנכי מפעיל כדור הארץ כוח על העגלה. כדור הארץ לא נכלל במערכת הכוללת את העגלה והמשקולת, ולכן הוא משמש ככוח חיצוני. במקרה כזה התנע לא נשמר במערכת (אילו העגלה לא הייתה נעה על הקרקע אלא בחלל, למשל, הייתה המשקולת גורמת לעגלה לנוע כלפי מטה).

ב. $m\cdot 12+M\cdot 0=(m+M)\cdot U \;\Rightarrow\; U=4_{\frac{m}{sec}}$ (יש לשים לב שבציר האופקי אין למשקולת מהירות לפני ההתנגשות).

17. א. $m\cdot 300+M\cdot 0=m\cdot 200+M\cdot u_M \;\Rightarrow\; u_M=1_{\frac{m}{sec}}$

ב. $\frac{M\cdot u_M^2}{2}=Mgh= \;\Rightarrow\; h=0.05_m$

18. א. $0=m\cdot(-20)+M\cdot u_M \;\Rightarrow\; u_M=0.202_{\frac{m}{sec}}$

ב. $m\cdot 20+M\cdot 0.2=(m+M)\cdot U \;\Rightarrow\; U=0.4_{\frac{m}{sec}}$

ג. $P_{beginning}=0 \quad , \quad P_{end}=16.16_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$ הקיר הפעיל כוח חיצוני על הכדור, ושינה את התנע הכולל של המערכת (כדאי לשים לב שהקיר שינה את כיוון המהירות של הכדור, ובכך שינה את התנע שלו).

19. א. $m_1gh_1=\frac{m_1v_1^2}{2} \;\Rightarrow\; v_1=3_{\frac{m}{sec}} \qquad m_2gh_2=\frac{m_2v_2^2}{2} \;\Rightarrow\; v_2=4_{\frac{m}{sec}}$

ב. $\begin{cases} m_1\cdot 3+m_2\cdot(-4)=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2 \\ 3+u_1=-4+u_2 \end{cases} \;\Rightarrow\; u_1=-8.2_{\frac{m}{sec}} \quad , \quad u_2=-1.2_{\frac{m}{sec}}$

ג. $m_1\cdot 3+m_2\cdot(-4)=m_1\cdot U+m_2\cdot U \;\Rightarrow\; U=-2.6_{\frac{m}{sec}}$

ד. $\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}=\frac{m_1\cdot U^2}{2}+\frac{m_2\cdot U^2}{2}+\frac{kx^2}{2} \;\Rightarrow\; x=0.07_m$

20. א. $\begin{cases} m\cdot 9+M\cdot 0=m\cdot u_1+M\cdot u_2 \\ 9+u_1=0+u_2 \end{cases} \;\Rightarrow\; u_1=-3_{\frac{m}{sec}} \quad , \quad u_2=6_{\frac{m}{sec}}$

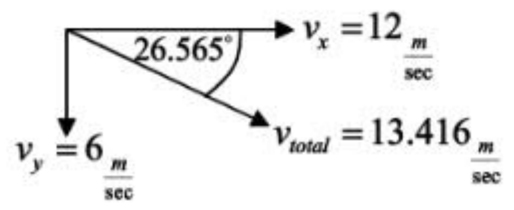
ב. חוק שימור התנע: $m\cdot 9+M\cdot 0=m\cdot U+M\cdot U \;\Rightarrow\; U=3_{\frac{m}{sec}}$

חוק שימור האנרגיה: $\frac{m\cdot 9^2}{2}=\frac{(m+M)\cdot U^2}{2}+mgh \;\Rightarrow\; h=2.7_m$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

21. א. $h=v_0t+\frac{at^2}{2} \;\Rightarrow\; 1.8=0\cdot t+\frac{10\cdot t^2}{2} \;\Rightarrow\; t=0.6_{sec}$

ב. $v_t=v_0+at \;\Rightarrow\; v_t=0+10\cdot 0.6 \;\Rightarrow\; v_t=6_{\frac{m}{sec}}$



$v_{total}=\sqrt{6^2+12^2} \;\Rightarrow\; v_{total}=13.416_{\frac{m}{sec}}$

$tg\alpha=\frac{6}{12} \;\Rightarrow\; \alpha=26.565^\circ$

ג. $x=vt \;\Rightarrow\; x=12\cdot 0.6 \;\Rightarrow\; x=7.2_m$

ד. בציר האנכי מפעיל כדור הארץ כוח על העגלה. כדור הארץ לא נכלל במערכת הכוללת את העגלה והכדור, ולכן משמש ככוח חיצוני. במקרה כזה התנע לא נשמר במערכת (אילו העגלה לא הייתה נעה על הקרקע, אלא בחלל, למשל, היה הכדור גורם לעגלה לנוע כלפי מטה).

ה. $m\cdot 12+M\cdot 0=(m+M)\cdot U \;\Rightarrow\; U=1_{\frac{m}{sec}}$

ו. $J=P_{end}-P_{beginning} \;\Rightarrow\; J=m\cdot 0-m\cdot 6 \;\Rightarrow\; J=-3_{N\cdot sec}$ (המתקף פועל כלפי מעלה).

22. א. $h=v_0t+\frac{at^2}{2} \;\Rightarrow\; 5=0\cdot t+\frac{10\cdot t^2}{2} \;\Rightarrow\; t=1_{sec}$

ב. $x=vt \;\Rightarrow\; x=6\cdot 1 \;\Rightarrow\; x=6_m$

ג. $x=vt \;\Rightarrow\; 20-6=v\cdot 1 \;\Rightarrow\; v=14_{\frac{m}{sec}}$

ד. $m\cdot 6+M\cdot(-14)=(m+M)\cdot U \;\Rightarrow\; U=-10_{\frac{m}{sec}}$ (המהירות תהיה בכיוון שמאלה).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

נוסחאות

חוק שימור התנע

עבור 2 גופים שמתנגשים :

התנע הכולל בכל ציר רגע לפני ההתנגשות שווה לתנע הכולל בכל ציר רגע אחרי ההתנגשות.

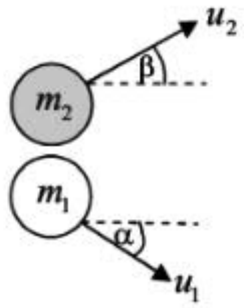
רגע אחרי ההתנגשות | רגע לפני ההתנגשות

עבור הציר האופקי : $m_1v_1\cos\alpha_1 + m_2v_2\cos\alpha_2 = m_1u_1\cos\beta_1 + m_2u_2\cos\beta_2$

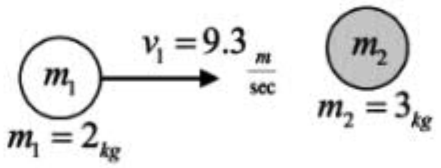
עבור הציר האנכי : $m_1v_1\sin\alpha_1 + m_2v_2\sin\alpha_2 = m_1u_1\sin\beta_1 + m_2u_2\sin\beta_2$

1. גוף, שמסתו $m_1 = 2_{kg}$ ומהירותו $v_1 = 9.3_{\frac{m}{sec}}$ בכיוון ימינה, מתנגש בגוף, שמסתו $m_2 = 3_{kg}$ ונמצא במנוחה. לאחר ההתנגשות הגוף שמסתו $m_1 = 2_{kg}$ מקבל מהירות, היוצרת זווית $\alpha = 36.87^\circ$ מתחת לציר האופקי בכיוון ימינה, והגוף שמסתו $m_2 = 3_{kg}$ מקבל מהירות, היוצרת זווית $\beta = 53.13^\circ$ מעל הציר האופקי בכיוון ימינה, כמתואר בציור. בחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר האופקי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר האנכי.

המצב רגע אחרי ההתנגשות



המצב רגע לפני ההתנגשות



א. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות בציר האופקי ?

ב. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות בציר האנכי ?

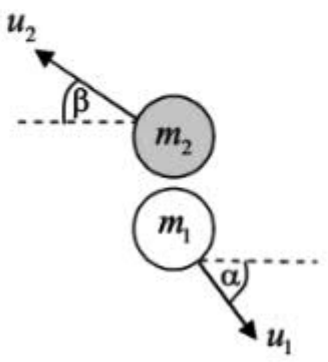
ג. רשום את משוואת חוק שימור התנע בכל ציר.

ד. מצא את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות.

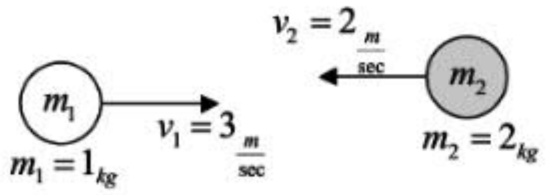
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

2. גוף, שמסתו $m_1 = 1_{kg}$ ומהירותו $v_1 = 3_{\frac{m}{sec}}$ בכיוון ימינה, מתנגש בגוף שמסתו $m_2 = 2_{kg}$ ומהירותו $v_2 = 2_{\frac{m}{sec}}$ בכיוון שמאלה. לאחר ההתנגשות הגוף שמסתו $m_1 = 1_{kg}$ מקבל מהירות, היוצרת זווית $\alpha = 60^\circ$ מתחת לציר האופקי בכיוון ימינה, והגוף שמסתו $m_2 = 2_{kg}$ מקבל מהירות, היוצרת זווית $\beta = 30^\circ$ מעל הציר האופקי בכיוון שמאלה, כמתואר בציור. בחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר האופקי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר האנכי.

המצב רגע אחרי ההתנגשות



המצב רגע לפני ההתנגשות



א. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות בציר האופקי ?

ב. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות בציר האנכי ?

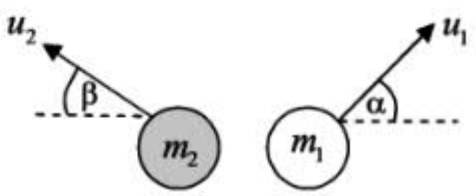
ג. רשום את משוואת חוק שימור התנע בכל ציר.

ד. מצא את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות.

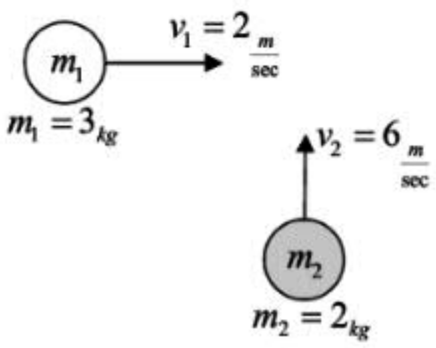
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

3. גוף, שמסתו $m_1 = 3_{kg}$ ומהירותו $v_1 = 2\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה, מתנגש בגוף שמסתו $m_2 = 2_{kg}$ ומהירותו $v_2 = 6\frac{m}{sec}$ בכיוון למעלה. לאחר ההתנגשות הגוף שמסתו $m_1 = 3_{kg}$ מקבל מהירות, היוצרת זווית $\alpha = 53.13^\circ$ מעל הציר האופקי בכיוון ימינה, והגוף שמסתו $m_2 = 2_{kg}$ מקבל מהירות, היוצרת זווית $\beta = 36.87^\circ$ מעל הציר האופקי בכיוון שמאלה, כמתואר בציור. בחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר האופקי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר האנכי.

המצב רגע אחרי ההתנגשות



המצב רגע לפני ההתנגשות



א. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות בציר האופקי ?

ב. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות בציר האנכי ?

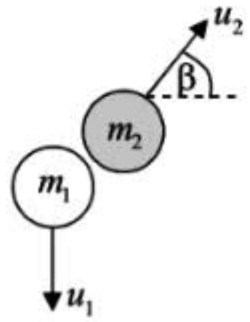
ג. רשום את משוואת חוק שימור התנע בכל ציר.

ד. מצא את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות.

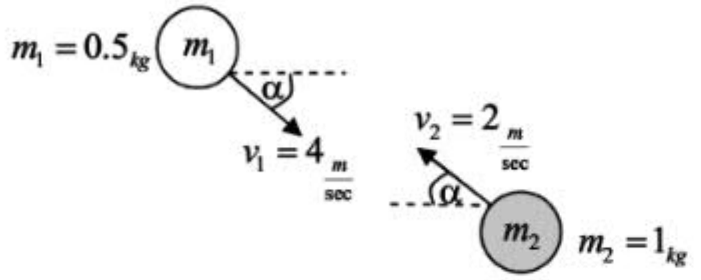
ה. האם ההתנגשות היא אלסטית ? (רמז : בדוק כמה אנרגיה אבדה במהלך ההתנגשות).

4. גוף, שמסתו $m_1 = 0.5_{kg}$ ומהירותו $v_1 = 4\frac{m}{sec}$ בזווית $\alpha = 30^\circ$ מתחת לאופק בכיוון ימינה, מתנגש בגוף, שמסתו $m_2 = 1_{kg}$ ומהירותו $v_2 = 2\frac{m}{sec}$ בזווית $\alpha = 30^\circ$ מעל האופק בכיוון שמאלה. ידוע שלאחר ההתנגשות הגוף בעל המסה $m_1 = 0.5_{kg}$ נע במהירות u_1 כלפי מטה. מהירות הגוף שמסתו $m_2 = 1_{kg}$ לאחר ההתנגשות היא u_2 בזווית β עם הציר האופקי. בחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר האופקי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר האנכי.

המצב רגע אחרי ההתנגשות



המצב רגע לפני ההתנגשות



א. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות בציר האופקי ?

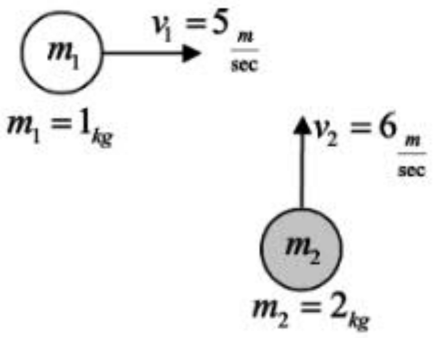
ב. מהו התנע הכולל של שני הגופים רגע לפני ההתנגשות בציר האנכי ?

ג. רשום את משוואת חוק שימור התנע בכל ציר, והסק מהי הזווית β, ומהו כיוון המהירות u_2.

ד. מצא את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות, אם ידוע שההתנגשות היא אלסטית (רמז : רשום את חוק שימור האנרגיה רגע לפני ההתנגשות ורגע אחריה).

5. גוף, שמסתו $m_1 = 1_{kg}$ ומהירותו $v_1 = 5\frac{m}{sec}$ בכיוון ימינה, מתנגש בגוף, שמסתו $m_2 = 2_{kg}$ ומהירותו $v_2 = 6\frac{m}{sec}$ בכיוון למעלה. ההתנגשות היא פלסטית. בחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר האופקי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר האנכי.

בציור המצורף מתואר המצב רגע לפני ההתנגשות.



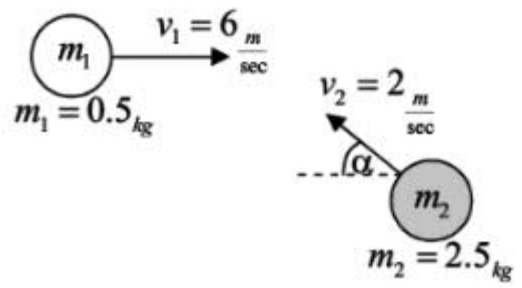
א. מהו התנע הכולל של שני הגופים בכל ציר רגע לפני ההתנגשות ?

ב. מצא את התנע השקול (גודל וכיוון) של מערכת הגופים (רמז : יש לעשות שקול בין התנע האנכי לאופקי).

ג. מהי המהירות של הגופים (גודל וכיוון) לאחר ההתנגשות ?

6. גוף, שמסתו $m_1 = 0.5_{kg}$ ומהירותו $v_1 = 6_{\frac{m}{sec}}$ בכיוון ימינה, מתנגש בגוף, שמסתו $m_2 = 2.5_{kg}$ ומהירותו $v_2 = 2_{\frac{m}{sec}}$ בזווית $\alpha = 36.87^\circ$ מעל האופק בכיוון שמאלה. ההתנגשות היא <u>פלסטית</u>. בחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר האופקי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר האנכי.

בציור המצורף מתואר המצב רגע לפני ההתנגשות.



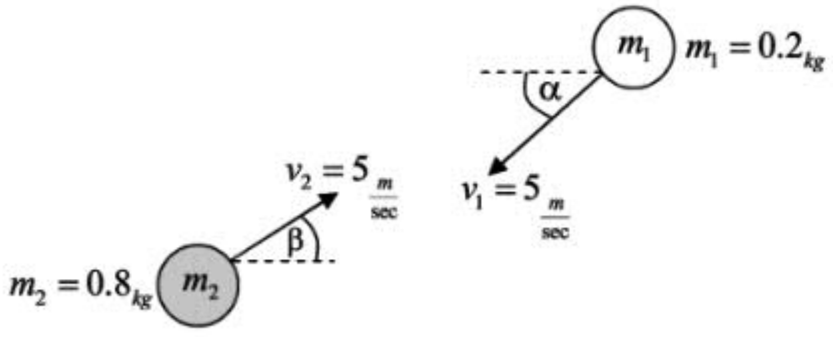
א. מהו התנע הכולל של שני הגופים בכל ציר רגע לפני ההתנגשות ?

ב. מצא את התנע השקול (גודל וכיוון) של מערכת הגופים.

ג. מהי המהירות של הגופים (גדל וכיוון) לאחר ההתנגשות ?

7. גוף, שמסתו $m_1 = 0.2_{kg}$ ומהירותו $v_1 = 5_{\frac{m}{sec}}$ בזווית $\alpha = 53.13^\circ$ מתחת לאופק בכיוון שמאלה, מתנגש בגוף שמסתו $m_2 = 0.8_{kg}$ ומהירותו $v_2 = 5_{\frac{m}{sec}}$ בזווית $\beta = 36.87^\circ$ מעל האופק בכיוון ימינה. ההתנגשות היא <u>פלסטית</u>. בחר את הכיוון ימינה ככיוון החיובי בציר האופקי, ואת הכיוון למעלה ככיוון החיובי בציר האנכי.

בציור המצורף מתואר המצב רגע לפני ההתנגשות.



א. מהו התנע הכולל של שני הגופים בכל ציר רגע לפני ההתנגשות ?

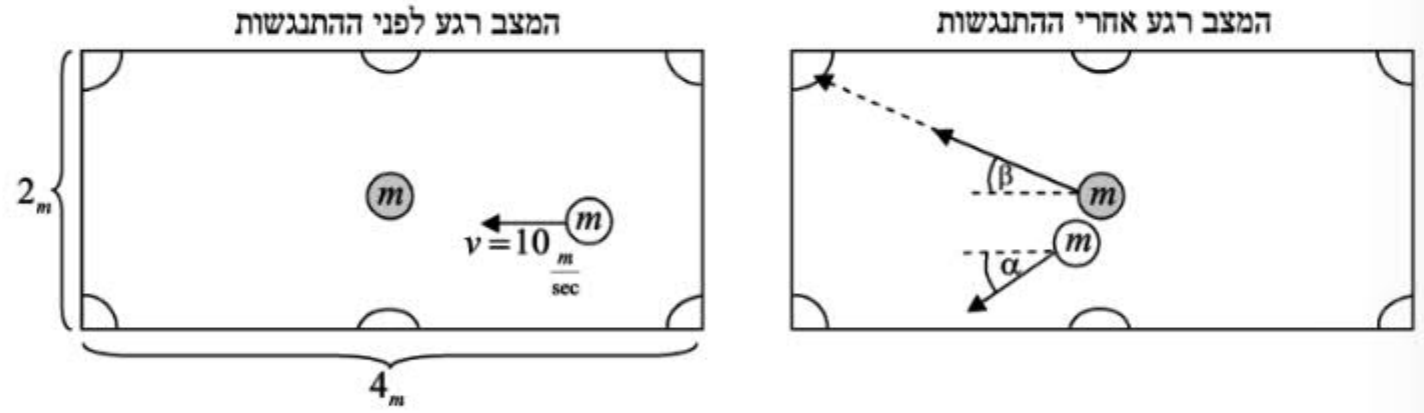
ב. מצא את התנע השקול (גודל וכיוון) של מערכת הגופים.

ג. מהי המהירות של הגופים (גדל וכיוון) לאחר ההתנגשות ?

ד. כמה אנרגיה אבדה במהלך ההתנגשות ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

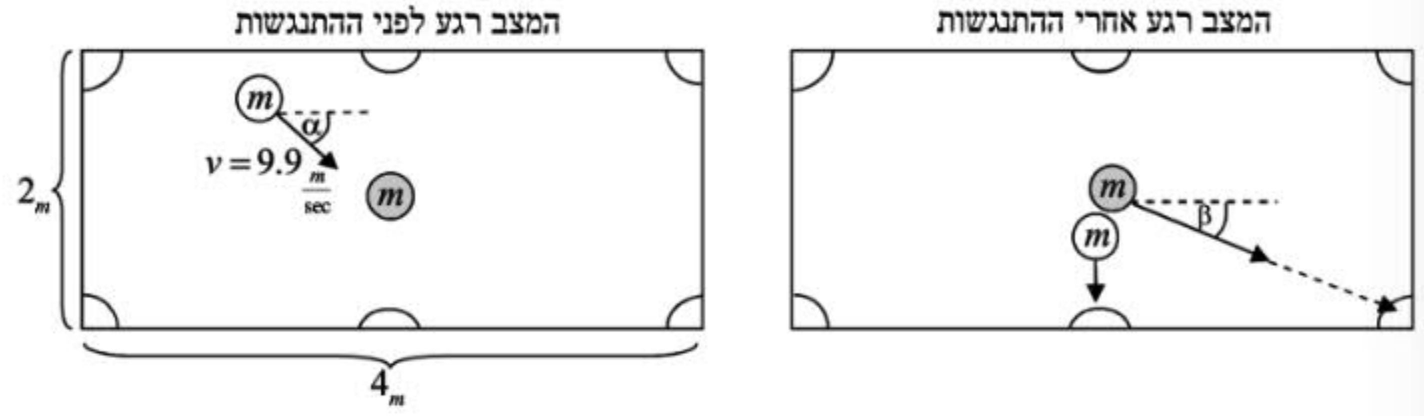
8. נתון שולחן סנוקר, ועליו שני כדורים זהים בעלי מסה m כל אחד. אורך השולחן 4_m ורוחבו 2_m. אחד הכדורים נמצא במרכז השולחן במנוחה. מכים בכדור השני, והוא נע שמאלה במהירות $v = 10_{\frac{m}{sec}}$. לאחר המפגש הכדור שהיה במנוחה עשה את דרכו לכיס העליון השמאלי של השולחן, כמתואר בציור. הכדור השני המשיך בזווית $\alpha = 30^\circ$ מתחת לאופק בכיוון שמאל, כמתואר גם כן בציור.



א. מצא את הזווית β, שבה נע הכדור שהיה במרכז השולחן לכיוון הכיס העליון השמאלי (רמז : היעזר בשיקולים גיאומטריים של השולחן).

ב. מהי המהירות של כל כדור לאחר ההתנגשות ?

9. נתון שולחן סנוקר, ועליו שני כדורים זהים בעלי מסה m כל אחד. אורך השולחן 4_m ורוחבו 2_m. אחד הכדורים נמצא במרכז השולחן במנוחה. מכים בכדור השני, והוא נע במהירות $v = 9.9_{\frac{m}{sec}}$ בזווית $\alpha = 45^\circ$ מתחת לאופק בכיוון ימינה, כמתואר בציור. לאחר המפגש הכדור שהיה במנוחה עשה את דרכו לכיס התחתון הימני של השולחן, והכדור השני נע לכיוון הכיס האמצעי התחתון, כמתואר בציור.

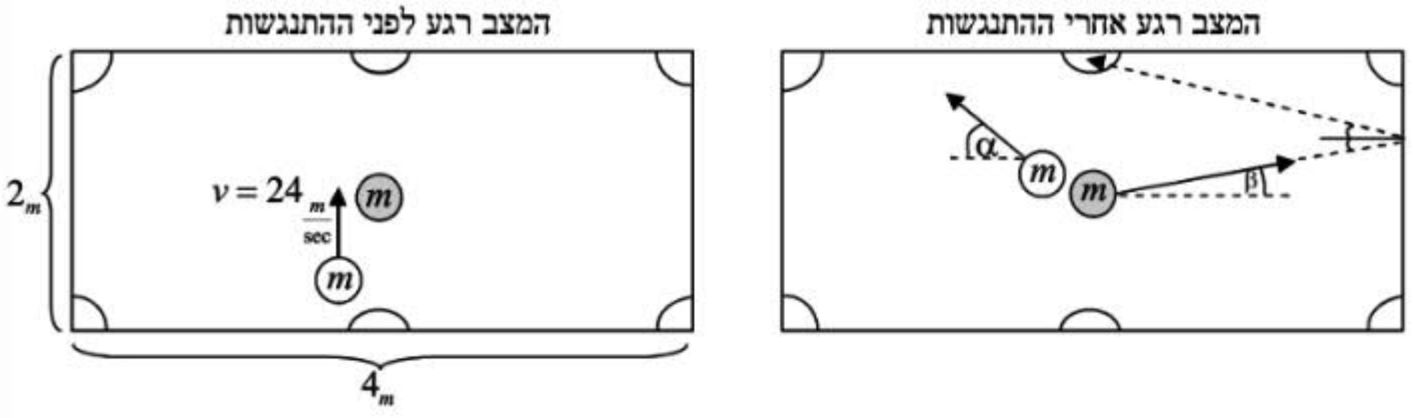


א. מצא את הזווית β, שבה נע הכדור שהיה במרכז השולחן לכיוון הכיס התחתון הימני.

ב. מהי המהירות של כל כדור לאחר ההתנגשות ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. נתון שולחן סנוקר, ועליו שני כדורים זהים בעלי מסה m כל אחד. אורך השולחן 4_m ורוחבו 2_m. אחד הכדורים נמצא במרכז השולחן במנוחה. מכים בכדור השני, והוא נע במהירות $v=24_{\frac{m}{sec}}$ כלפי מעלה כמתואר בציור. לאחר המפגש הכדור שהיה במנוחה עשה את דרכו לדופן הימנית של השולחן. הוא פגע בדופן, וניתר ממנה בחזרה לכיוון הכיס האמצעי העליון. זווית הפגיעה בדופן שווה לזווית שממנה הוא ניתר מהדופן. הכדור השני נע אחרי המפגש בזווית $\alpha=45^\circ$ מעל האופק בכיוון שמאלה, כמתואר בציור.

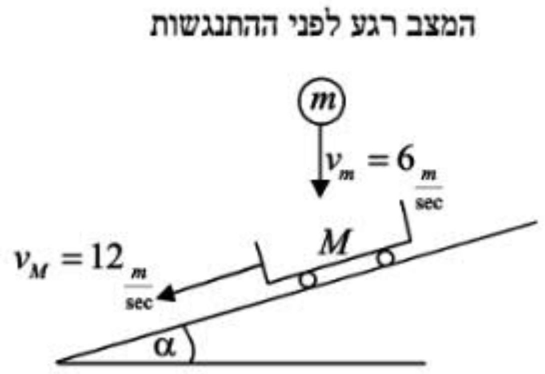


א. מצא את הזווית β, שבה נע הכדור שהיה במרכז השולחן מיד לאחר ההתנגשות.

ב. מהי המהירות של כל כדור לאחר ההתנגשות ?

ג. האם התנע של הכדור, שפגע בדופן הימנית, השתנה מרגע לפני הפגיעה בדופן ועד רגע אחריה (בהנחה שבמפגש עם הדופן לא בוזבזה אנרגיה) ?

11. עגלה שמסתה $M=4_{kg}$ נעה במורד מדרון חלק ששיפועו $\alpha=30^\circ$. ברגע שהעגלה הייתה במהירות $v_M=12_{\frac{m}{sec}}$, נפל לתוכה כדור שמסתו $m=0.5_{kg}$ במהירות אנכית של $v_m=6_{\frac{m}{sec}}$.



א. הסבר באיזה ציר יישמר התנע של המערכת, הכוללת את העגלה והכדור, ובאיזה ציר הוא לא יישמר.

ב. פרק את המהירות של הכדור לשני וקטורים, כך שווקטור אחד יתלכד עם הציר שבו נשמר התנע, ווקטור אחר יתלכד עם הציר שבו לא נשמר התנע.

ג. מהי המהירות המשותפת שתהיה לעגלה ולכדור מיד לאחר המפגש ביניהם ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $P_x=18.6_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $P_y=0$

ג. בציר האופקי: $18.6=m_1\cdot u_1\cdot\cos\alpha+m_2\cdot u_2\cdot\cos\beta \;\Rightarrow\; 18.6=1.6u_1+1.8u_2$

בציר האנכי: $0=-m_1\cdot u_1\cdot sin\alpha+m_2\cdot u_2\cdot\sin\beta \;\Rightarrow\; 0=-1.2u_1+2.4u_2$

ד. $u_1=7.44_{\frac{m}{sec}}$ $\quad u_2=3.72_{\frac{m}{sec}}$

2. א. $P_x=m_1\cdot v_1-m_2\cdot v_2 \;\Rightarrow\; P_x=-1_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $P_y=0$

ג. בציר האופקי: $-1=m_1\cdot u_1\cdot\cos\alpha-m_2\cdot u_2\cdot\cos\beta \;\Rightarrow\; -1=0.5u_1-1.732u_2$

בציר האנכי: $0=-m_1\cdot u_1\cdot sin\alpha+m_2\cdot u_2\cdot\sin\beta \;\Rightarrow\; 0=-0.866u_1+u_2$

ד. $u_1=1_{\frac{m}{sec}}$ $\quad u_2=0.866_{\frac{m}{sec}}$

3. א. $P_x=6_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ב. $P_y=12_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

ג. בציר האופקי: $6=m_1\cdot u_1\cdot\cos\alpha-m_2\cdot u_2\cdot\cos\beta \;\Rightarrow\; 6=1.8u_1-1.6u_2$

בציר האנכי: $12=m_1\cdot u_1\cdot sin\alpha+m_2\cdot u_2\cdot\sin\beta \;\Rightarrow\; 12=2.4u_1+1.2u_2$

ד. $u_1=4.4_{\frac{m}{sec}}$ $\quad u_2=1.2_{\frac{m}{sec}}$

ה. $E_{beginning}=\frac{m_1\cdot v_1^2}{2}+\frac{m_2\cdot v_2^2}{2} \;\Rightarrow\; E_{beginning}=42_J$

$E_{end}=\frac{m_1\cdot u_1^2}{2}+\frac{m_2\cdot u_2^2}{2} \;\Rightarrow\; E_{end}=30.48_J$

היה איבוד אנרגיה, ולכן ההתנגשות אינה אלסטית.

4. א. $P_x=m_1\cdot v_1\cdot\cos\alpha-m_2\cdot v_2\cdot\cos\alpha \;\Rightarrow\; P_x=0$

ב. $P_y=-m_1\cdot v_1\cdot\sin\alpha+m_2\cdot v_2\cdot\sin\alpha \;\Rightarrow\; P_y=0$

ג. בציר האופקי: $0=m_1\cdot 0-m_2\cdot u_2\cdot\cos\beta \Rightarrow 0=u_2\cdot\cos\beta$

בציר האנכי: $0=-m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2\cdot\sin\beta \;\Rightarrow\; 0=-0.5u_1+u_2\sin\beta$

מהמשוואה בציר האופקי נקבל: $\cos\beta=0 \;\Rightarrow\; \beta=90^\circ$. כלומר המהירות u_2 היא כלפי מעלה.

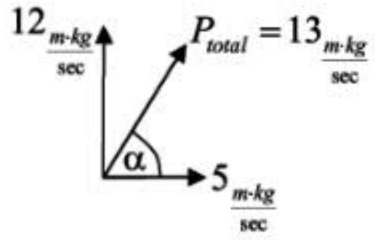
ד. מהמשוואה בציר האנכי נקבל: $0=-0.5u_1+u_2 \;\Rightarrow\; u_1=2u_2$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

מחוק שימור האנרגיה נקבל : $\frac{m_1\cdot v_1^2}{2}+\frac{m_2\cdot v_2^2}{2}=\frac{m_1\cdot u_1^2}{2}+\frac{m_2\cdot u_2^2}{2} \Rightarrow 6=0.25u_1^2+0.5u_2^2$

הפתרון : $u_1=4_{\frac{m}{sec}}$ $\quad u_2=2_{\frac{m}{sec}}$

5. א. $P_x=5_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$ $\quad P_y=12_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$



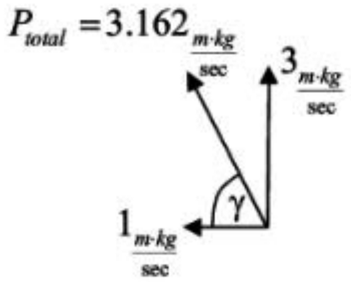
ב. $P_{total}=\sqrt{P_x^2+P_y^2} \Rightarrow P_{total}=13_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

$tg\alpha=\frac{P_y}{P_x} \Rightarrow \alpha=67.38^\circ$

ג. $P_{total}=(m_1+m_2)u \Rightarrow u=4\frac{1}{3}{}_{\frac{m}{sec}}$ כיוון המהירות ככיוון התנע השקול.

6. א. $P_x=m_1\cdot v_1-m_2\cdot v_2\cdot\cos\alpha \Rightarrow P_x=-1_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

$P_y=m_2\cdot v_2\cdot sin\beta \Rightarrow P_y=3_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$



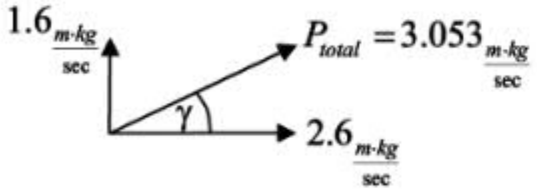
ב. $P_{total}=\sqrt{P_x^2+P_y^2} \Rightarrow P_{total}=3.162_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

$tg\gamma=\frac{P_y}{P_x} \Rightarrow \gamma=71.565^\circ$

ג. $P_{total}=(m_1+m_2)u \Rightarrow u=1.054_{\frac{m}{sec}}$ כיוון המהירות ככיוון התנע השקול.

7. א. $P_x=-m_1\cdot v_1\cdot\cos\alpha+m_2\cdot v_2\cdot\cos\beta \Rightarrow P_x=2.6_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

$P_y=-m_1\cdot v_1\cdot\sin\alpha+m_2\cdot v_2\cdot sin\beta \Rightarrow P_y=1.6_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$



ב. $P_{total}=\sqrt{P_x^2+P_y^2} \Rightarrow P_{total}=3.053_{\frac{m\cdot kg}{sec}}$

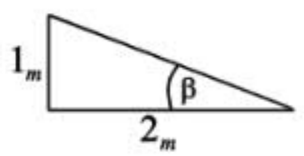
$tg\gamma=\frac{P_y}{P_x} \Rightarrow \gamma=31.61^\circ$

ג. $P_{total}=(m_1+m_2)u \Rightarrow u=3.053_{\frac{m}{sec}}$. כיוון המהירות ככיוון התנע השקול.

ד. $E_{beginning}=\frac{m_1\cdot v_1^2}{2}+\frac{m_2\cdot v_2^2}{2} \Rightarrow E_{beginning}=12.5_J$ $\quad E_{end}=\frac{(m_1+m_2)\cdot u^2}{2} \Rightarrow E_{end}=4.66_J$

האנרגיה שאבדה בהתנגשות היא $\Delta E=7.84_J$.

8. א. $tg\beta=\frac{1}{2} \Rightarrow \beta=26.565^\circ$

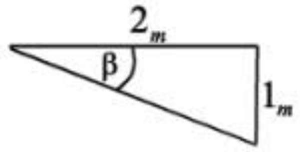


ב. עבור הציר האופקי : $10=0.866u_1+0.894u_2 \Leftarrow 10m=m\cdot u_1\cdot\cos\alpha+m\cdot u_2\cdot\cos\beta$

עבור הציר האנכי : $0=-0.5u_1+0.447u_2 \Leftarrow 0=-m\cdot u_1\cdot\sin\alpha+m\cdot u_2\cdot\sin\beta$

הפתרון : $u_1=5.36_{\frac{m}{sec}}$ $\quad u_2=5.99_{\frac{m}{sec}}$

9. א. $tg\beta=\frac{1}{2} \Rightarrow \beta=26.565^\circ$

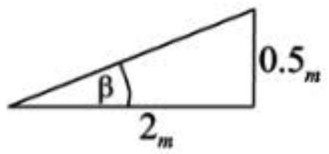


ב. עבור הציר האופקי : $7=0.894u_2 \Leftarrow m\cdot v\cos\alpha=m\cdot u_2\cdot\cos\beta$

עבור הציר האנכי : $7=u_1+0.447u_2 \Leftarrow m\cdot v\sin\alpha=m\cdot u_1+m\cdot u_2\cdot\sin\beta$

הפתרון : $u_1=3.5_{\frac{m}{sec}}$ $\quad u_2=7.83_{\frac{m}{sec}}$

10. א. $tg\beta=\frac{0.5}{2} \Rightarrow \beta=14.036^\circ$



ב. עבור הציר האופקי : $0=-0.707u_1+0.97u_2 \Leftarrow 0=-m\cdot u_1\cdot\cos\alpha+m\cdot u_2\cdot\cos\beta$

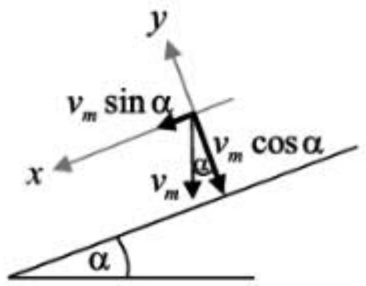
עבור הציר האנכי : $24=0.707u_1+0.243u_2 \Leftarrow 24m=m\cdot u_1\cdot\sin\alpha+m\cdot u_2\cdot\sin\beta$

הפתרון : $u_1=27.153_{\frac{m}{sec}}$ $\quad u_2=19.791_{\frac{m}{sec}}$

ג. הדופן הפעילה כוח בכיוון שמאלה על הכדור, ולכן התנע בציר האופקי השתנה (השינוי בתנע מתבטא בכך שכיוון המהירות האופקית השתנה). התנע בציר האנכי לא השתנה, כי לא הופעל על הכדור כוח חיצוני בכיוון זה.

11. א. התנע יישמר בציר של המדרון, ואילו בציר שמאונך למדרון התנע לא יישמר, כי המדרון מפעיל כוח על העגלה בכיוון שניצב אליו.

ב. רכיב המהירות בציר המדרון : $v_m sin\alpha=3_{\frac{m}{sec}}$



רכיב המהירות בציר המאונך למדרון : $v_m\cos\alpha=5.196_{\frac{m}{sec}}$

ג. עבור הציר המקביל למדרון : $u=11_{\frac{m}{sec}} \Leftarrow M\cdot v_M+m\cdot v_m\sin\alpha=(M+m)u$

תנועה מעגלית – אימון במושגים בסיסיים

נוסחאות

מושגים הקשורים בתנועה מעגלית

T זמן מחזור - הזמן שדרוש לגוף להשלים סיבוב שלם.

f תדירות - כמות הסיבובים שהגוף מייצר בשנייה (נמדד בהרץ $[Hz]$).

ω מהירות זוויתית - הזווית (ברדיאנים) שהגוף מבצע בשנייה (נמדד ברדיאנים לשנייה $\left[\frac{rad}{sec}\right]$).

v מהירות קווית - המהירות שבה הגוף מתקדם על היקף המעגל (נמדד במטר לשנייה $\left[\frac{m}{sec}\right]$).

a_R התאוצה הרדיאלית (התאוצה הצנטריפטלית) - התאוצה שיש לגוף בכיוון מרכז הסיבוב.

a_T התאוצה המשיקית (התאוצה הטנגנציאלית) - התאוצה שיש לגוף בכיוון המשיק למעגל.

קשרים בין המושגים השונים

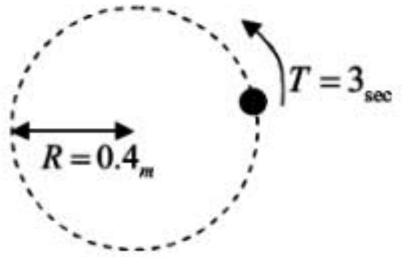
$v=\omega R$ $\quad$ $a_R=\frac{v^2}{R}=\omega^2 R$ $\quad$ $T=\frac{2\pi R}{v}$ $\quad$ $\omega=2\pi f$ $\quad$ $T=\frac{1}{f}$

הקשר בין רדיאן למעלות $\pi\equiv180^\circ$

α מעלות שקול ל- $\frac{\alpha\cdot\pi}{180}$ רדיאנים (למשל: 30° שקול ל- $\frac{30\cdot\pi}{180}=\frac{\pi}{6}$ רדיאנים).

α רדיאנים שקול ל- $\frac{180\cdot\alpha}{\pi}$ מעלות (למשל: $\frac{\pi}{6}$ רדיאנים שקול ל- $30^\circ=\frac{180\cdot\frac{\pi}{6}}{\pi}$).

1. גוף נע במסלול מעגלי שרדיוסו $R=0.4_m$. זמן המחזור של הסיבוב הוא $T=3_{sec}$.



א. מהי תדירות הסיבוב ?

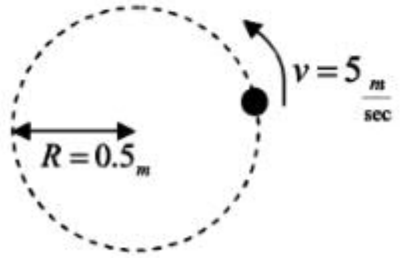
ב. מהי המהירות הזוויתית של הגוף ?

ג. מהי המהירות הקווית של הגוף ?

ד. מהי התאוצה הרדיאלית (גודל וכיוון) שמרגיש הגוף ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

2. גוף נע במסלול מעגלי שרדיוסו $R=0.5_m$. מהירותו הקווית של הגוף היא $v=5\frac{m}{sec}$.



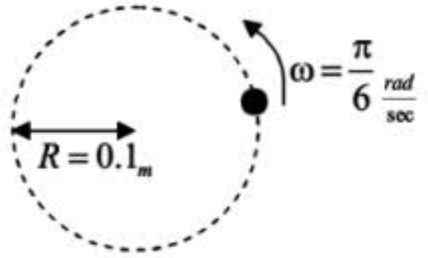
א. מהי המהירות הזוויתית של הגוף ?

ב. כמה סיבובים עושה הגוף בשנייה אחת ?

ג. מהו זמן המחזור של הגוף ?

ד. מהי התאוצה הרדיאלית (גודל וכיוון) שמרגיש הגוף ?

3. גוף נע במסלול מעגלי שרדיוסו $R=0.1_m$. מהירותו הזוויתית של הגוף היא $\omega=\frac{\pi}{6}\frac{rad}{sec}$.



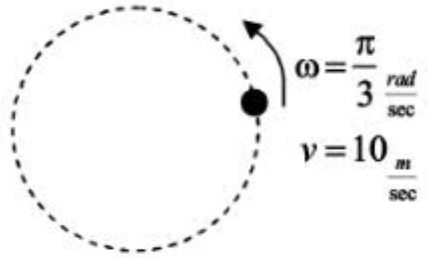
א. כמה מעלות מבצע הגוף כל שנייה ?

ב. מהי המהירות הקווית של הגוף ?

ג. מהו זמן המחזור של הסיבוב ?

ד. תוך כמה זמן יבצע הגוף 120° ?

4. גוף נע במסלול מעגלי. מהירותו הזוויתית של הגוף היא $\omega=\frac{\pi}{3}\frac{rad}{sec}$. מהירותו הקווית של הגוף היא $v=10\frac{m}{sec}$.



א. מהו זמן המחזור של הסיבוב ?

ב. מהו רדיוס הסיבוב ?

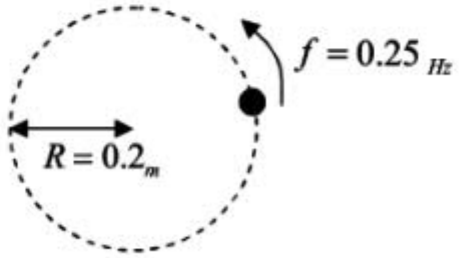
ג. מהי התאוצה הרדיאלית (גודל וכיוון) שמרגיש הגוף ?

ד. תוך כמה זמן יעשה הגוף רבע מעגל ?

ה. הסבר כיצד ייתכן שהגוף נע במהירות קווית שגודלה קבוע, ובכל זאת יש לו תאוצה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

5. גוף נע במסלול מעגלי. תדירות הסיבוב היא $f = 0.25_{Hz}$, ורדיוס הסיבוב הוא $R = 0.2_{m}$.



א. מהו זמן המחזור של הסיבוב ?

ב. מהי המהירות הזוויתית של הגוף ?

ג. מהי המהירות הקווית של הגוף ?

ד. כמה מעלות מבצע הגוף בשנייה אחת ?

ה. כמה זמן יידרש לגוף להשלים שלושת רבעי סיבוב ?

6. גוף נע במסלול מעגלי. הגוף משלים חצי סיבוב במשך 5 שניות. רדיוס הסיבוב הוא $R = 0.05_{m}$.

א. מהו זמן המחזור של הסיבוב ?

ב. מהי המהירות הזוויתית של הגוף ?

ג. מהי המהירות הקווית של הגוף ? מה משמעותה של המהירות הקווית ?

ד. מהו המרחק שיעשה הגוף על היקף המעגל במשך 15 שניות ?

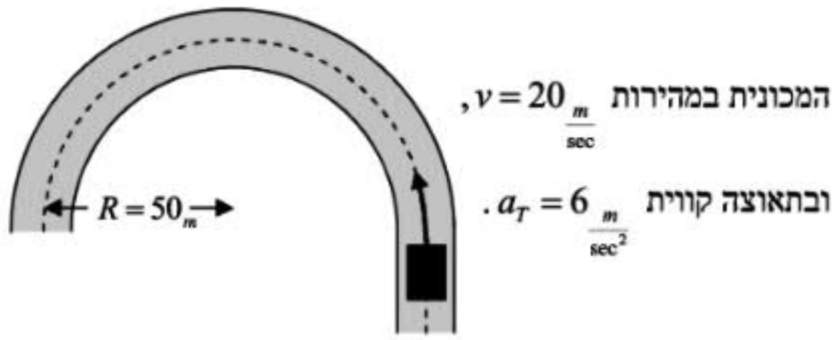
7. גוף נע במסלול מעגלי. הגוף משלים 45° כל שנייה.

א. מהי המהירות הזוויתית של הגוף ?

ב. מהו זמן המחזור של הסיבוב ?

ג. כמה זמן יעבור עד שהגוף ישלים 252° ? (רמז : בדוק כמה מהווים 252° מתוך סיבוב שלם. זה אותו חלק יחסי מתוך זמן המחזור).

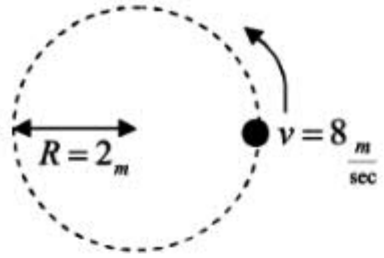
8. מכונית מתקרבת למסלול מעגלי שרדיוסו $R = 50_{m}$. נהג המכונית נכנס לסיבוב במהירות $v = 20_{\frac{m}{sec}}$, ולוחץ על דוושת הגז, כך שתאוצתה הקווית (המשיקית) של המכונית היא $a_T = 6_{\frac{m}{sec^2}}$.



א. מהי התאוצה הרדיאלית (גודל וכיוון) של המכונית מיד עם כניסתה למסלול המעגלי ?

ב. מהי התאוצה השקולה (גודל וכיוון) הפועלת על המכונית מיד עם כניסתה למסלול המעגלי ?

9. גוף נע במסלול מעגלי. מהירותו הקווית של הגוף היא $v = 8_{\frac{m}{sec}}$. רדיוס הסיבוב הוא $R = 2_{m}$.



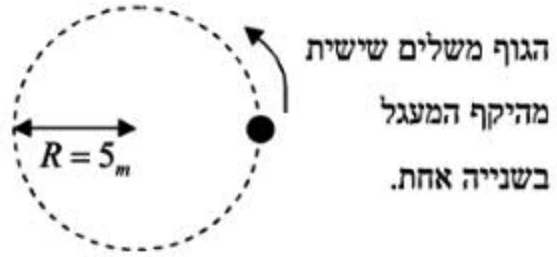
א. מהו זמן המחזור של הסיבוב ?

ב. מהי המהירות הזוויתית של הגוף ?

ג. מהו המרחק הקווי שהגוף מתקדם ברבע שנייה ?

ד. מהי הזווית שעשה הגוף ברבע שנייה ? (רשום את תשובתך גם במעלות וגם ברדיאנים).

10. גוף נע במסלול מעגלי. הגוף משלים שישית מהיקף המעגל בשנייה אחת. רדיוס הסיבוב הוא $R = 5_{m}$.



א. מהי המהירות הזוויתית של הגוף ?

ב. מהי המהירות הקווית של הגוף ?

ג. מהו זמן המחזור של הסיבוב, ומהי תדירות הסיבוב ?

ד. תוך כמה זמן ישלים הגוף חצי הקפה ?

ה. תוך כמה זמן ישלים הגוף זווית של 100° ?

תשובות

1. א. $f = \frac{1}{3}_{Hz}$

ב. $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{1}{3} = 2.094_{\frac{rad}{sec}}$

ג. $v = \omega R = 2.094 \cdot 0.4 = 0.838_{\frac{m}{sec}}$

ד. $a_R = \omega^2 R = 2.094^2 \cdot 0.4 = 1.75_{\frac{m}{sec^2}}$ בכיוון מרכז המעגל.

2. א. $\omega = 10_{\frac{rad}{sec}}$

ב. $f = 1.592_{Hz}$ (משמעות התדירות היא כמות הסיבובים שהגוף מבצע בשנייה אחת).

ג. $T = 0.628_{sec}$

ד. $a_R = 50_{\frac{m}{sec^2}}$ בכיוון מרכז המעגל.

3. א. 30° כל שנייה.

ב. $v = \frac{\pi}{60} = 0.052_{\frac{m}{sec}}$

ג. $T = 12_{sec}$

ד. $t = 4_{sec}$ (120° מהוות שליש מעגל ולכן הזמן שיעבור יהיה שליש זמן מחזור)

4. א. $T = 6_{sec}$

ב. $R = 9.549_m$

ג. $a_R = 10.472_{\frac{m}{sec^2}}$ בכיוון מרכז המעגל.

ד. $t = 1.5_{sec}$

ה. התאוצה מוגדרת כשינוי במהירות חלקי השינוי בזמן. כיוון המהירות משתנה עם הזמן, ולכן יש תאוצה.

5. א. $T = 4_{sec}$

ב. $\omega = \frac{\pi}{2} = 1.57_{\frac{rad}{sec}}$

ג. $v = 0.314_{\frac{m}{sec}}$

ד. 90° (המשמעות של מהירות זוויתית היא הזווית ברדיאנים שהגוף מבצע בשנייה. $\frac{\pi}{2}$ רדיאנים שקולים ל-90°. ניתן גם לראות שבשנייה אחת הגוף מבצע רבע מזמן המחזור, וזה בדיוק 90°).

ה. $t = 3_{sec}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. א. $T = 10_{sec}$

ב. $\omega = \frac{\pi}{5} = 0.628_{\frac{rad}{sec}}$

ג. $v = 0.031_{\frac{m}{sec}}$ משמעות המהירות הקווית היא המרחק שעובר הגוף על היקף המעגל בכל שנייה.

ד. $x = v \cdot t \Rightarrow x = 0.471_m$

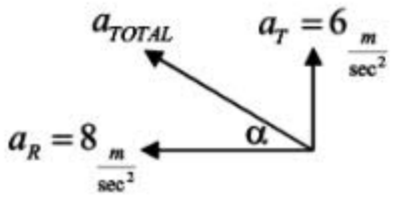
7. א. $\omega = \frac{\pi}{4}_{\frac{rad}{sec}}$

ב. $T = 8_{sec}$

ג. $t = 5.6_{sec}$ (252° מהווים $\frac{252}{360} = \frac{7}{10}$ מסיבוב שלם. הזמן שיחלוף יהיה $\frac{7}{10}$ מזמן המחזור: $\frac{7}{10} \cdot 8 = 5.6$).

8. א. $a_R = 8_{\frac{m}{sec^2}}$ בכיוון מרכז הסיבוב (שמאלה).

ב. $a_{TOTAL} = \sqrt{{a_R}^2 + {a_T}^2} = 10_{\frac{m}{sec^2}}$ $\quad tg\alpha = \frac{a_T}{a_R} \Rightarrow \alpha = 36.87^\circ$



9. א. $T = 1.571_{sec}$

ב. $\omega = 4_{\frac{rad}{sec}}$

ג. $x = v \cdot t \Rightarrow x = 2_m$

ד. 1_{rad} (הגוף עושה זווית של 4 רדיאנים כל שנייה. ברבע שנייה הוא יעשה 1 רדיאן).

1_{rad} שקול ל-57.296°.

10. א. $\omega = \frac{\pi}{3}_{\frac{rad}{sec}}$

ב. $v = 5.236_{\frac{m}{sec}}$

ג. $T = 6_{sec}$ $\quad f = \frac{1}{6}_{Hz}$

ד. $t = 3_{sec}$

ה. $t = 1\frac{2}{3}_{sec}$ (100° מהווים $\frac{100}{360} = \frac{5}{18}$ מסיבוב שלם. הזמן שיחלוף יהיה $\frac{5}{18}$ מזמן המחזור: $\frac{5}{18} \cdot 6 = 1\frac{2}{3}$).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

מעגל אופקי

נוסחאות

קשרים בין המושגים הקשורים בתנועה מעגלית

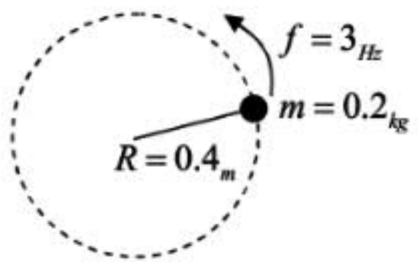
$$T=\frac{1}{f} \qquad \omega=2\pi f \qquad T=\frac{2\pi R}{v} \qquad a_R=\frac{v^2}{R}=\omega^2 R \qquad v=\omega R$$

סימוני כוחות

- מערכת הצירים שתיבחר חייבת לכלול ציר אחד רדיאלי (בכיוון מרכז המעגל), והציר האחר מאונך לו.
- כשגוף מבצע תנועה מעגלית, חייב לפעול עליו כוח בכיוון מרכז המעגל.
- הכוח השקול, הפועל על גוף בכיוון מרכז המעגל, נקרא הכוח הצנטריפטאלי.
- החוק השני של ניוטון : כל הכוחות בכיוון מרכז המעגל, פחות כל הכוחות בכיוון הנגדי, שווים למסה כפול

התאוצה הרדיאלית (הצנטריפטאלית) : $\sum F=ma_R=\frac{mv^2}{R}=m\omega^2 R$

1. גוף שמסתו $m=0.2_{kg}$ קשור לחבל. מסובבים את החבל, וכתוצאה מכך מסתובב גם הגוף. רדיוס הסיבוב הוא $R=0.4_m$, ותדירות הסיבוב היא $f=3_{Hz}$. כל המערכת נמצאת במצב אופקי ומקבילה לקרקע.



א. מהי המהירות הזוויתית של הגוף ?

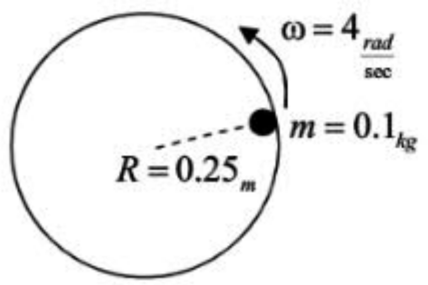
ב. מהי המהירות הקווית של הגוף ?

ג. מהי התאוצה הצנטריפטאלית שמרגיש הגוף ?

ד. למה שווה המתיחות בחבל (גודל וכיוון) ?

ה. תאר את תנועת הגוף אם החבל יקרע.

2. גוף שמסתו $m=0.1_{kg}$ מסתובב במהירות זוויתית $\omega=4_{\frac{rad}{sec}}$ בתוך מסילה בצורת חישוק, וכתוצאה מכך נצמד לדופן המסילה. רדיוס החישוק הוא $R=0.25_m$. כל המערכת נמצאת במצב אופקי ומקבילה לקרקע.



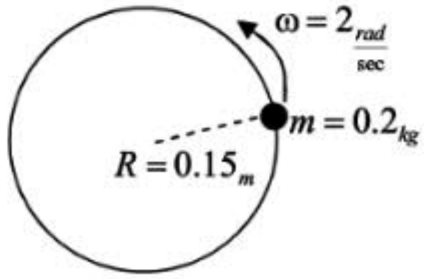
א. מהי המהירות הקווית של הגוף ?

ב. מהי התאוצה הצנטריפטאלית שמרגיש הגוף ?

ג. למה שווה כוח הנורמל שהמסילה מפעילה על הגוף (גודל וכיוון) ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

3. גוף שמסתו $m=0.2_{kg}$ מונח על תקליט. התקליט מסתובב במהירות זוויתית $\omega=2_{\frac{rad}{sec}}$. רדיוס הסיבוב הוא $R=0.15_m$. הגוף מסתובב עם התקליט.

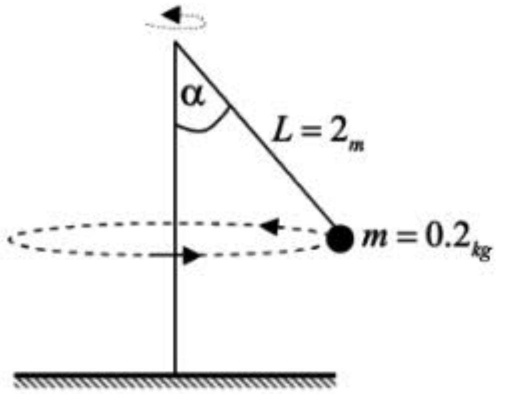


א. איזה כוח חייב לפעול על הגוף בכיוון מרכז התקליט כדי שהוא אכן יבצע את התנועה המתוארת ?

ב. מהי התאוצה הצנטריפטאלית שמרגיש הגוף ?

ג. למה שווה הכוח הצנטריפטאלי שמרגיש הגוף ? (הכוח הצנטריפטאלי הוא הכוח השקול שפועל על הגוף בכיוון הרדיאלי).

4. גוף שמסתו $m=0.2_{kg}$ קשור לחבל שאורכו $L=2_m$. מצדו האחר קשור החבל לעמוד. מסובבים את העמוד במהירות זוויתית כלשהי, וכתוצאה מכך נפרש החבל בזווית $\alpha=30^\circ$.



א. מהו רדיוס הסיבוב של הגוף ?

ב. סמן את <u>כל</u> הכוחות שפועלים על הגוף.

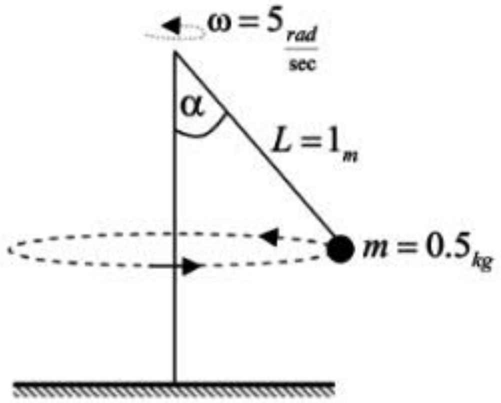
ג. למה שווה המתיחות בחבל ? (רמז : שים לב שבציר האנכי הגוף בשיווי משקל).

ד. למה שווה המהירות הזוויתית שבה מסתובב העמוד ? (רמז : רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי).

ה. מהי תדירות הסיבוב, ומהו זמן המחזור ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

5. גוף שמסתו $m = 0.5_{kg}$ קשור לחבל שאורכו $L = 1_m$. מצדו האחר קשור החבל לעמוד. מסובבים את העמוד במהירות זוויתית $\omega = 5_{\frac{rad}{sec}}$, וכתוצאה מכך נפרש החבל בזווית מסוימת α .



א. סמן את כל הכוחות שפועלים על הגוף.

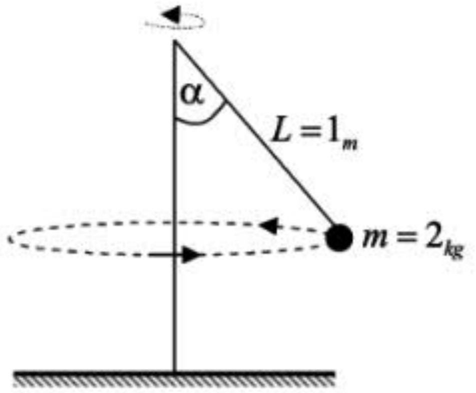
ב. בטא את רדיוס הסיבוב באמצעות α .

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי, ומצא את המתיחות של החבל.

ד. רשום את משוואת הכוחות בציר האנכי, ומצא את הזווית α שבה נפרש החבל.

ה. מהי המהירות הקווית של הגוף ?

6. גוף שמסתו $m = 2_{kg}$ קשור לחבל שאורכו $L = 1_m$. מצדו האחר קשור החבל לעמוד. מסובבים את העמוד בתדירות מסויימת, וכתוצאה מכך נפרש החבל בזווית α . ידוע שהמתיחות המקסימלית המותרת לחבל היא 100_N, כי מעל מתיחות זו הוא ייקרע.



א. סמן את כל הכוחות שפועלים על הגוף.

ב. מצא את הזווית α המרבית, שבה מותר לפרוש את החבל בלי שייקרע (רמז : רשום את משוואת הכוחות בציר האנכי).

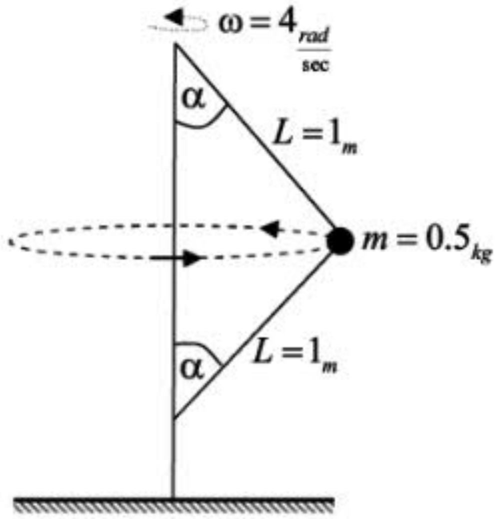
ג. מהי המהירות הזוויתית המקסימלית שמותר לסובב בה את העמוד, בלי שהחבל ייקרע ? (רמז : רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי).

ד. מהי המהירות הקווית של הגוף, אם מסובבים את העמוד במהירות הזוויתית המקסימלית ?

ה. החבל נקרע בשלב מסוים. תאר את תנועת הגוף.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

7. גוף שמסתו $m = 0.5_{kg}$ קשור לשני חבלים, שאורך כל אחד מהם הוא $L = 1_m$. מצדם האחר קשורים החבלים לעמוד. מסובבים את העמוד במהירות זוויתית $\omega = 4_{\frac{rad}{sec}}$, וכתוצאה מכך נפרש כל חבל בזווית $\alpha = 36.87^\circ$.



א. סמן את כל הכוחות שפועלים על הגוף (שים לב שיש שני חבלים, ולכל אחד מתיחות אחרת).

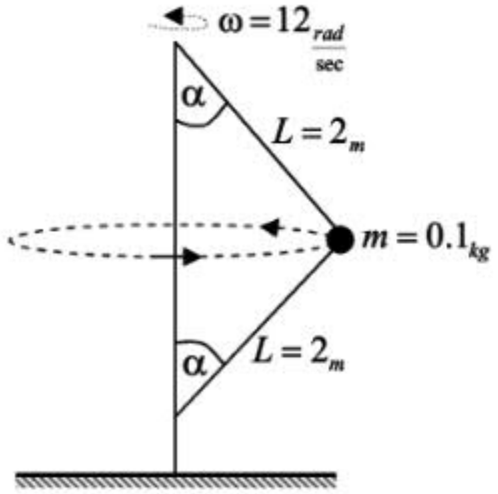
ב. מהו רדיוס הסיבוב ?

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר האנכי.

ד. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי.

ה. מצא את המתיחות של כל חבל.

8. גוף שמסתו $m = 0.1_{kg}$ קשור לשני חבלים, שאורך כל אחד מהם הוא $L = 2_m$. מצדם האחר קשורים החבלים לעמוד. מסובבים את העמוד במהירות זוויתית $\omega = 12_{\frac{rad}{sec}}$, וכתוצאה מכך נפרש כל חבל בזווית $\alpha = 53.13^\circ$.



א. מהו רדיוס הסיבוב ?

ב. סמן את כל הכוחות שפועלים על הגוף.

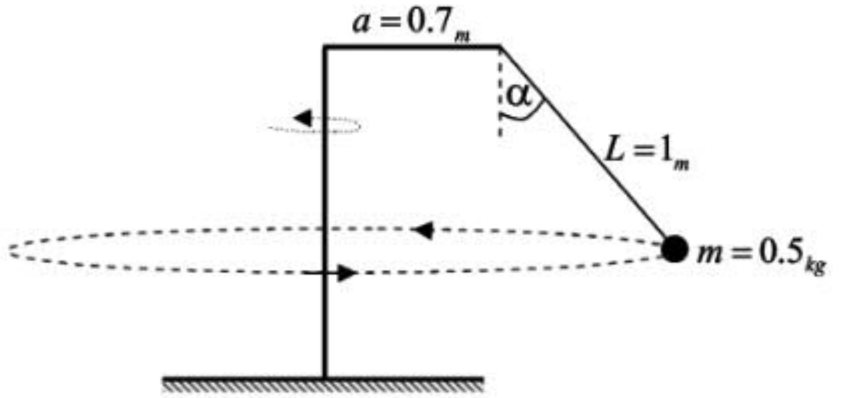
ג. רשום את משוואת הכוחות בציר האנכי ובציר הרדיאלי.

ד. מצא את המתיחות של כל חבל.

ה. לפתע נקרע החבל התחתון. באיזו מהירות זוויתית חדשה יש לסובב את העמוד כדי שהגוף יבצע את אותה התנועה בדיוק ? מה תהיה מתיחות החבל העליון במקרה זה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

9. גוף שמסתו $m=0.5_{kg}$ קשור לחבל שאורכו $L=1_m$. מצדו האחר קשור החבל למוט מתכת אופקי שאורכו $a=0.7_m$ ומחובר לעמוד. מסובבים את העמוד במהירות זוויתית מסוימת, וכתוצאה מכך נפרש החבל בזווית $\alpha=53.13^\circ$.



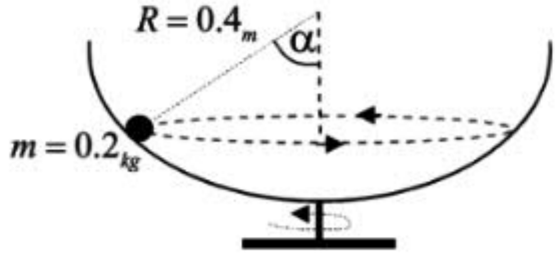
א. סמן את כל הכוחות שפועלים על הגוף.

ב. מהו רדיוס הסיבוב של הגוף ?

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר האנכי, ומצא את מתיחות החבל.

ד. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי, ומצא את המהירות הזוויתית שבה מסובבים את העמוד.

10. גוף שמסתו $m=0.2_{kg}$ נמצא בקערה שרדיוסה $R=0.4_m$. הקערה מסתובבת סביב צירה בתדירות מסוימת, וכתוצאה מכך מטפס הגוף במעלה הקערה, עד שהוא מגיע למקום המתואר בציור. במקום זה נצמד הגוף לדופן הקערה ומסתובב איתה. הזווית שהכדור נפרש ביחס לציר הסיבוב היא $\alpha=36.87^\circ$.



א. סמן את כל הכוחות שפועלים על הגוף.

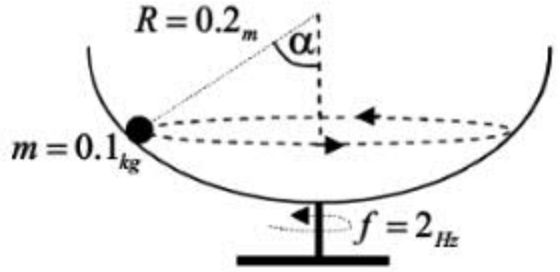
ב. מהו רדיוס הסיבוב של הגוף ?

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר האנכי, ומצא את הכוח שבו לוחץ הגוף על הקערה.

ד. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי, ומצא את המהירות הזוויתית שבה מסתובבת הקערה.

ה. מהי תדירות הסיבוב ?

11. גוף שמסתו $m=0.1_{kg}$ נמצא בקערה שרדיוסה $R=0.2_m$. הקערה מסתובבת סביב צירה בתדירות $f=2_{Hz}$, וכתוצאה מכך מטפס הגוף במעלה הקערה, עד שהוא מגיע למקום המתואר בציור. במקום זה נצמד הגוף לדופן הקערה ומסתובב איתה. נסמן את הזווית שהכדור נפרש ביחס לציר הסיבוב ב-α.



א. סמן את כל הכוחות שפועלים על הגוף.

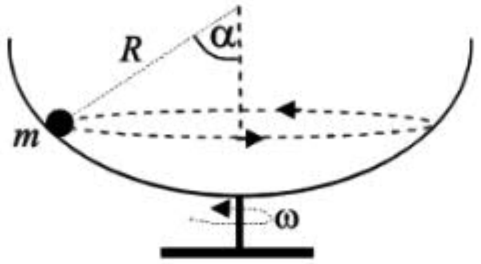
ב. בטא את רדיוס הסיבוב באמצעות α.

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי, ומצא את הכוח שבו לוחץ הכדור על הקערה.

ד. רשום את משוואת הכוחות בציר האנכי, ומצא את זווית הפרישה α.

12. גוף שמסתו m נמצא בקערה שרדיוסה R. הקערה מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית ω, וכתוצאה מכך מטפס הגוף במעלה הקערה, עד שהוא מגיע למקום המתואר בציור. במקום זה נצמד הגוף לדופן הקערה ומסתובב איתה. נסמן את הזווית שהכדור נפרש ביחס לציר הסיבוב ב-α.

בתרגיל זה התשובות יבוטאו באמצעות m,g,ω,α,R.



א. סמן את כל הכוחות שפועלים על הגוף.

ב. בטא את רדיוס הסיבוב באמצעות R,α.

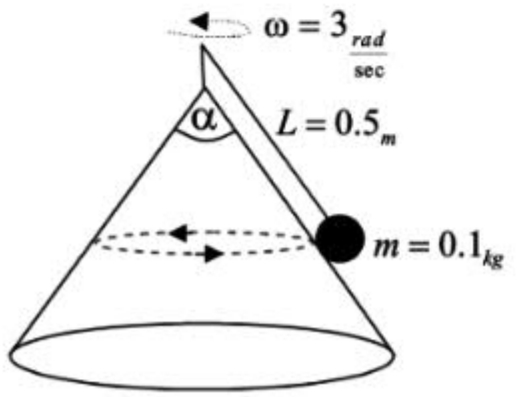
ג. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי, ואת משוואת הכוחות בציר האנכי.

ד. הסבר מדוע הגוף לעולם לא יגיע לזווית פרישה $\alpha=90^0$ (רמז : שים לב שכדי שהגוף יישאר בנקודה מסוימת על הקערה חייב להיות כוח שיאזן את כוח המשיכה).

ה. מצא ביטוי ל-$\cos\alpha$ באמצעות g,ω,R (רמז : היעזר בשתי המשוואות שפיתחת בסעיף ג').

ו. באמצעות הביטוי שפיתחת ל-$\cos\alpha$ הסבר מדוע ככל שהמהירות הזוויתית גדלה, כך גדלה גם הזווית α, אך היא לעולם לא תגיע ל-$\alpha=90^0$.

13. גוף שמסתו $m = 0.1_{kg}$ קשור לחבל שאורכו $L = 0.5_m$. בצדו האחר קשור החבל לראש של חרוט. החרוט מסתובב סביב צירו במהירות זוויתית $\omega = 3_{\frac{rad}{sec}}$, והגוף מסתובב עם החרוט. זווית הראש של החרוט היא $\alpha = 73.74^\circ$.



א. סמן את כל הכוחות שפועלים על הגוף.

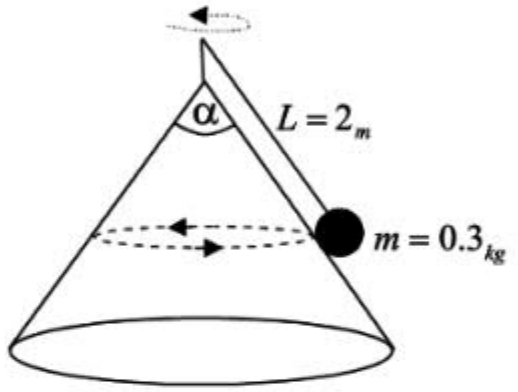
ב. מהו רדיוס הסיבוב של הגוף ?

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר האנכי.

ד. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי.

ה. בעזרת המשוואות שרשמת מצא את הכוח שבו לוחץ הגוף על החרוט, ואת מתיחות החוט.

14. גוף שמסתו $m = 0.3_{kg}$ קשור לחבל שאורכו $L = 2_m$. בצדו האחר קשור החבל לראש של חרוט. החרוט מסתובב סביב צירו במהירות זוויתית מסוימת, והגוף מסתובב עם החרוט. זווית הראש של החרוט היא $\alpha = 73.74^\circ$.



א. סמן את כל הכוחות שפועלים על הגוף.

ב. מהו רדיוס הסיבוב של הגוף ?

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר האנכי, ואת משוואת הכוחות בציר הרדיאלי.

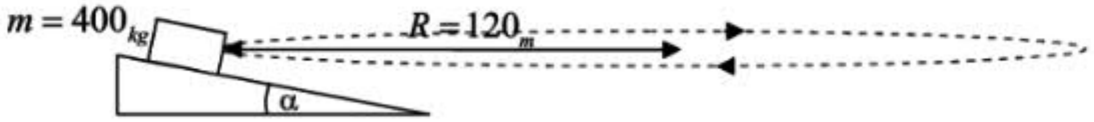
ד. באיזו מהירות זוויתית מסובבים את החרוט, אם ידוע שהגוף לוחץ על החרוט בכוח של 1.35_N ?

ה. באיזו מהירות זוויתית מינימלית יש לסובב את החרוט כדי שהגוף יתנתק ממנו ? (רמז : כשהגוף מתנתק מהחרוט הוא כבר לא לוחץ עליו, ולכן הנורמל יהיה 0).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

15. מכונית שמסתה $m = 400_{kg}$ נכנסת לסיבוב שרדיוסו $R = 120_m$. הכביש בסיבוב מוגבה בזווית $\alpha = 10^\circ$.

לצורך התרגיל הנח שהכביש מכוסה קרח ושכוח החיכוך זניח.



א. סמן את כל הכוחות שפועלים על המכונית.

ב. מיהו הכוח בכיוון מרכז הסיבוב שמחזיק את המכונית בתנועתה המעגלית ?

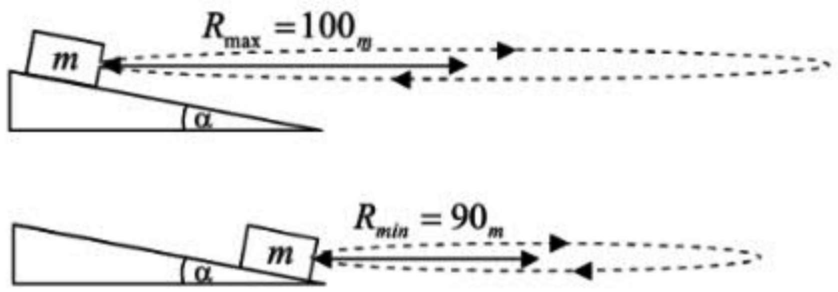
ג. רשום את משוואת הכוחות בציר האנכי, ואת משוואת הכוחות בציר הרדיאלי.

ד. באיזה כוח לוחצת המכונית על הכביש ?

ה. מהי המהירות שבה צריכה להיות המכונית כדי שתישאר בסיבוב ?

16. מכונית שמסתה $m = 600_{kg}$ נכנסת לסיבוב. הכביש רחב, ולכן טווח הרדיוסים שבהם יכולה להיות המכונית הוא $90_m \le R \le 100_m$. הכביש בסיבוב מוגבה בזווית $\alpha = 12^\circ$.

לצורך התרגיל הנח שהכביש מכוסה קרח ושכוח החיכוך זניח.



א. סמן את כל הכוחות שפועלים על המכונית.

ב. באיזה כוח לוחצת המכונית על הכביש ?

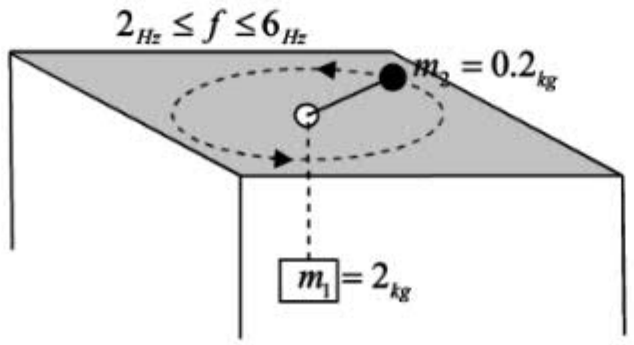
ג. מהי המהירות שבה צריכה להיות המכונית כדי שתעשה את הסיבוב ברדיוס המרבי ?

ד. מהי המהירות שבה צריכה להיות המכונית כדי שתעשה את הסיבוב ברדיוס המזערי ?

ה. מהו טווח המהירויות המותר למכונית כדי שתוכל להשלים את הסיבוב ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

17. גוף שמסתו $m_1 = 2_{kg}$ קשור לחבל. החבל עובר דרך חור בשולחן, ומצדו האחר נקשר למסה $m_2 = 0.2_{kg}$. המסה m_2 מונחת על השולחן ויכולה להסתובב. טווח התדירויות שבו יכולה להסתובב המסה m_2 הוא $2_{Hz} \le f \le 6_{Hz}$, ובכל אותו זמן נמצאת המסה m_1 בשיווי משקל. השולחן חלק ואין עליו חיכוך.



א. סמן את <u>כל</u> הכוחות שפועלים על הגוף.

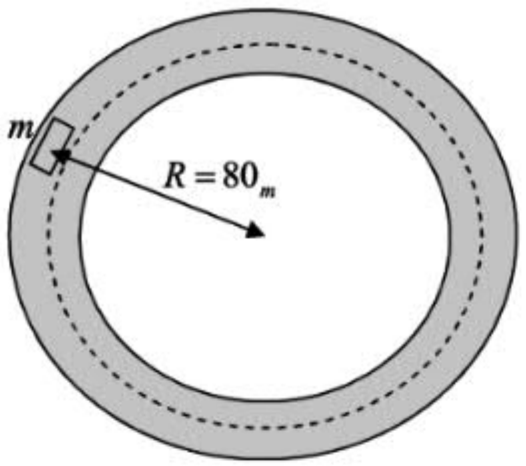
ב. מה חייבת להיות המתיחות בחבל כדי שהמסה m_1 תישאר בשיווי משקל ?

ג. מהו רדיוס הסיבוב שבו המסה m_2 חייבת להסתובב, אם תדירות הסיבוב היא 2_{Hz} ?

ד. מהו רדיוס הסיבוב שבו המסה m_2 חייבת להסתובב, אם תדירות הסיבוב היא 6_{Hz} ?

ה. מהו טווח הרדיוסים המותרים למסה m_2 עבור תחום התדירויות הנתון ?

18. מכונית שמסתה $m = 800_{kg}$ נוסעת בסיבוב שרדיוסו $R = 80_m$. מקדם החיכוך הסטטי בין המכונית והכביש הוא $\mu_S = 0.72$.



א. איזה כוח חייב לפעול על המכונית בכיוון הרדיאלי ?

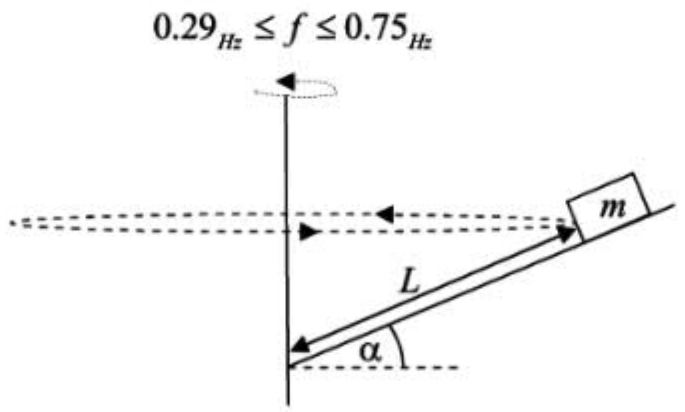
ב. אם נהג המכונית רוצה לנסוע במהירות $v = 20_{\frac{m}{sec}}$ בסיבוב, מה צריך להיות כוח החיכוך שיופעל על המכונית בציר הרדיאלי ?

ג. מה יכולה להיות המהירות המרבית של המכונית כדי שתצליח להישאר בתנועה הסיבובית ? (רמז : החיכוך הסטטי המקסימלי שהמכונית יכולה לייצר הוא $f_{s,\max} = \mu_s \cdot N$).

ד. האם מסת המכונית משפיעה על חישוב המהירות שמצאת בסעיף ג' ?

ה. תאר את תנועת המכונית, אם ברגע מסוים היא עולה על קטע עם קרח חסר חיכוך.

19. גוף שמסתו m מונח על מוט, שמוטה בזווית $\alpha = 30^\circ$. המוט מחובר לעמוד, שניתן לסובב בכל תדירות בתחום $0.29_{Hz} \le f \le 0.75_{Hz}$. המוט חלק ואין עליו חיכוך. נסמן ב-L את מרחק הגוף מתחתית המוט.

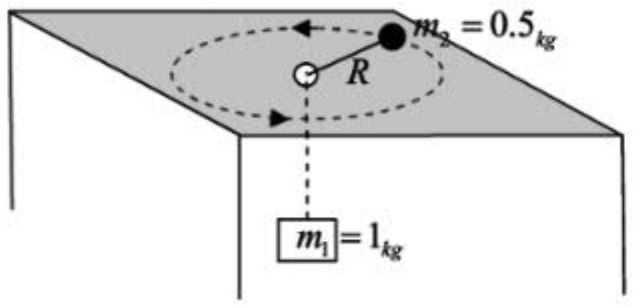


א. סמן את <u>כל</u> הכוחות שפועלים על הגוף.

ב. מסובבים את העמוד בתדירות $f = 0.29_{Hz}$. מצא את המרחק L שעבורו יישאר הגוף צמוד למוט.

ג. מהו טווח הערכים המותר ל-L על מנת שהגוף יישאר צמוד למוט לכל תחום התדירויות הנתון ?

20. גוף שמסתו $m_1 = 1_{kg}$ קשור לחבל. החבל עובר דרך חור בשולחן, ומצדו האחר נקשר למסה $m_2 = 0.5_{kg}$. המסה m_2 מונחת על השולחן במרחק $R = 0.8_m$ ממרכזו, ויכולה להסתובב בכל תדירות. בכל אותו זמן נמצאת המסה m_1 בשיווי משקל. מקדם החיכוך הסטטי בין הגוף לשולחן הוא $\mu_S = 0.8$.



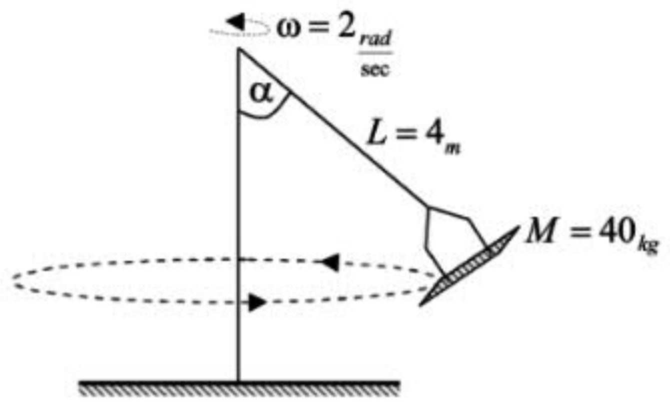
א. מה חייבת להיות המתיחות בחבל, כדי שהמסה m_1 תישאר בשיווי משקל ?

ב. מהו גודל החיכוך הסטטי המקסימלי שהמסה m_2 יכולה להרגיש ?

ג. מהי תדירות הסיבוב הקטנה ביותר האפשרית על מנת שהמסה m_2 תסתובב, בלי שהמסה m_1 תזוז ?
(רמז : בתדירות המינימלית נוטה המסה m_2 לנוע לכיוון מרכז השולחן, ולכן החיכוך יהיה כלפי חוץ).

ד. מהי תדירות הסיבוב המקסימלית האפשרית על מנת שהמסה m_2 תסתובב, בלי שהמסה m_1 תזוז ?
(רמז : בתדירות המקסימלית נוטה המסה m_2 לנוע הרחק ממרכז השולחן, ולכן החיכוך יהיה כלפי פנים).

21. סחרחרה מורכבת מכיסא שמסתו $M=40_{kg}$, הקשור לחבל שאורכו $L=4_m$. מצדו האחר קשור החבל לעמוד. מסובבים את העמוד במהירות זוויתית $\omega=2_{\frac{rad}{sec}}$, וכתוצאה מכך נפרש החבל בזווית α.



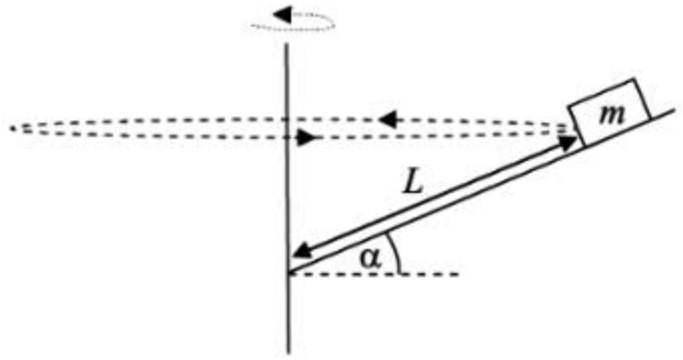
א. סמן את כל הכוחות שפועלים על הכיסא.

ב. מצא את הזווית α, שבה נפרש החבל.

ג. מהי מתיחות החבל ?

ד. על הכיסא יושב ילד שמסתו $m=60_{kg}$. מסובבים את הסחרחרה באותה מהירות זוויתית. כיצד זה ישפיע על זווית הפרישה ועל המתיחות בחבל ?

22. גוף שמסתו m מונח על מוט מוטה בזווית $\alpha=36.87^\circ$. המוט מחובר לעמוד, שניתן לסובב בכל תדירות שרוצים. מקדם החיכוך הסטטי בין המוט למסה הוא $\mu_S=0.8$. הגוף נמצא במרחק $L=0.31_m$ מתחתית המוט.



א. הנח שלא מסובבים את המוט. הסבר מדוע הגוף לא יחליק במורד המוט (רמז : חשב את החיכוך הסטטי המקסימלי בעזרת הנוסחה $f_{s,\max}=\mu_s\cdot N$, ובדוק אם הוא מסוגל להתגבר על הכוח שמושך את הגוף במורד המוט).

ב. מסובבים את המוט במהירות הזוויתית המקסימלית האפשרית, כך שהוא עדיין לא זז על המוט. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף, ורשום את משוואת הכוחות בציר האנכי ובציר הרדיאלי (רמז : החיכוך יהיה בכיוון תחתית המוט, כי הגוף נוטה לנוע כלפי מעלה במוט).

ג. מהי המהירות הזוויתית המקסימלית המותרת, שניתן לסובב בה את העמוד, בלי שהגוף ינוע על המוט ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $\omega=6\pi=18.85_{\frac{rad}{sec}}$

ב. $v=7.54_{\frac{m}{sec}}$

ג. $a_R=142.122_{\frac{m}{sec^2}}$ בכיוון מרכז המעגל.

ד. $T-0=m\cdot a_R \Rightarrow T=28.424_N$ בכיוון מרכז המעגל.

ה. הגוף ימשיך במהירות $v=7.54_{\frac{m}{sec}}$ בכיוון המשיקי למעגל.

2. א. $v=1_{\frac{m}{sec}}$

ב. $a_R=4_{\frac{m}{sec^2}}$ בכיוון מרכז המעגל.

ג. $N-0=m\cdot a_R \Rightarrow N=0.4_N$ בכיוון מרכז המעגל.

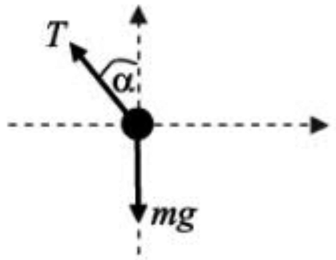
3. א. כוח החיכוך.

ב. $a_R=0.6_{\frac{m}{sec^2}}$ בכיוון מרכז המעגל.

ג. $F_{\text{צנטריפטאלי}}=m\cdot a_R \Rightarrow F_{\text{צנטריפטאלי}}=0.12_N$ בכיוון מרכז המעגל (הכוח הצנטריפטאלי שווה גם לכוח החיכוך, כי הוא הכוח השקול הפועל על הגוף בציר הרדיאלי).

4. א. $R=L\cdot\sin\alpha \Rightarrow R=1_m$

ב.

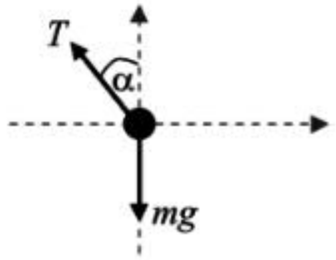


ג. $T\cdot\cos\alpha=mg \Rightarrow T=2.31_N$

ד. $T\cdot\sin\alpha-0=m\cdot a_R \Rightarrow T\cdot\sin\alpha-0=m\cdot\omega^2R \Rightarrow \omega=2.4_{\frac{rad}{sec}}$

ה. $T_{\text{זמן מחזור}}=2.615_{sec}$ $\quad f_{\text{תדירות}}=0.38_{Hz}$

5. א.



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

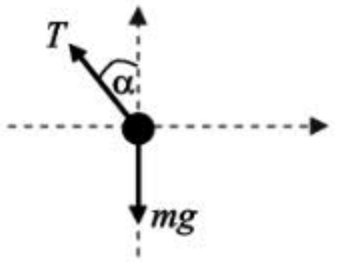
ב. $R = L\cdot sin\alpha \;\Rightarrow\; R = sin\alpha$

ג. $T\cdot\sin\alpha - 0 = m\cdot\omega^2 R \;\Rightarrow\; T\cdot\sin\alpha = m\cdot\omega^2\sin\alpha \;\Rightarrow\; T = m\cdot\omega^2 \;\Rightarrow\; T = 12.5_N$

ד. $T\cdot\cos\alpha = mg \;\Rightarrow\; \alpha = 66.422^\circ$

ה. $v = \omega R \;\Rightarrow\; v = 4.583_{\frac{m}{sec}}$

6\. א.



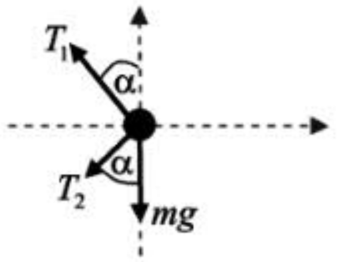
ב. $T\cdot\cos\alpha = mg \;\Rightarrow\; 100\cdot\cos\alpha = 20 \;\Rightarrow\; \alpha = 78.463^\circ$

ג. $T\cdot\sin\alpha - 0 = m\cdot\omega^2 R \;\Rightarrow\; T\cdot\sin\alpha = m\cdot\omega^2\cdot L\sin\alpha \;\Rightarrow\; T = m\cdot\omega^2\cdot L \;\Rightarrow\; \omega = 7.071_{\frac{rad}{sec}}$

ד. $v = \omega R \;\Rightarrow\; v = \omega\cdot L\sin\alpha \;\Rightarrow\; v = 6.928_{\frac{m}{sec}}$

ה. הגוף ימשיך במהירות הקווית בכיוון המשיקי למעגל, ויבצע תנועה כמו זריקה אופקית עד שיגיע לקרקע.

7\. א.



ב. $R = L\cdot sin\alpha \;\Rightarrow\; R = 0.6_m$

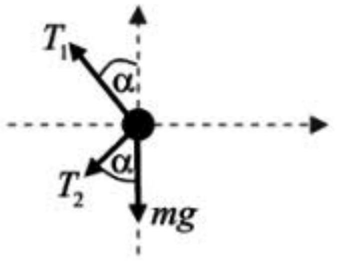
ג. $T_1\cdot\cos\alpha = mg + T_2\cos\alpha \;\Rightarrow\; 0.8T_1 = 5 + 0.8T_2 \;\Rightarrow\; T_1 = 6.25 + T_2$

ד. $T_1\cdot\sin\alpha + T_2\cdot\sin\alpha = m\cdot\omega^2 R \;\Rightarrow\; 0.6T_1 + 0.6T_2 = 4.8 \;\Rightarrow\; T_1 + T_2 = 8$

ה. $T_1 = 7.125_N \;,\; T_2 = 0.875_N$

8\. א. $R = L\cdot sin\alpha \;\Rightarrow\; R = 1.6_m$

ב.



ג. בציר האנכי : $T_1\cdot\cos\alpha = mg + T_2\cos\alpha \;\Rightarrow\; 0.6T_1 = 1 + 0.6T_2 \;\Rightarrow\; T_1 = 1\frac{2}{3} + T_2$

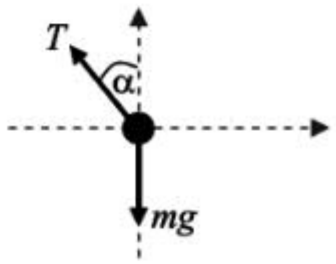
בציר הרדיאלי : $T_1\cdot\sin\alpha + T_2\cdot\sin\alpha = m\cdot\omega^2 R \;\Rightarrow\; 0.8T_1 + 0.8T_2 = 23.04 \;\Rightarrow\; T_1 + T_2 = 28.8$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ד. $T_1 = 15.233_N \;,\; T_2 = 13.567_N$

ה. $T_1\cdot\sin\alpha = m\cdot\omega^2 R \;\Rightarrow\; \omega = 2.887_{\frac{rad}{sec}}$ $\qquad T_1\cdot\cos\alpha = mg \;\Rightarrow\; 0.6T_1 = 1_2 \;\Rightarrow\; T_1 = 1\frac{2}{3}_N$

9\. א.

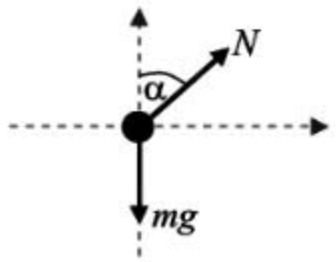


ב. $R = a + L\cdot sin\alpha \;\Rightarrow\; R = 1.5_m$

ג. $T\cdot\cos\alpha = mg \;\Rightarrow\; T = 8\frac{1}{3}_N$

ד. $T\cdot\sin\alpha = m\cdot\omega^2 R \;\Rightarrow\; \omega = 2.981_{\frac{rad}{sec}}$

10\. א.



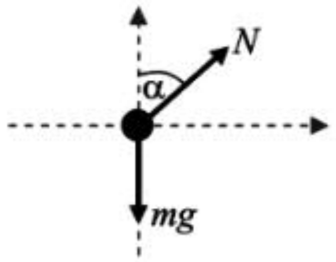
ב. $r = R\cdot sin\alpha \;\Rightarrow\; r = 0.24_m$

ג. $N\cdot\cos\alpha = mg \;\Rightarrow\; N = 2.5_N$

ד. $N\cdot\sin\alpha = m\cdot\omega^2 r \;\Rightarrow\; \omega = 5.59_{\frac{rad}{sec}}$

ה. $f = \frac{\omega}{2\pi} \;\Rightarrow\; f = 0.89_{Hz}$

11\. א.



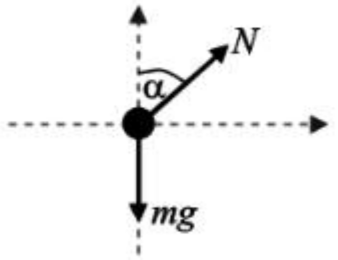
ב. $r = R\cdot sin\alpha \;\Rightarrow\; r = 0.2sin\alpha$

ג. $N\cdot\sin\alpha = m\cdot\omega^2 r \;\Rightarrow\; N\cdot\sin\alpha = m\cdot(2\pi f)^2 R\sin\alpha \;\Rightarrow\; N = m\cdot 4\pi^2 f^2 R$
$\Rightarrow\; N = 3.158_N$

ד. $N\cdot\cos\alpha = mg \;\Rightarrow\; \alpha = 71.541^\circ$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. א.



ב. $r = R\cdot sin\alpha$

ג. בציר הרדיאלי: $N\cdot\sin\alpha = m\cdot\omega^2 r \Rightarrow N\cdot\sin\alpha = m\cdot\omega^2 R\sin\alpha \Rightarrow N = m\cdot\omega^2 R$

בציר האנכי: $N\cdot\cos\alpha = mg$

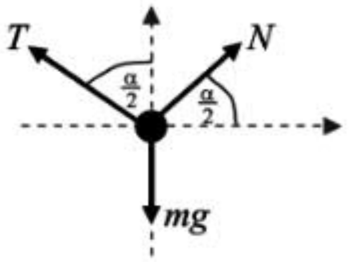
ד. כדי שהגוף יישאר בנקודה מסוימת בקערה חייב להיות רכיב של הנורמל, שיאזן את כוח המשיכה.

כאשר $\alpha = 90^\circ$, מתלכד הנורמל עם הציר הרדיאלי, ואין כוח בציר האנכי שיאזן את כוח המשיכה. לפיכך היה הגוף יורד עקב כוח המשיכה, ולא נשאר שם.

ה. $\cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$

ו. ככל ש-ω גדל, יגדל גם המכנה בביטוי $\frac{g}{\omega^2 R}$, ולפיכך יקטן כל השבר. ככל ש-$\frac{g}{\omega^2 R}$ קטן, גם $\cos\alpha$ קטן, אולם הזווית α גדלה. כש-ω יהיה ממש גדול, ישאף השבר $\frac{g}{\omega^2 R}$ ל-0, והזווית תשאף ל-90°, אך אף פעם לא תהיה 90°.

13. א.



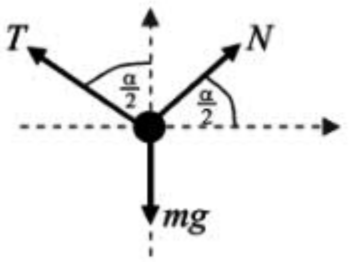
ב. $R = L\cdot sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow R = 0.3_m$

ג. בציר האנכי: $T\cos\frac{\alpha}{2} + N\cdot\sin\frac{\alpha}{2} = mg \Rightarrow 0.8T + 0.6N = 1$

ד. בציר הרדיאלי: $T\cdot\sin\frac{\alpha}{2} - N\cos\frac{\alpha}{2} = m\cdot\omega^2 R \Rightarrow 0.6T - 0.8N = 0.27$

ה. $N = 0.384_N \;,\; T = 0.962_N$

14. א.



ב. $R = L\cdot sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow R = 1.2_m$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

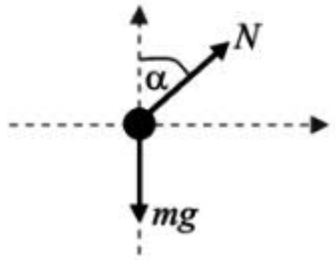
ג. בציר האנכי: $T\cos\frac{\alpha}{2} + N\cdot\sin\frac{\alpha}{2} = mg \Rightarrow 0.8T + 0.6N = 3$

בציר הרדיאלי: $T\cdot\sin\frac{\alpha}{2} - N\cos\frac{\alpha}{2} = m\cdot\omega^2 R \Rightarrow 0.6T - 0.8N = 0.36\omega^2$

ד. $\omega = 1.25_{\frac{rad}{sec}}$

ה. $\omega = 2.5_{\frac{rad}{sec}}$

15. א.



ב. $N\sin\alpha$

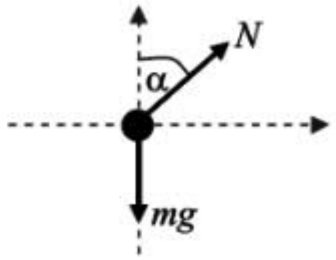
ג. בציר האנכי: $N\cdot\cos\alpha = mg$

בציר הרדיאלי: $N\sin\alpha = \frac{m\cdot v^2}{R}$

ד. $N = 4,061.706_N$

ה. $v = 14.546_{\frac{m}{sec}}$

16. א.



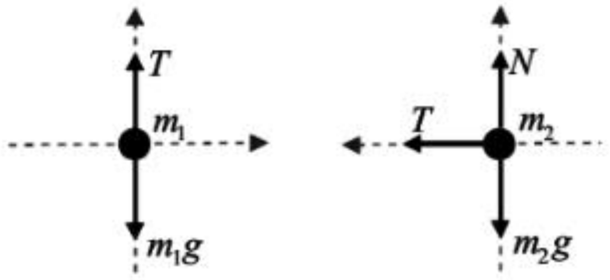
ב. $N\cdot\cos\alpha = mg \Rightarrow N = 6,134.044_N$

ג. $N\sin\alpha = \frac{m\cdot v^2}{R_{max}} \Rightarrow v = 14.579_{\frac{m}{sec}}$

ד. $N\sin\alpha = \frac{m\cdot v^2}{R_{min}} \Rightarrow v = 13.831_{\frac{m}{sec}}$

ה. $13.831_{\frac{m}{sec}} \le v \le 14.579_{\frac{m}{sec}}$

17. א.



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ב. $T = m_1 g \Rightarrow T = 20_N$

ג. $T = m_2 \cdot \omega^2 R \Rightarrow T = m_2 \cdot (2\pi f)^2 R \Rightarrow T = m_2 \cdot 4\pi^2 f^2 R \Rightarrow R = 0.633_m$

ד. $R = 0.07_m$

ה. $0.07_m \le R \le 0.633_m$

18. א. כוח החיכוך.

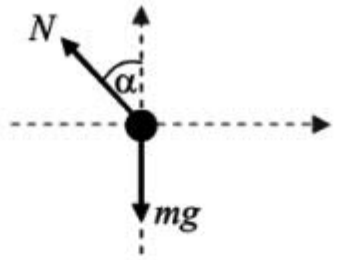
ב. $f_{חיכוך} = \frac{m\cdot v^2}{R} \Rightarrow f_{חיכוך} = 4{,}000_N$

ג. $f_{s,max} = \frac{mv_{max}^2}{R} \Rightarrow \mu_s \cdot N = \frac{mv_{max}^2}{R} \Rightarrow \mu_s \cdot mg = \frac{mv_{max}^2}{R} \Rightarrow \mu_s \cdot g = \frac{v_{max}^2}{R}$
$\Rightarrow v_{max} = 24_{\frac{m}{sec}}$

ד. מסת המכונית אינה משפיעה על המהירות המקסימלית, כי המסה מצטמצמת במשוואה.
לכן תוכל כל מכונית לנסוע במהירות המקסימלית הזאת (כמובן, בתנאי שמקדם החיכוך בין הצמיגים לכביש זהה ל- $\mu_S = 0.72$).

ה. כאשר אין חיכוך, המכונית לא תבצע עוד תנועה מעגלית, אלא תחליק בכיוון המשיקי למעגל במהירות שהייתה לה באותו הרגע.

19. א.



ב. בציר הרדיאלי: $N \cdot sin\alpha = m\omega^2 R \Rightarrow N \cdot sin\alpha = m(2\pi f)^2 L \cdot \cos\alpha$
בציר האנכי: $N \cdot \cos\alpha = mg$

נחלק את המשוואות: $tg\alpha = \frac{4\pi^2 f^2 L\cos\alpha}{g} \Rightarrow L = \frac{g \cdot tg\alpha}{4\pi^2 f^2 \cos\alpha} \Rightarrow L = 2_m$

ג. $0.3_m \le L \le 2_m$

20. א. $T = m_1 g \Rightarrow T = 10_N$

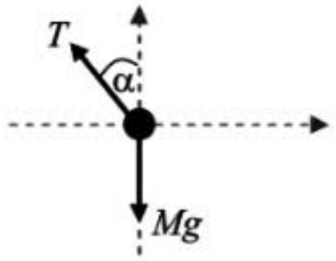
ב. $f_{s,max} = \mu_s \cdot N \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s \cdot m_2 g \Rightarrow f_{s,max} = 4_N$

ג. $T - f_{s,max} = m_2 \cdot \omega^2 R \Rightarrow T - f_{s,max} = m_2 \cdot 4\pi^2 f^2 R \Rightarrow f = 0.616_{Hz}$

ד. $T + f_{s,max} = m_2 \cdot \omega^2 R \Rightarrow T + f_{s,max} = m_2 \cdot 4\pi^2 f^2 R \Rightarrow f = 0.942_{Hz}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

21. א.



ב. בציר האנכי: $T \cdot \cos\alpha = Mg \Rightarrow T = \frac{Mg}{\cos\alpha}$

בציר הרדיאלי: $T \cdot \sin\alpha = M \cdot \omega^2 R \Rightarrow T \cdot \sin\alpha = M \cdot \omega^2 \cdot L\sin\alpha \Rightarrow T = M \cdot \omega^2 \cdot L$

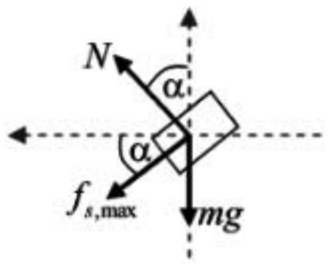
נציב את T ונקבל: $\frac{Mg}{cos\alpha} = M\omega^2 \cdot L \Rightarrow \cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 \cdot L} \Rightarrow \alpha = 51.312^\circ$

ג. $T \cdot \cos\alpha = Mg \Rightarrow T = 640_N$

ד. הילד לא ישפיע על זווית הפרישה α, כי היא לא תלויה במסה. לעומת זאת תגדל המתיחות בחבל ותהיה: $T \cdot \cos\alpha = (M+m)g \Rightarrow T = 1{,}600_N$

22. א. החיכוך הסטטי המקסימלי הוא: $f_{s,max} = \mu_s \cdot N \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s \cdot mg\cos\alpha \Rightarrow f_{s,max} = 6.4m$
כוח המשיכה בכיוון תחתית המדרון הוא: $mg \cdot sin\alpha = 6m$
כוח המשיכה אינו מתגבר על החיכוך המקסימלי, ולכן הגוף לא יזוז (החיכוך יתאים את עצמו לכוח המשיכה, ויהיה גם הוא $6m$).

ב.



בציר האנכי: $f_{s,max} \cdot \sin\alpha + mg = N \cdot \cos\alpha \Rightarrow \mu_s \cdot N \cdot \sin\alpha + mg = N \cdot \cos\alpha$

בציר הרדיאלי: $f_{s,max} \cdot \cos\alpha + N \cdot \sin\alpha = m \cdot \omega^2 R$
$\Rightarrow \mu_s \cdot N \cdot \cos\alpha + N \cdot \sin\alpha = m \cdot \omega^2 \cdot L\cos\alpha$

ג. מהמשוואה בציר האנכי נקבל: $0.48N + 10m = 0.8N \Rightarrow N = 31.25m$

מהמשוואה בציר הרדיאלי נקבל: $0.64N + 0.6N = 0.248m \cdot \omega^2 \Rightarrow 1.24N = 0.248m \cdot \omega^2$

נציב את N ונקבל: $1.24 \cdot 31.25m = 0.248m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = 12.5_{\frac{rad}{sec}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

מעגל אנכי

נוסחאות

קשרים בין המושגים הקשורים בתנועה מעגלית

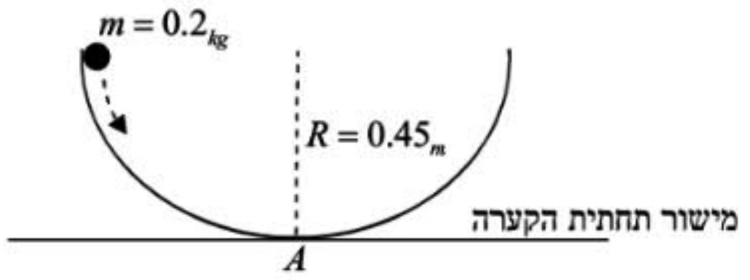
$T=\frac{1}{f}$ $\omega=2\pi f$ $T=\frac{2\pi R}{v}$ $a_R=\frac{v^2}{R}=\omega^2 R$ $v=\omega R$

סימוני כוחות

- מערכת הצירים שתיבחר חייבת לכלול ציר אחד רדיאלי (בכיוון מרכז המעגל), והציר האחר מאונך לו.
- כשגוף מבצע תנועה מעגלית, חייב לפעול עליו כוח בכיוון מרכז המעגל.
- הכוח השקול, הפועל על גוף בכיוון מרכז המעגל נקרא הכוח הצנטריפטאלי.
- החוק השני של ניוטון : כל הכוחות בכיוון מרכז המעגל, פחות כל הכוחות בכיוון הנגדי, שווים למסה כפול

התאוצה הרדיאלית (הצנטריפטאלית) : $\sum F = ma_R = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$

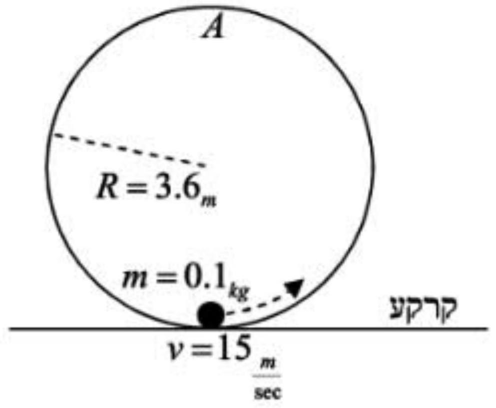
1. גוף שמסתו $m=0.2_{kg}$ נעזב ממנוחה מחלקה העליון של קערה שרדיוסה $R=0.45_m$. הנקודה A היא תחתית הקערה.



א. משיקולי אנרגיה מצא את מהירות הגוף בנקודה A.
ב. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה A.
ג. מהי התאוצה הצנטריפטאלית שמרגיש הגוף בנקודה A ?
ד. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה A, ומצא את הכוח שבו לוחץ הגוף שם על הקערה.

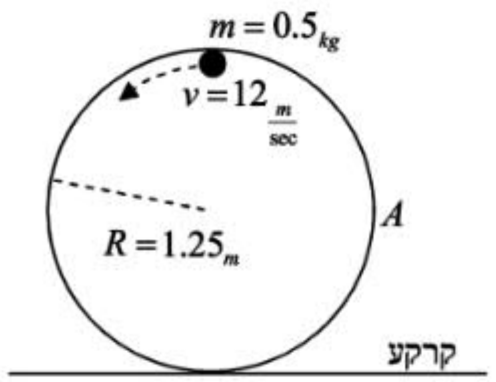
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

2. גוף שמסתו $m=0.1_{kg}$ מסתובב בתוך מסילה בצורת חישוק. המסילה מאונכת לקרקע ורדיוסה $R=3.6_m$. מהירותו של הגוף בתחתית המסילה היא $v=15_{\frac{m}{sec}}$. הנקודה A היא הנקודה הגבוהה ביותר על המסילה.



א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף כשהוא בתחתית המסילה.
ב. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בתחתית המסילה, ומצא את הכוח שבו לוחץ הגוף שם על המסילה.
ג. משיקולי אנרגיה מצא את מהירות הגוף בנקודה A.
ד. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף כשהוא בנקודה A.
ה. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה A, ומצא את הכוח שבו לוחץ הגוף שם על המסילה.

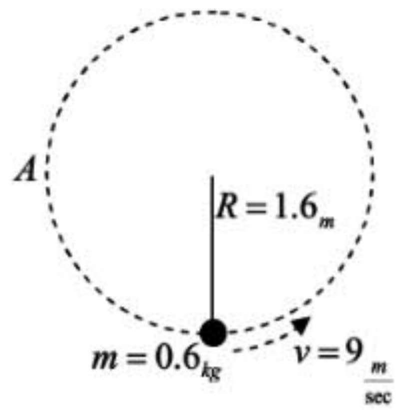
3. גוף שמסתו $m=0.5_{kg}$ מסתובב בתוך מסילה בצורת חישוק. המסילה מאונכת לקרקע ורדיוסה $R=1.25_m$. מהירותו של הגוף בנקודה הגבוהה ביותר היא $v=12_{\frac{m}{sec}}$. הנקודה A היא הנקודה בצד ימין של המסילה, שגובהה מהקרקע שווה לרדיוס המסילה.



א. משיקולי אנרגיה מצא את מהירות הגוף בנקודה A.
ב. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף כשהוא בנקודה A.
ג. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה A, ומצא את הכוח שבו לוחץ הגוף שם על המסילה.
ד. רשום את משוואת הכוחות בציר המשיקי כשהגוף בנקודה A, ומצא את התאוצה המשיקית שלו שם.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

4. גוף שמסתו $m=0.6_{kg}$ קשור לחבל שאורכו $R=1.6_{m}$. מסובבים את החבל בכיוון ניצב לקרקע, והגוף מסתובב איתו. מהירותו של הגוף כשהוא בתחתית מסלולו היא $v=9\frac{m}{sec}$. הנקודה A היא הנקודה בצד שמאל של המסלול, שגובהה מתחתית המסלול הוא כאורך החבל.



א. משיקולי אנרגיה מצא את מהירות הגוף בנקודה A.

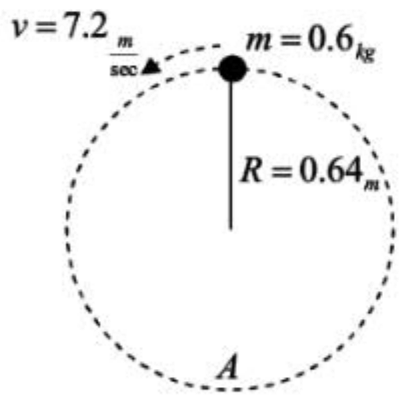
ב. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף כשהוא בנקודה A.

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה A, ומצא את מתיחות החבל שם.

ד. רשום את משוואת הכוחות בציר המשיקי כשהגוף בנקודה A, ומצא את התאוצה המשיקית שלו שם.

ה. מהי התאוצה השקולה (גודל וכיוון) של הגוף בנקודה A? (רמז : יש לעשות שקול בין התאוצה הרדיאלית לבין התאוצה המשיקית).

5. גוף שמסתו $m=0.6_{kg}$ קשור לחבל שאורכו $R=0.64_{m}$. מסובבים את החבל בכיוון ניצב לקרקע, והגוף מסתובב איתו. מהירותו של הגוף בנקודה הגבוהה ביותר היא $v=7.2\frac{m}{sec}$. הנקודה A נמצאת בתחתית המסלול.



א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה הגבוהה ביותר של המסלול.

ב. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה הגבוהה ביותר, ומצא את מתיחות בחבל שם.

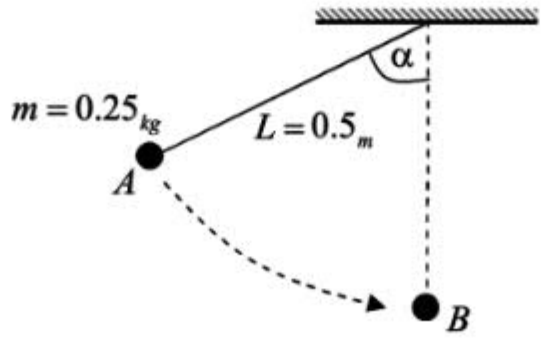
ג. משיקולי אנרגיה מצא את מהירות הגוף בנקודה A.

ד. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה A.

ה. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה A, ומצא את מתיחות החבל שם.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. גוף שמסתו $m=0.25_{kg}$ קשור לחבל של מטוטלת, שאורכו $L=0.5_{m}$. מסיתים את החבל בזווית $\alpha=53.13^{\circ}$, ומרפים. הנקודה A תהיה הנקודה שממנה מרפים את החבל, והנקודה B היא הנקודה הנמוכה ביותר של המסלול.



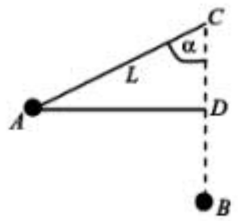
א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה A.

ב. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה A, ומצא את מתיחות החבל שם.

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר המשיקי כשהגוף בנקודה A, ומצא את תאוצתו המשיקית שם.

ד. משיקולי אנרגיה מצא את מהירות הגוף בנקודה B.

רמז : למציאת גובה הנקודה A מתחתית המסלול היעזר במשולש ACD, ומצא את הניצב CD :

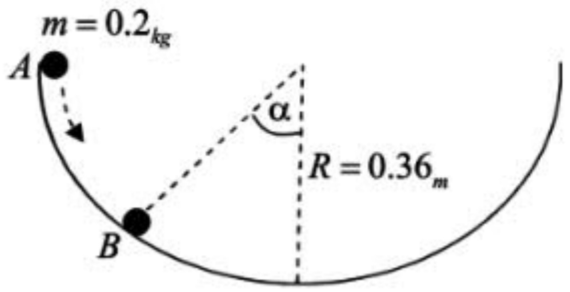


ה. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה B, ומצא את מתיחות החבל שם.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

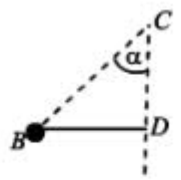
7. גוף שמסתו $m = 0.2_{kg}$ נעזב ממנוחה מחלקה העליון של קערה שרדיוסה $R = 0.36_m$. הנקודה A היא הנקודה שממנה התחיל הגוף את תנועתו, והנקודה B נמצאת בהמשך המסלול ומתוארת בציור.

הזווית המסומנת בציור היא $\alpha = 36.87^\circ$.



א. משיקולי אנרגיה מצא את מהירות הגוף בנקודה B.

רמז : למציאת גובה הנקודה A מהנקודה B היעזר במשולש BCD, ומצא את הניצב CD :



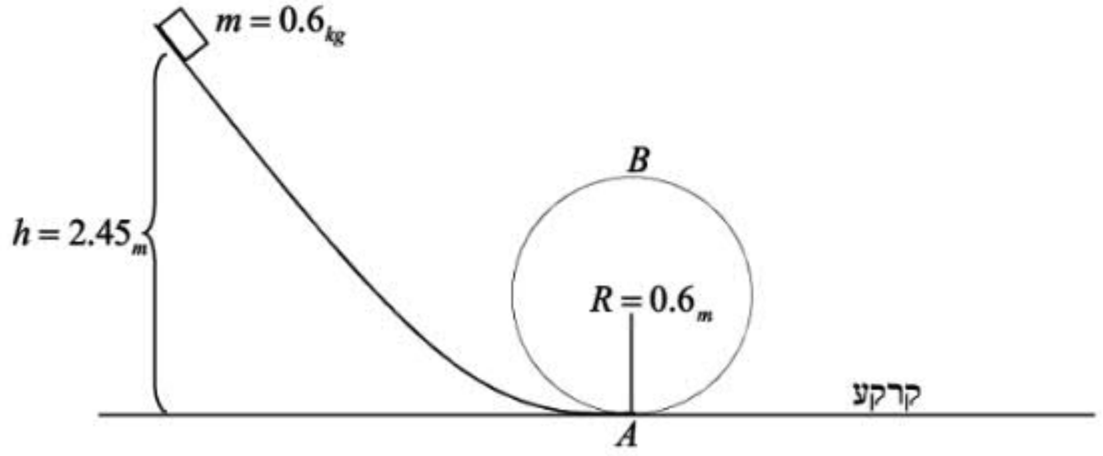
ב. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה B.

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה B, ומצא את הכוח שבו לוחץ הגוף על הקערה שם.

ד. רשום את משוואת הכוחות בציר המשיקי כשהגוף בנקודה B, ומצא את תאוצתו המשיקית שם.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

8. גוף שמסתו $m = 0.6_{kg}$ מונח על מסילה חלקה בגובה $h = 2.45_m$ מהקרקע. הגוף מחליק במסילה, ונכנס למסלול מעגלי שניצב לקרקע ורדיוסו $R = 0.6_m$. הנקודה A נמצאת בתחתית המסלול המעגלי, והנקודה B נמצאת בשיא המסלול המעגלי.



א. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות הגוף בנקודות A, B.

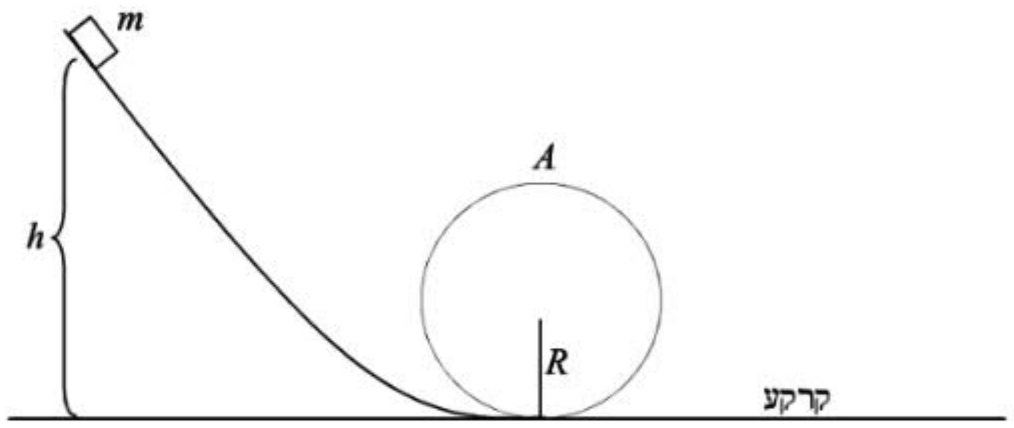
ב. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודות B, A.

ג. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה A, ומצא את הכוח שבו לוחץ הגוף על המסילה שם.

ד. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה B, ומצא את הכוח שבו לוחץ הגוף על המסילה שם.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

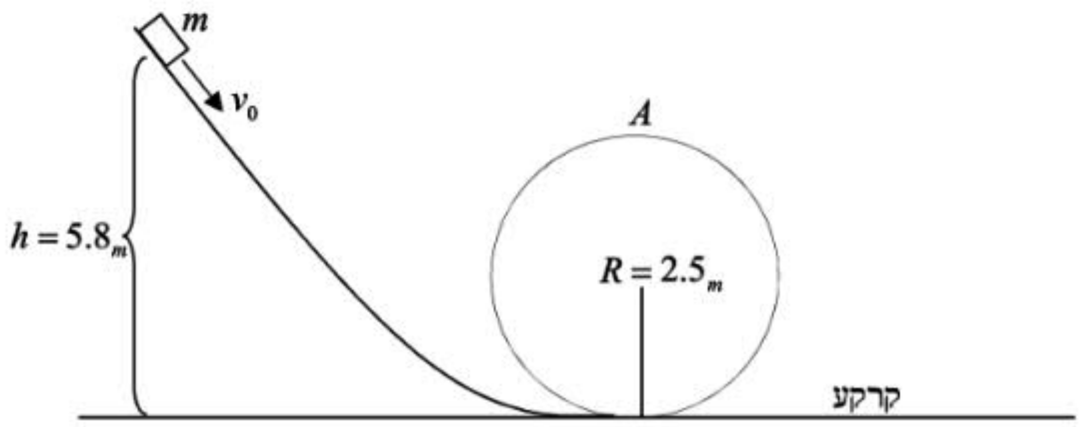
9. גוף שמסתו m מונח על מסילה חלקה בגובה h מהקרקע. הגוף מחליק במסילה, ונכנס למסלול מעגלי שניצב לקרקע ורדיוסו R. הנקודה A נמצאת בשיא המסלול המעגלי.
התשובות בתרגיל זה יבוטאו באמצעות m, g, R



א. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודה A.
ב. מה צריכה להיות המהירות המינימלית של הגוף בנקודה A כדי שלא ייפול מהמסלול המעגלי ? (רמז : כדי שהגוף יישאר דבוק למסלול, הוא צריך ללחוץ עליו, ולכן חייב להיות שם כוח נורמל. במקרה הגבולי הנורמל מתאפס).
ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את הגובה h המינימלי שבו יש להניח את הגוף, כך שהגוף יצליח להשלים סיבוב שלם (רמז : גוף ישלים סיבוב שלם, אם הוא יצליח לעבור את הנקודה הקריטית ביותר במסלול המעגלי, כלומר את הנקודה בשיא הסיבוב).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

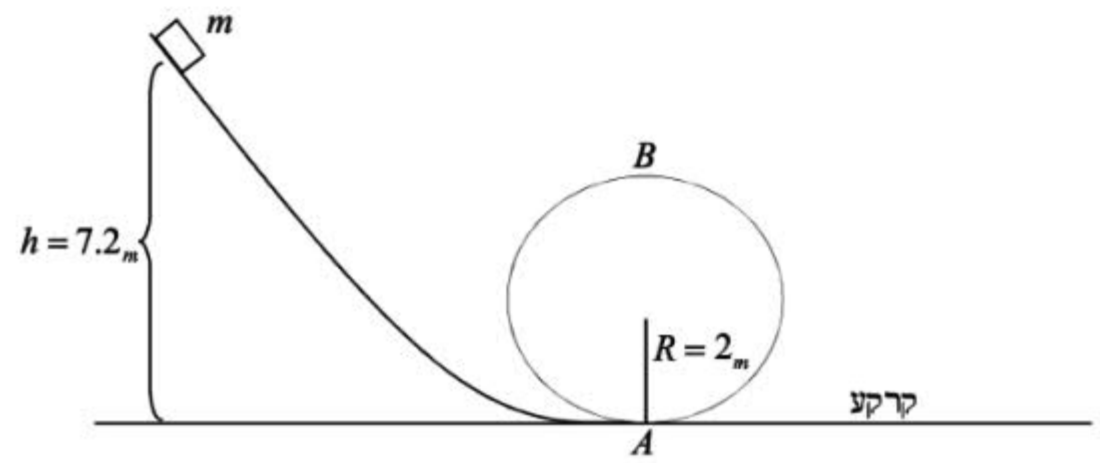
10. גוף שמסתו m מונח על מסילה חלקה בגובה $h = 5.8_m$ מהקרקע, ונדחף במהירות התחלתית v_0. הגוף מחליק במסילה ונכנס למסלול מעגלי שניצב לקרקע ורדיוסו $R = 2.5_m$. הנקודה A נמצאת בשיא המסלול המעגלי.



א. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודה A.
ב. מה צריכה להיות המהירות המינימלית של הגוף בנקודה A כדי שלא ייפול מהמסלול המעגלי ? (רמז : כדי שהגוף יישאר דבוק למסלול הוא צריך ללחוץ עליו, ולכן חייב להיות שם כוח נורמל. במקרה הגבולי הנורמל מתאפס).
ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, והראה שאם $v_0 = 0$, לא יוכל הגוף להשלים סיבוב שלם (רמז : משיקולי אנרגיה מצא את מהירות הגוף בנקודה A, והראה שהיא קטנה מהמהירות הקריטית הנדרשת שם).
ד. מה צריכה להיות מהירות הדחיפה המינימלית v_0, כדי שהגוף יצליח להשלים סיבוב שלם ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

11. גוף שמסתו m מונח על מסילה חלקה בגובה $h=7.2_m$ מהקרקע. הגוף מחליק במסילה, ונכנס למסלול מעגלי שניצב לקרקע ורדיוסו $R=2_m$. הנקודה A נמצאת בתחתית המסלול המעגלי, והנקודה B נמצאת בשיא המסלול המעגלי. בתרגיל זה יש לבטא את התשובות באמצעות m במידת הצורך.



א. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות הגוף בנקודות A, B.

ב. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודות A, B.

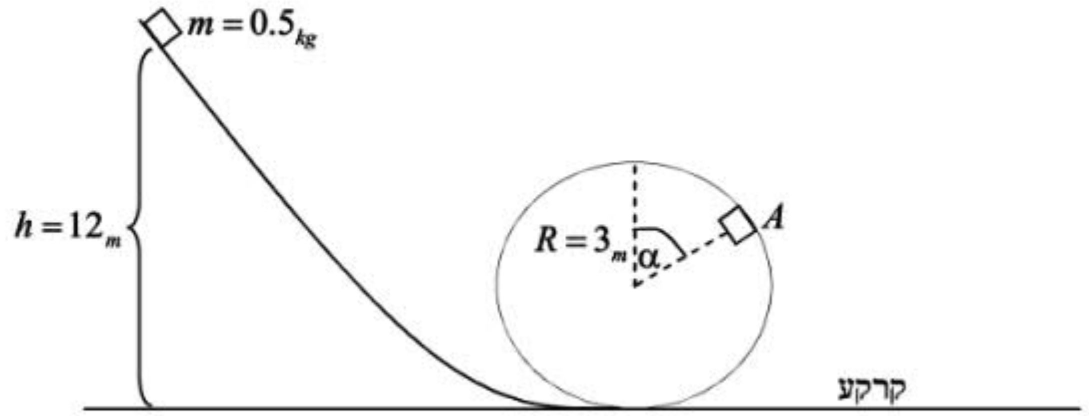
ג. מהו המשקל שמרגיש הגוף בנקודה A ? (רמז : המשקל שגוף מרגיש שווה לכוח שהמשטח מחזיר לגוף).

פי כמה גדול המשקל שהגוף מרגיש בנקודה A ממשקלו האמיתי ?

ד. מהו המשקל שמרגיש הגוף בנקודה B ? פי כמה גדול המשקל שהגוף מרגיש בנקודה B ממשקלו האמיתי ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

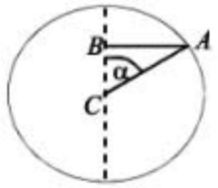
12. גוף שמסתו $m=0.5_{kg}$ מונח על מסילה חלקה בגובה $h=12_m$ מהקרקע. הגוף מחליק במסילה, ונכנס למסלול מעגלי שניצב לקרקע ורדיוסו $R=3_m$. הנקודה A מסומנת בציור, והזווית $\alpha=53.13^\circ$.



א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה A.

ב. מצא את הגובה של נקודה A מהקרקע.

רמז : מצא את הניצב BC במשולש ABC :



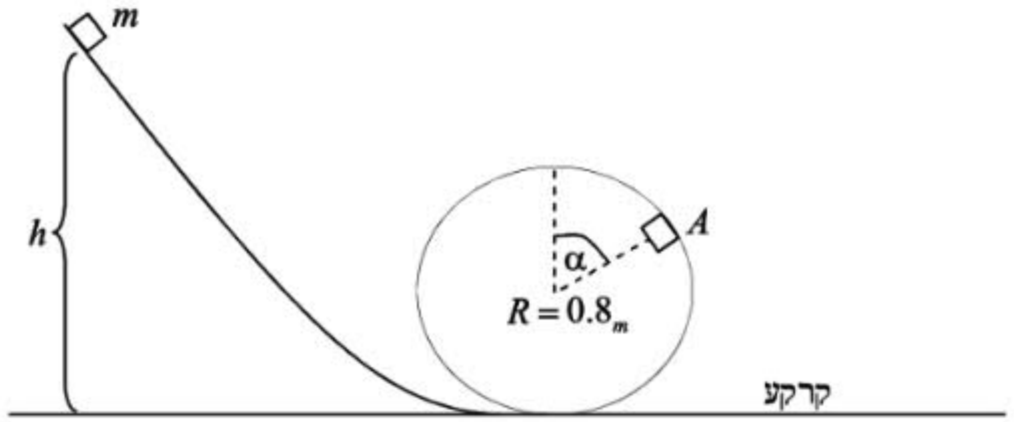
ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה , ומצא את מהירות הגוף בנקודה A.

ד. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה A, ומצא את הכוח שבו הוא מעיק (לוחץ) על המסלול.

ה. רשום את משוואת הכוחות בציר המשיקי כשהגוף בנקודה A, ומצא את תאוצתו המשיקית שם.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

13. גוף שמסתו m מונח על מסילה חלקה בגובה h מהקרקע. הגוף מחליק במסילה, ונכנס למסלול מעגלי שניצב לקרקע ורדיוסו $R=0.8_m$. הנקודה A מסומנת בציור, והזווית $\alpha=60^\circ$. ידוע שהגוף מתנתק מהמסלול המעגלי בדיוק בנקודה A.

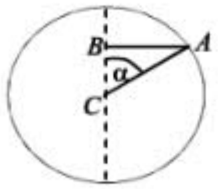


א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה A (רמז : אם ידוע שהגוף מתנתק שם מהמסלול, הוא לא לוחץ עליו).

ב. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה A, ומצא את מהירותו שם.

ג. מצא את הגובה של נקודה A מהקרקע.

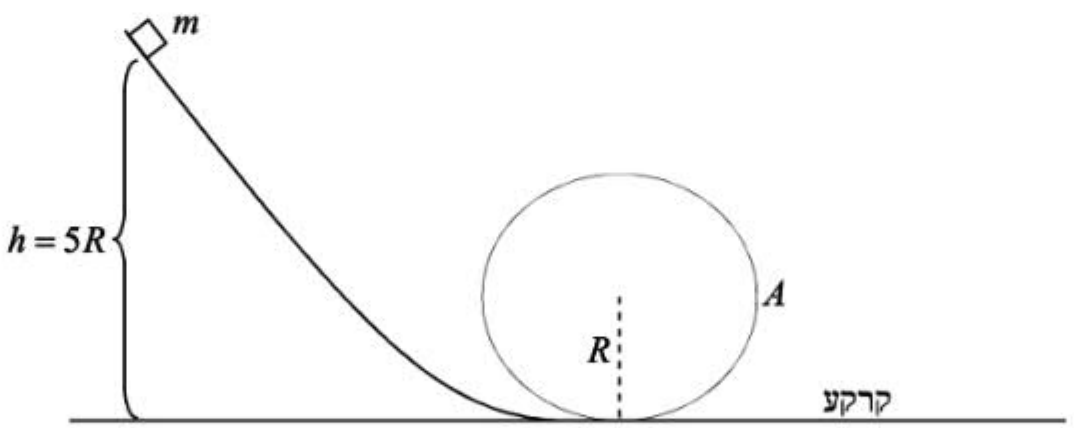
רמז : מצא את הניצב BC במשולש ABC :



ד. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את הגובה h שממנו שחררו את הגוף.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

14. גוף שמסתו m מונח על מסילה חלקה בגובה $h=5R$ מהקרקע. הגוף מחליק במסילה, ונכנס למסלול מעגלי שניצב לקרקע ורדיוסו R . הנקודה A נמצאת על המסלול המעגלי בגובה R מהקרקע בצד ימין.
את התשובות בתרגיל זה יש לבטא באמצעות R,m,g .



א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה A.

ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות הגוף בנקודה A.

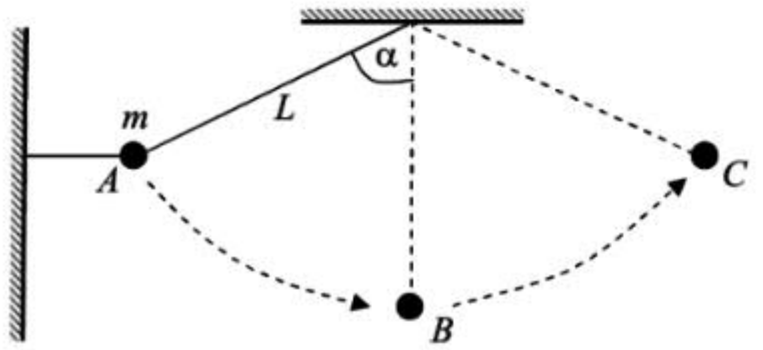
ג. מהו הכוח הצנטריפטאלי שיש לגוף בנקודה A ? (רמז : הכוח הצנטריפטאלי הוא הכוח השקול הרדיאלי שיש לגוף, והוא שווה למסת הגוף כפול התאוצה הרדיאלית).

ד. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) שהגוף מרגיש בנקודה A ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

15. גוף שמסתו m קשור לחבל של מטוטלת, שאורכו L ויוצא מהתקרה, ולחבל נוסף המחובר לקיר. הגוף נמצא בשיווי משקל, והזווית שחבל המטוטלת יוצר עם האנך היא α. בשלב מסוים נקרע החבל הקשור לקיר, והגוף מתחיל לנוע. הנקודה A היא הנקודה שבה קשור הגוף עם שני החבלים; הנקודה B היא הנקודה הנמוכה ביותר של המסלול; והנקודה C היא המקום הגבוה ביותר אליו מגיעה המטוטלת בצד השני.

בתרגיל זה יש לבטא את התשובות באמצעות L,m,g,α.

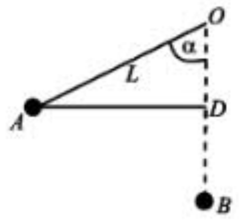


א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה A, כששני החבלים מחוברים לגוף.

ב. מצא את המתיחות של כל חבל כשהגוף בנקודה A (רמז : הגוף בשיווי משקל, ולכן אין זה משנה איזו מערכת צירים בוחרים).

ג. משיקולי אנרגיה מצא את מהירות הגוף בנקודה B.

רמז : למציאת גובה הנקודה A מתחתית המסלול היעזר במשולש AOD, ומצא את הניצב OD :



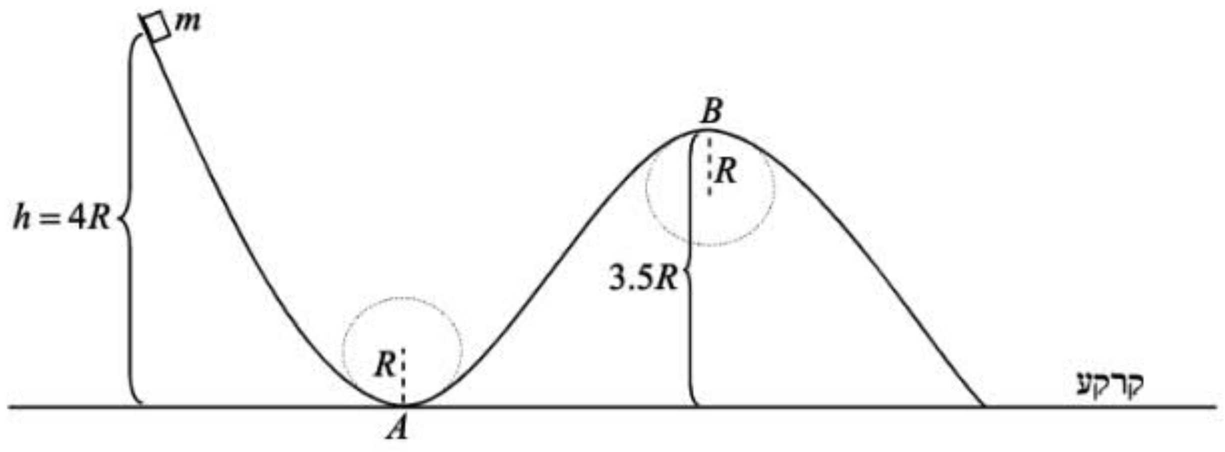
ד. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה B, ומצא את מתיחות החבל שם.

ה. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה C, ומצא את מתיחות החבל שם (רמז : בנקודה C הגוף לא בשיווי משקל, כי הוא מבצע תנועה מעגלית, ולכן חובה לקחת מערכת צירים הכוללת את הציר הרדיאלי).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

16. גוף שמסתו m מונח על מסילה חלקה בגובה $h=4R$ מהקרקע. הגוף מחליק במסילה, ועובר 2 מעקמים מעגליים ברדיוס R כל אחד. הנקודה A נמצאת בתחתית המעקם המעגלי הראשון בגובה הקרקע, והנקודה B נמצאת בראש המעקם המעגלי השני בגובה $3.5R$ מהקרקע.

את התשובות בתרגיל זה יש לבטא באמצעות R,m,g.



א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודות A, B.

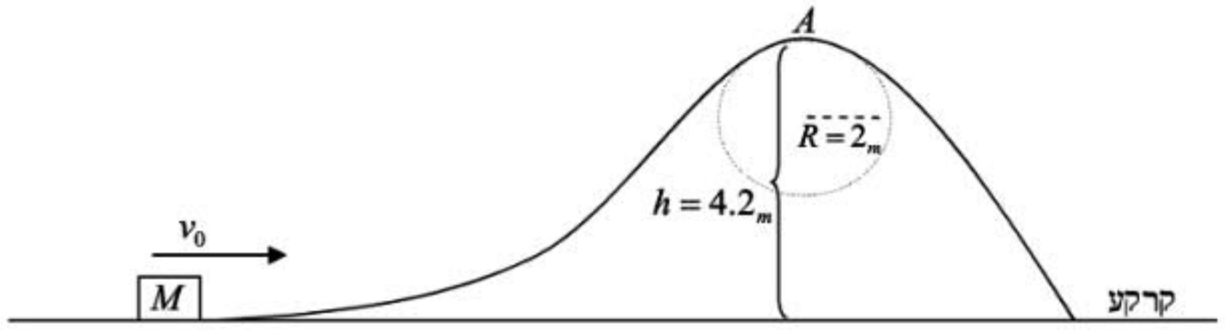
ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות הגוף בנקודות A, B.

ג. מהו הכוח שבו לוחץ הגוף על המסילה בנקודה A ?

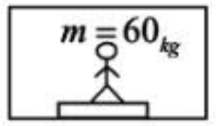
ד. מהו הכוח שבו לוחץ הגוף על המסילה בנקודה B ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

17. קרון שמסתו M נדחף בגובה הקרקע במהירות התחלתית v_0. הקרון מטפס על מסלול חלק, ומגיע למעקם מעגלי שרדיוסו $R=2_m$. הנקודה A נמצאת בראש המעקם המעגלי בגובה $h=4.2_m$ מהקרקע.
ידוע שבדיוק בנקודה A לוחץ הקרון על המסלול בכוח השווה לחמישית ממשקלו האמיתי ($\frac{1}{5}Mg$).



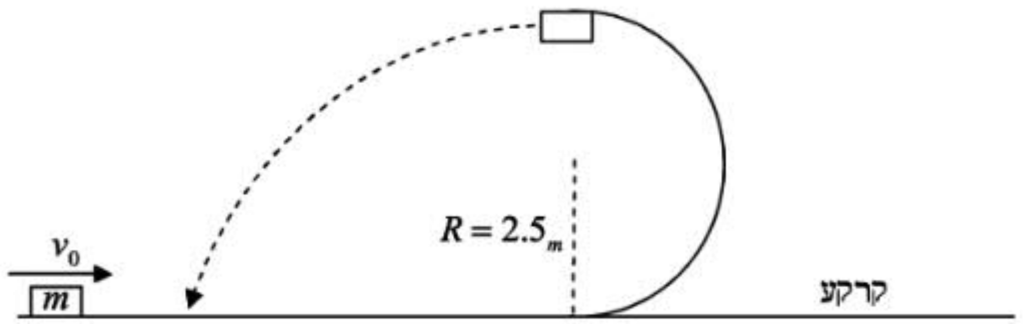
א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף הנקודה A.
ב. מהי המהירות של הגוף בנקודה A ?
ג. מצא את המהירות v_0 שבה נדחף הגוף.
ד. בתוך הקרון נמצא ילד שמסתו $m=60_{kg}$.
הילד עומד על משקל.



סמן את הכוחות שפועלים על הילד כשהקרון בנקודה A. רשום את משוואת הכוחות הפועלים על הילד בציר הרדיאלי, ומצא מה יראה המשקל (רמז : מהירות הילד היא כמהירות הקרון, והמשקל מראה את הכוח שבו לוחץ הילד עליו).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

18. גוף שמסתו m נדחף במהירות v_0. הגוף מחליק על הקרקע, ונכנס למסלול בצורת חצי מעגל שניצב לקרקע ורדיוסו $R=2.5_m$. בנקודה העליונה ביותר לוחץ הגוף על המסילה בכוח השווה לשלוש פעמים משקלו האמיתי ($3mg$). לאחר מכן עוזב הגוף את המסלול, ולבסוף פוגע שוב בקרקע.

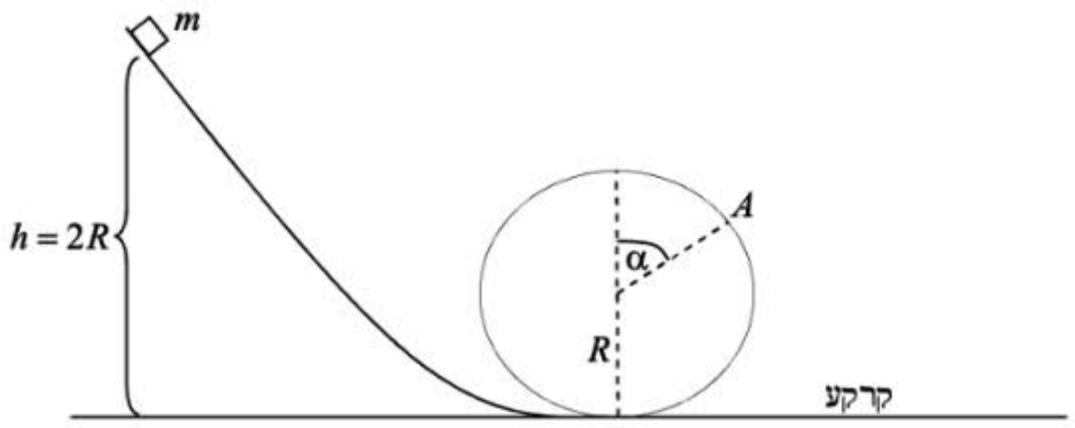


א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף כשהוא בשיא המסלול.
ב. מצא את מהירותו בנקודה הגבוהה ביותר.
ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את המהירות v_0 שבה דחפו את הגוף.
ד. תוך כמה זמן יגיע הגוף לקרקע מהרגע שעזב את המסלול ? (רמז : היעזר בנוסחה : $h=v_0t+\frac{at^2}{2}$, ושים לב שהגוף מבצע תנועה הזהה לזריקה אופקית).
ה. מצא את המרחק האופקי שעבר הגוף מרגע עזיבתו את המסלול ועד פגיעתו בקרקע.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

19. גוף שמסתו m מונח על מסילה חלקה בגובה $h=2R$ מהקרקע. הגוף מחליק במסילה, ונכנס למסלול מעגלי שניצב לקרקע ורדיוסו R. הנקודה A נמצאת על המסלול המעגלי, ויוצרת זווית פרישה α עם האנך, כמתואר בציור. ידוע שבנקודה A הגוף עוזב את המסלול.

את התשובות בתרגיל זה יש לבטא באמצעות R, m, g, α.

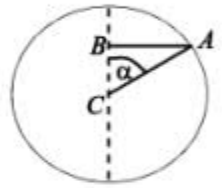


א. סמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה A (רמז: הגוף עוזב שם את המסלול, ולכן אינו לוחץ עליו).

ב. רשום את משוואת הכוחות בציר הרדיאלי כשהגוף בנקודה A, ומצא את מהירות הגוף שם.

ג. מצא את הגובה של נקודה A מהקרקע.

רמז: מצא את הניצב BC במשולש ABC:



ד. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא למה שווה $\cos\alpha$.

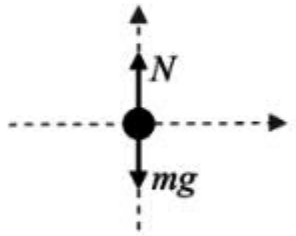
ה. בטא באמצעות R את הגובה שבו מתנתק הגוף מהמסלול.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $v=3\,\frac{m}{sec}$

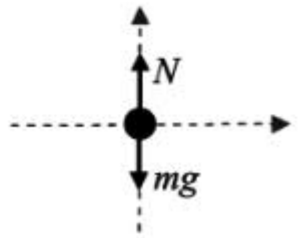
ב.



ג. $a_R=\frac{v^2}{R} \Rightarrow a_R=20\,\frac{m}{sec^2}$ (התאוצה היא בכיוון מרכז המעגל).

ד. $N-mg=m\cdot a_R \Rightarrow N=6_N$ (הכוח הוא בכיוון מרכז המעגל).

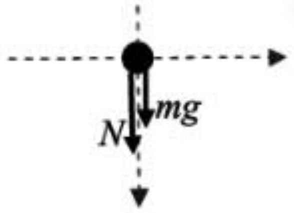
2. א.



ב. $N-mg=m\cdot a_R \Rightarrow N-mg=\frac{mv^2}{R} \Rightarrow N=7.25_N$

ג. $\frac{mv^2}{2}=mg\cdot(2R)+\frac{mv_A^2}{2} \Rightarrow v_A=9\,\frac{m}{sec}$

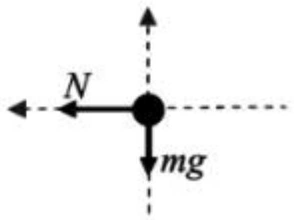
ד.



ה. $N+mg=m\cdot a_R \Rightarrow N+mg=\frac{m\cdot v_A^2}{R} \Rightarrow N=1.25_N$ (הכוח הוא בכיוון מרכז המעגל).

3. א. $\frac{mv^2}{2}+mg\cdot(2R)=\frac{mv_A^2}{2}+mg\cdot R \Rightarrow v_A=13\,\frac{m}{sec}$

ב.



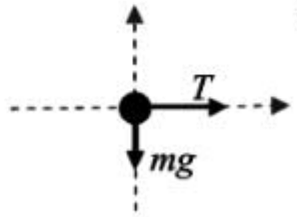
ג. $N=m\cdot a_R \Rightarrow N=\frac{mv^2}{R} \Rightarrow N=67.6_N$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ד. $mg-0=ma_{\text{משיקי}} \Rightarrow a_{\text{משיקי}}=10_{\frac{m}{sec}}$ (התאוצה המשיקית היא כלפי מטה).

4. א. $\frac{mv^2}{2}=\frac{mv_A^2}{2}+mg\cdot R \Rightarrow v_A=7_{\frac{m}{sec}}$

ב.

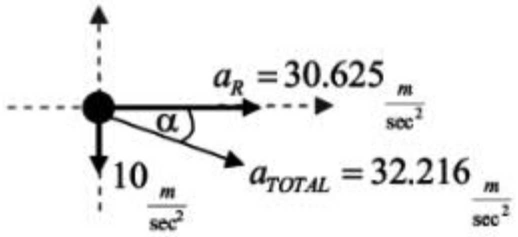


ג. $T=m\cdot a_R \Rightarrow T=\frac{mv^2}{R} \Rightarrow T=18.375_N$

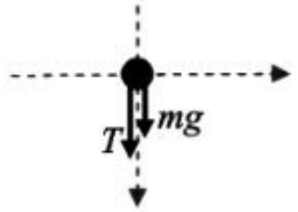
ד. $mg-0=ma_{\text{משיקי}} \Rightarrow a_{\text{משיקי}}=10_{\frac{m}{sec}}$ (התאוצה המשיקית היא כלפי מטה).

ה. $a_{TOTAL}=\sqrt{a_R^2+a_{\text{משיקי}}^2} \Rightarrow a_{TOTAL}=32.216_{\frac{m}{sec^2}}$

$tg\alpha=\frac{a_{\text{משיקי}}}{a_R} \Rightarrow \alpha=18.083^\circ$



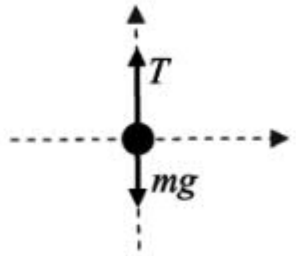
5. א.



ב. $T+mg=m\cdot a_R \Rightarrow T+mg=\frac{mv^2}{R} \Rightarrow T=42.6_N$

ג. $\frac{mv^2}{2}+mg\cdot 2R=\frac{mv_A^2}{2} \Rightarrow v_A=8.8_{\frac{m}{sec}}$

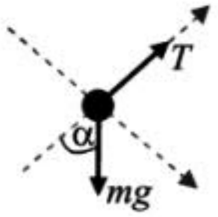
ד.



ה. $T-mg=m\cdot a_R \Rightarrow T-mg=\frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow T=78.6_N$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. א. שים לב! יש לבנות מערכת צירים, כך שציר אחד יהיה בכיוון הרדיאלי, והציר האחר בכיוון המשיקי.



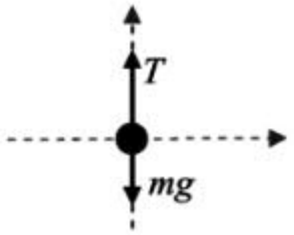
ב. $T-mg\cos\alpha=0 \Rightarrow T=1.5_N$ (המהירות בנקודה A היא 0, ולכן התאוצה הרדיאלית גם היא 0).

ג. $mg\sin\alpha=ma_{\text{משיקי}} \Rightarrow a_{\text{משיקי}}=8_{\frac{m}{sec^2}}$

ד. חישוב גובה של הנקודה A מתחתית המסלול: $h=L-L\cos\alpha \Rightarrow h=0.2_m$

$mg\cdot h=\frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow v_B=2_{\frac{m}{sec}}$

ה.

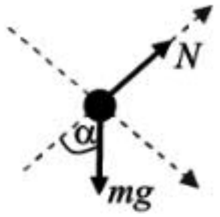


$T-mg=m\cdot a_R \Rightarrow T-mg=\frac{mv_B^2}{R} \Rightarrow T=4.5_N$

7. א. חישוב גובה של הנקודה A מהנקודה B: $h=R\cos\alpha \Rightarrow h=0.288_m$

$mg\cdot h=\frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow v_B=2.4_{\frac{m}{sec}}$

ב.



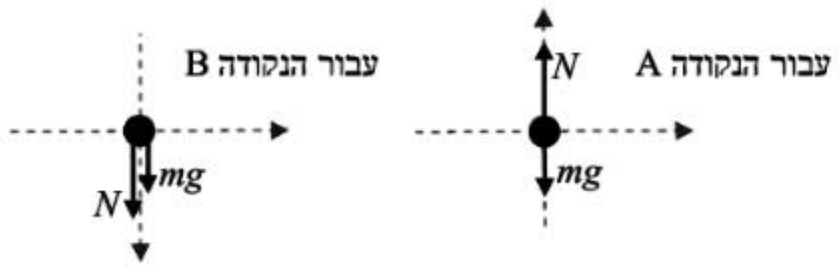
ג. $N-mg\cos\alpha=ma_R \Rightarrow N-mg\cos\alpha=\frac{mv_B^2}{R} \Rightarrow N=4.8_N$

ד. $mg\sin\alpha=ma_{\text{משיקי}} \Rightarrow a_{\text{משיקי}}=6_{\frac{m}{sec^2}}$

8. א. $mg\cdot h=\frac{mv_A^2}{2} \Rightarrow v_A=7_{\frac{m}{sec}}$ $\quad mg\cdot h=\frac{mv_B^2}{2}+mg\cdot 2R \Rightarrow v_B=5_{\frac{m}{sec}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

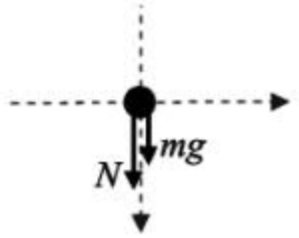
ב.



ג. $N - mg = ma_R \Rightarrow N - mg = \frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow N = 55_N$

ד. $N + mg = ma_R \Rightarrow N + mg = \frac{mv_B^2}{R} \Rightarrow N = 19_N$

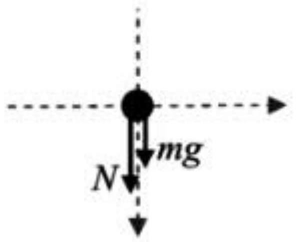
9. א.



ב. $N + mg = ma_R \Rightarrow 0 + mg = \frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow v_A = \sqrt{Rg}$

ג. $mg \cdot h = \frac{mv_A^2}{2} + mg \cdot 2R \Rightarrow mg \cdot h = \frac{m\left(\sqrt{gR}\right)^2}{2} + mg \cdot 2R \Rightarrow h = 2.5R$

10. א.



ב. $N + mg = ma_R \Rightarrow 0 + mg = \frac{mv_{min}^2}{R} \Rightarrow v_{\min} = 5_{\frac{m}{sec}}$

ג. $mg \cdot h = \frac{mv_A^2}{2} + mg \cdot 2R \Rightarrow v_A = 4_{\frac{m}{sec}}$ המהירות שהתקבלה קטנה מהמהירות הקריטית הנדרשת, ולכן הגוף יתנתק מהמסלול המעגלי עוד לפני שיגיע לנקודה A.

ד. $mg \cdot h + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_{\min}^2}{2} + mg \cdot 2R \Rightarrow v_0 = 3_{\frac{m}{sec}}$

11. א. $mg \cdot h = \frac{mv_A^2}{2} \Rightarrow v_A = 12_{\frac{m}{sec}}$ $\quad mg \cdot h = \frac{mv_B^2}{2} + mg \cdot 2R \Rightarrow v_B = 8_{\frac{m}{sec}}$

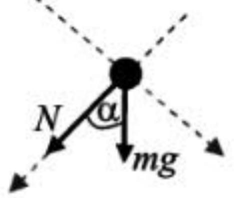
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ב.

ג. $N - mg = ma_R \Rightarrow N - mg = \frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow N = 82m$ המשקל האמיתי של הגוף הוא mg (כלומר $10m$). לכן הגוף מרגיש שמשקלו גדול פי 8.2 ממשקלו האמיתי.

ד. $N + mg = ma_R \Rightarrow N + mg = \frac{mv_B^2}{R} \Rightarrow N = 22m$. הגוף מרגיש שמשקלו גדול פי 2.2 ממשקלו האמיתי.

12. א.



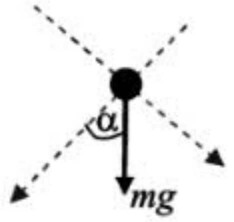
ב. חישוב גובה של הנקודה A מהקרקע: $h_A = R + R\cos\alpha \Rightarrow h_A = 4.8_m$

ג. $mg \cdot h = \frac{mv_A^2}{2} + mgh_A \Rightarrow v_A = 12_{\frac{m}{sec}}$

ד. $N + mg\cos\alpha = ma_R \Rightarrow N + mg\cos\alpha = \frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow N = 21_N$

ה. $mg\sin\alpha = ma_{\text{משיק}} \Rightarrow a_{\text{משיק}} = 8_{\frac{m}{sec^2}}$

13. א.

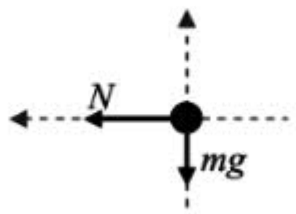


ב. $mg\cos\alpha = ma_R \Rightarrow mg\cos\alpha = \frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow v_A = 2_{\frac{m}{sec}}$

ג. חישוב גובה הנקודה A מהקרקע: $h_A = R + R\cos\alpha \Rightarrow h_A = 1.2_m$

ד. $mg \cdot h = \frac{mv_A^2}{2} + mgh_A \Rightarrow h = 1.4_m$

14. א.



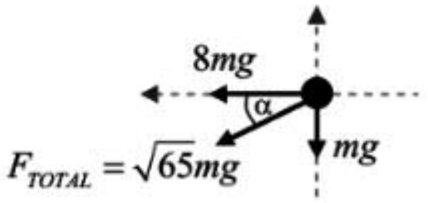
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ב. $mg\cdot h=\frac{mv_A^2}{2}+mg\cdot R \Rightarrow v_A=\sqrt{8Rg}$

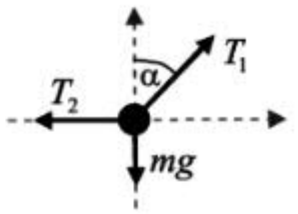
ג. $F=ma_R \Rightarrow F=\frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow F=8mg$ (הכוח הוא בכיוון מרכז המעגל).

ד. $F_{TOTAL}=\sqrt{(8mg)^2+(mg)^2} \Rightarrow F_{TOTAL}=\sqrt{65}mg$

$tg\alpha=\frac{mg}{8mg} \Rightarrow \alpha=7.125^\circ$



15. א. הגוף קשור לשני החבלים ונמצא בשיווי משקל, ולכן אין חשיבות למערכת הצירים שנבחר.

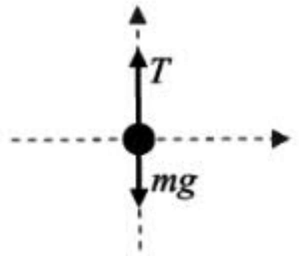


ב. $T_1\cos\alpha=mg \Rightarrow T_1=\frac{mg}{\cos\alpha}$ $\quad T_2=T_1\sin\alpha \Rightarrow T_2=\frac{mg}{\cos\alpha}\cdot\sin\alpha \Rightarrow T_2=mg\cdot tg\alpha$

ג. חישוב גובה הנקודה A מתחתית המסלול: $h=L-L\cos\alpha$

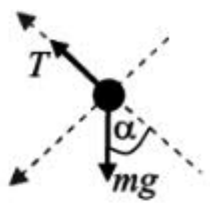
$mg\cdot h=\frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow mg\cdot(L-L\cos\alpha)=\frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow v_B=\sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}$

ד.



$T-mg=\frac{mv_B^2}{R} \Rightarrow T-mg=\frac{m\cdot 2gL(1-\cos\alpha)}{L} \Rightarrow T=mg(3-2\cos\alpha)$

ה.

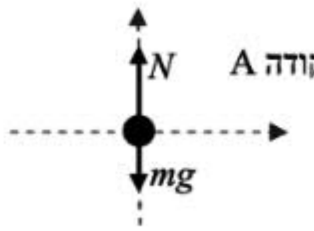


$T-mg\cos\alpha=ma_R \Rightarrow T-mg\cos\alpha=0 \Rightarrow T=mg\cos\alpha$ (התאוצה הרדיאלית היא 0, כי מהירות הגוף בנקודה C היא 0).

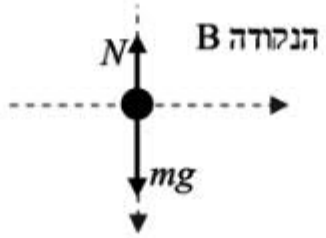
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

16. א.

עבור הנקודה A



עבור הנקודה B

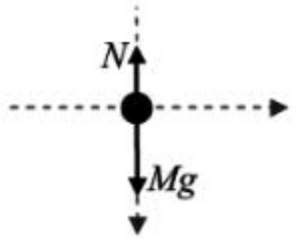


ב. $mg\cdot 4R=\frac{mv_A^2}{2} \Rightarrow v_A=\sqrt{8gR}$ $\quad mg\cdot 4R=\frac{mv_B^2}{2}+mg\cdot 3.5R \Rightarrow v_B=\sqrt{gR}$

ג. $N-mg=ma_R \Rightarrow N-mg=\frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow N-mg=\frac{m\cdot 8gR}{R} \Rightarrow N=9mg$

ד. $mg-N=ma_R \Rightarrow N+mg=\frac{mv_B^2}{R} \Rightarrow mg-N=\frac{m\cdot gR}{R} \Rightarrow N=0$

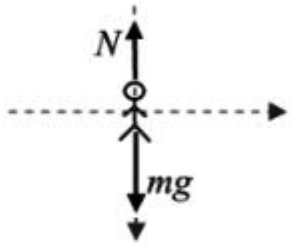
17. א.



ב. $Mg-N=Ma_R \Rightarrow Mg-\frac{1}{5}Mg=\frac{Mv_B^2}{R} \Rightarrow v_B=4_{\frac{m}{sec}}$

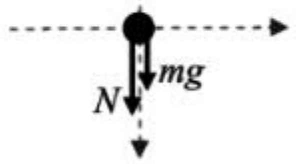
ג. $\frac{Mv_0^2}{2}=\frac{Mv_A^2}{2}+Mgh \Rightarrow v_0=10_{\frac{m}{sec}}$

ד.



$mg-N=ma_R \Rightarrow mg-N=\frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow N=120_N$ (המשקל מראה בדיוק חמישית ממשקלו האמיתי של הילד).

18. א.



ב. $N+mg=ma_R \Rightarrow 3mg+mg=\frac{mv^2}{R} \Rightarrow v=10_{\frac{m}{sec}}$

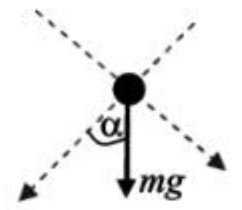
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ג. $\frac{mv_0^2}{2}=\frac{mv^2}{2}+mg\cdot 2R \Rightarrow v_0=14.142_{\frac{m}{sec}}$

ד. $h=v_0t+\frac{at^2}{2} \Rightarrow 5=0\cdot t+\frac{10t^2}{2} \Rightarrow t=1_{sec}$ (המהירות ההתחלתית בציר האנכי היא 0).

ה. $x=vt \Rightarrow x=10\cdot 1 \Rightarrow x=10_m$ (המהירות בציר האופקי קבועה ושווה ל- $10_{\frac{m}{sec}}$).

19. א.



ב. $mg\cos\alpha=ma_R \Rightarrow mg\cos\alpha=\frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow v_A=\sqrt{gR\cos\alpha}$

ג. חישוב גובה הנקודה A מהקרקע: $h_A=R+R\cos\alpha$

ד. $mg\cdot 2R=\frac{mv_A^2}{2}+mgh_A \Rightarrow mg\cdot 2R=\frac{mgR\cos\alpha}{2}+mg(R+R\cos\alpha) \Rightarrow \cos\alpha=\frac{2}{3}$

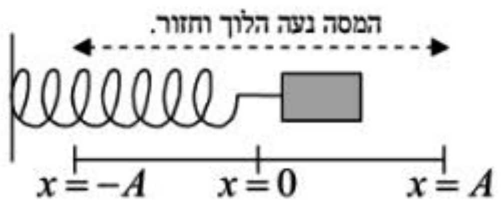
ה. $h_A=R+R\cos\alpha \Rightarrow h_A=R+R\cdot\frac{2}{3} \Rightarrow h_A=1\frac{2}{3}R$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תנועה הרמונית פשוטה - אימון בסיסי להכרת הנוסחאות

נוסחאות

תנועה הרמונית פשוטה (תה"פ) היא תנועה מחזורית, שבה גודל הכוח נמצא ביחס ישר להעתק $F=-kx$.
(סימן המינוס מציין שהכוח מכוון תמיד הפוך מכיוון ההעתק - כוח מחזיר.)



הגדרות בסיסיות

נקודת שיווי המשקל (נש"מ) : הנקודה שבה לא פועלים כוחות על המסה.

זמן מחזור T : הזמן הדרוש לגוף לבצע מחזור שלם.

תדירות f : מספר המחזורים שהגוף מבצע בשנייה אחת.

מהירות זוויתית ω : מספר הרדיאנים שהגוף מבצע בשנייה אחת (אילו היינו ממירים את תנועתו לתנועה במעגל).

מהירות קווית v : המהירות הרגעית שיש לגוף.

משרעת (אמפליטודה) A : ההעתק המקסימלי מנקודת שיווי המשקל.

קבוע התנועה ההרמונית k : כאשר התנועה מתוארת ע"י קפיץ, יהיה k קבוע הקפיץ.

נוסחאות

העתק המסה כפונקציה של הזמן : $x=A\cdot\cos(\omega t+\phi)$

מהירות המסה כפונקציה של הזמן או ההעתק : $v=-A\omega\cdot sin(\omega t+\phi)=\pm\omega\cdot\sqrt{A^2-x^2}$

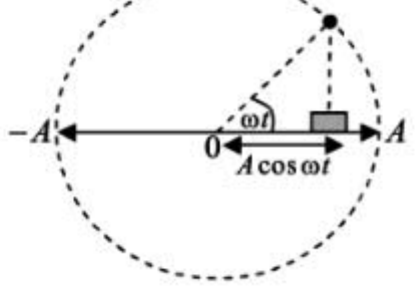
תאוצת המסה כפונקציה של הזמן או ההעתק : $a=-A\omega^2\cdot\cos(\omega t+\phi)=\pm\omega^2\cdot x$

המהירות המקסימלית בנש"מ : $v_{max}=\pm\omega\cdot A$

התאוצה המקסימלית (בקצוות) : $a_{max}=\pm\omega^2\cdot A$

המהירות הזוויתית : $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=2\pi f$

זמן המחזור של התנודות (לא תלוי במשרעת!) : $T=\frac{1}{f}=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$



גודל הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף : $F=k\cdot x$

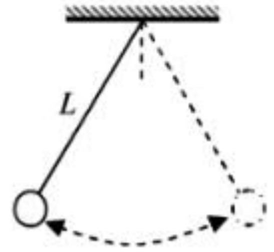
האנרגיה האלסטית האגורה בקפיץ : $E_{el}=\frac{k\cdot x^2}{2}$

x מציין את מידת התארכות\התכווצות הקפיץ ממצבו הרפוי.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

מטוטלת מתמטית

כאשר התנודות בזוויות קטנות, ניתן להתייחס לתנועה כאל תנועה הרמונית פשוטה.



המהירות הזוויתית: $\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$

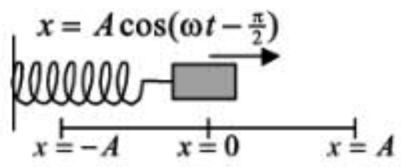
זמן המחזור של התנודות (לא תלוי במשרעת!): $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

קבוע התנועה ההרמונית: $k=\frac{mg}{L}$

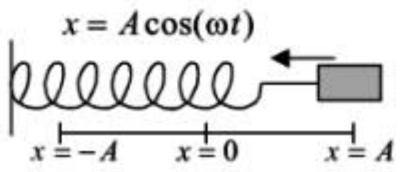
זווית המופע ϕ

תפקידה של זווית המופע הוא לקבוע את תנאי ההתחלה של הבעיה, כלומר היכן היה הגוף בזמן $t=0$.

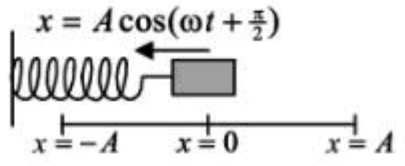
כאשר המסה נמצאת בנש"מ $(x=0)$ ברגע $t=0$, ונעה לכיוון $x=A$, זווית המופע תהיה $\phi=-\frac{\pi}{2}$.



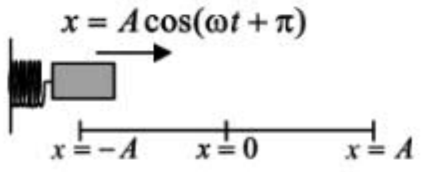
כאשר המסה נמצאת בקצה $x=A$ ברגע $t=0$, זווית המופע תהיה $\phi=0$.



כאשר המסה נמצאת בנש"מ $(x=0)$ ברגע $t=0$, ונעה לכיוון $x=-A$, זווית המופע תהיה $\phi=\frac{\pi}{2}$.



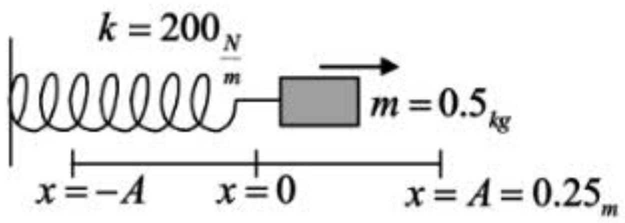
כאשר המסה נמצאת בקצה $x=-A$ ברגע $t=0$, זווית המופע תהיה $\phi=\pi$.



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

1. גוף שמסתו $m=0.5_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k=200_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

משרעת התנודה היא $A=0.25_m$. ברגע $t=0$ היה הגוף בקצה החיובי של התנודה.



א. מצא את המהירות הזוויתית ω.

ב. רשום ביטוי להעתק הגוף כפונקציה של הזמן.

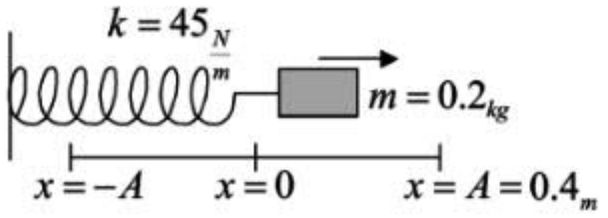
ג. רשום ביטוי למהירות הגוף כפונקציה של הזמן.

ד. רשום ביטוי לתאוצת הגוף כפונקציה של הזמן.

ה. מצא את זמן המחזור של התנועה.

2. גוף שמסתו $m=0.2_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k=45_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

משרעת התנודה היא $A=0.4_m$. ברגע $t=0$ היה הגוף בקצה החיובי של התנודה.



א. רשום ביטוי להעתק הגוף כפונקציה של הזמן.

ב. רשום ביטוי למהירות הגוף כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את זמן המחזור של התנועה.

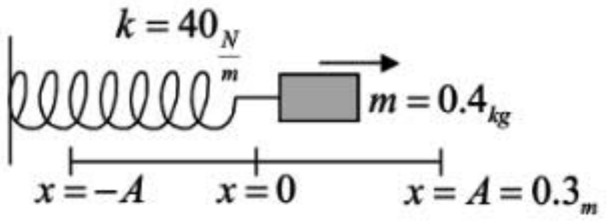
ד. חשב באמצעות משוואת ההעתק היכן יהיה הגוף כעבור חצי זמן מחזור (לא לשכוח לוודא שהמחשבון במצב של רדיאנים - mode rad).

ה. חשב באמצעות משוואת המהירות מה תהיה מהירות הגוף כעבור רבע זמן מחזור (לא לשכוח לוודא שהמחשבון במצב של רדיאנים - mode rad).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

3. גוף שמסתו $m = 0.4_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k = 40_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

משרעת התנודה היא $A = 0.3_m$. ברגע $t = 0$ היה הגוף בקצה החיובי של התנודה.



א. רשום ביטוי למהירות הגוף כפונקציה של הזמן.

ב. רשום ביטוי לתאוצת הגוף כפונקציה של הזמן.

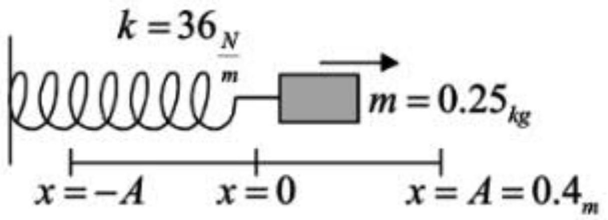
ג. מצא את זמן המחזור של התנועה.

ד. מהי מהירותו המקסימלית של הגוף ? היכן היא מתקבלת ?

ה. מהי תאוצתו המקסימלית של הגוף ? היכן היא מתקבלת ?

4. גוף שמסתו $m = 0.25_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k = 36_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

משרעת התנודה היא $A = 0.4_m$. ברגע $t = 0$ היה הגוף בנש"מ, וכיוונו לקצה החיובי.



א. רשום ביטוי להעתק הגוף כפונקציה של הזמן.

ב. רשום ביטוי למהירות הגוף כפונקציה של הזמן.

ג. רשום ביטוי לתאוצת הגוף כפונקציה של הזמן.

ד. מצא את זמן המחזור של התנועה.

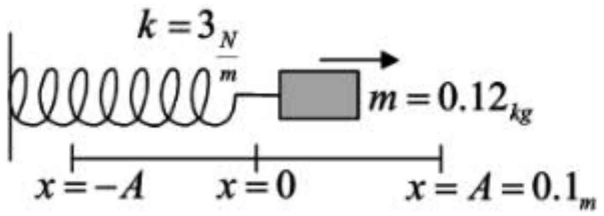
ה. כעבור כמה זמן מרגע $t = 0$ יגיע הגוף למהירותו המקסימלית בפעם הראשונה ? בפעם השנייה ?

ו. כעבור כמה זמן מרגע $t = 0$ יגיע הגוף לתאוצתו המקסימלית בפעם הראשונה ? בפעם השנייה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

5. גוף שמסתו $m = 0.12_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k = 3_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

משרעת התנודה היא $A = 0.1_m$. ברגע $t = 0$ היה הגוף בנש"מ, וכיוונו לקצה החיובי.



א. רשום ביטוי למהירות הגוף כפונקציה של הזמן.

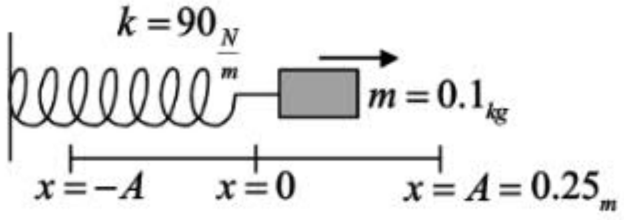
ב. רשום ביטוי לתאוצת הגוף כפונקציה של הזמן.

ג. ערוך תרשים כוחות על הגוף כשהוא בקצה $x = A$, ומצא את תאוצתו שם (גודל וכיוון). הראה שהיא זהה לתאוצה המקסימלית המתקבלת מהנוסחה $a_{max} = \pm\omega^2 \cdot A$.

ד. כעבור כמה זמן מרגע $t = 0$ יגיע הגוף לתאוצתו המקסימלית בפעם הראשונה ? הצב את הזמן שקיבלת במשוואת התאוצה, והראה שאכן מתקבלת תאוצה זו (לא לשכוח לוודא שהמחשבון במצב של רדיאנים).

6. גוף שמסתו $m = 0.1_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k = 90_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

משרעת התנודה היא $A = 0.25_m$. ברגע $t = 0$ היה הגוף בקצה החיובי של התנודה.



א. ערוך תרשים כוחות על הגוף כשהוא בקצה $x = -A$, ומצא את תאוצתו שם (גודל וכיוון). הראה שהיא זהה לתאוצה המקסימלית המתקבלת מהנוסחה $a_{max} = \pm\omega^2 \cdot A$.

ב. כעבור כמה זמן מרגע $t = 0$ יגיע הגוף למהירותו המקסימלית בפעם הראשונה, והיכן היא מתקבלת ? היעזר בנוסחה $v_{max} = \pm\omega \cdot A$, ומצא את גודלה של מהירותו המקסימלית.

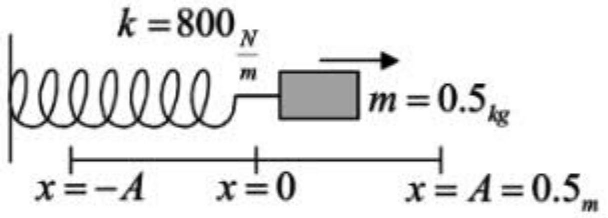
ג. רשום ביטוי למהירות הגוף כפונקציה של הזמן. הצב בביטוי את הזמן שחישבת בסעיף ב', והראה שאכן מתקבלת המהירות המקסימלית.

ד. משיקולי אנרגיה מצא את מהירותו המקסימלית של הגוף (רמז : בקצה יש לגוף רק אנרגיה אלסטית $E_{el} = \frac{kx^2}{2}$, ובנש"מ יש לגוף רק אנרגיה קינטית).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

7. גוף שמסתו $m = 0.5_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k = 800_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

משרעת התנודה היא $A = 0.5_m$.



א. רשום ביטוי לגודל מהירות הגוף כפונקציה של ההעתק.

ב. רשום ביטוי לגודל תאוצת הגוף כפונקציה של ההעתק.

ג. היעזר בביטוי שמצאת בסעיף א', ומצא את גודלה של מהירות הגוף כשהוא בנקודה $x = \frac{A}{2}$.

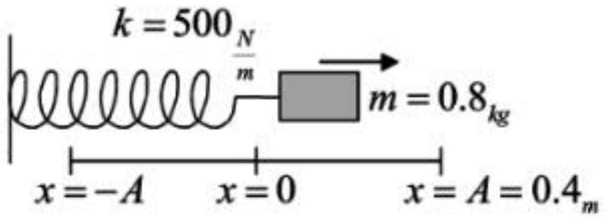
ד. היעזר בביטוי שמצאת בסעיף ב', ומצא את גודלה של תאוצת הגוף כשהוא בנקודה $x = \frac{A}{2}$.

ה. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודה $x = \frac{A}{2}$, ומצא את תאוצתו שם משיקולי כוחות.

ו. משיקולי אנרגיה מצא את מהירותו של הגוף בנקודה $x = \frac{A}{2}$ (רמז : בקצה יש לגוף רק אנרגיה אלסטית $E_{el} = \frac{kx^2}{2}$, ובנקודה $x = \frac{A}{2}$ יש לגוף גם אנרגיה אלסטית וגם אנרגיה קינטית).

8. גוף שמסתו $m = 0.8_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k = 500_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

משרעת התנודה היא $A = 0.4_m$.



א. רשום ביטוי לגודל מהירות הגוף כפונקציה של ההעתק.

ב. רשום ביטוי לגודל תאוצת הגוף כפונקציה של ההעתק.

ג. מה תהיה גודלה של מהירות הגוף כשהוא בנקודה $x = 0.24_m$?

ד. היעזר בביטוי שמצאת בסעיף ב', ומצא את גודלה של תאוצת הגוף כשהוא בנקודה $x = 0.24_m$.

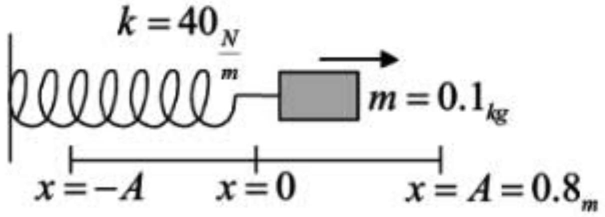
ה. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודה $x = 0.24_m$, ומצא את תאוצתו שם משיקולי כוחות.

ו. משיקולי אנרגיה מצא את מהירותו של הגוף בנקודה $x = 0.24_m$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

9. גוף שמסתו $m = 0.1_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k = 40_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

משרעת התנודה היא $A = 0.8_m$. ברגע $t = 0$ היה הגוף בקצה החיובי של התנודה.



א. רשום ביטוי להעתק הגוף כפונקציה של הזמן.

ב. רשום ביטוי למהירות הגוף כפונקציה של הזמן.

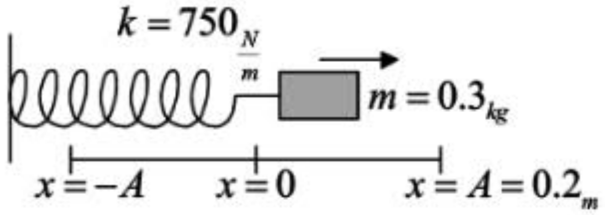
ג. היעזר בנוסחאות שרשמת, ומצא את מקום הגוף ומהירותו כעבור $t = 0.04636_{sec}$.

ד. רשום נוסחה למהירות הגוף כפונקציה של ההעתק, והראה שכאשר מציבים בה את המקום שחישבת בסעיף ג', מתקבלת המהירות שמצאת באותו סעיף.

ה. מהי המהירות המקסימלית של הגוף ? היכן היא מתקבלת ? כעבור כמה זמן מרגע $t = 0$ יהיה הגוף במהירותו המקסימלית בפעם הראשונה ? בפעם השנייה ?

10. גוף שמסתו $m = 0.3_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k = 750_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

משרעת התנודה היא $A = 0.2_m$. ברגע $t = 0$ היה הגוף בקצה החיובי של התנודה.



א. מהי התאוצה המקסימלית של הגוף ? היכן היא מתקבלת ?

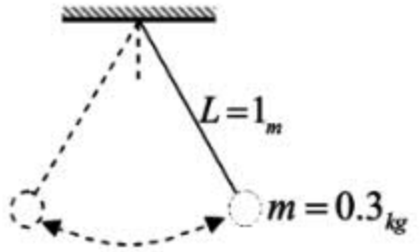
ב. מהי המהירות המקסימלית של הגוף ? היכן היא מתקבלת ? כעבור כמה זמן מרגע $t = 0$ יהיה הגוף במהירותו המקסימלית בפעם הראשונה ? בפעם הרביעית ? בפעם המאה ?

ג. רשום את משוואת המהירות כפונקציה של הזמן. הצב בה את הזמן שחישבת עבור הפעם המאה לקבלת המהירות המקסימלית, והראה שאכן מתקבלת המהירות המקסימלית.

ד. מצא את המהירות המקסימלית של הגוף משיקולי אנרגיה.

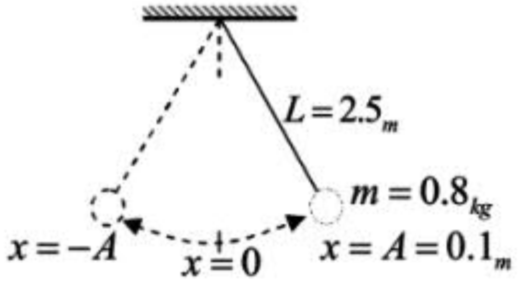
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

11. בציור מתוארת מטוטלת מתמטית : גוף שמסתו $m=0.3_{kg}$ תלוי על חוט שאורכו $L=1_m$. מסיטים את החוט בזווית קטנה ומרפים, והגוף מבצע תנועה הרמונית.



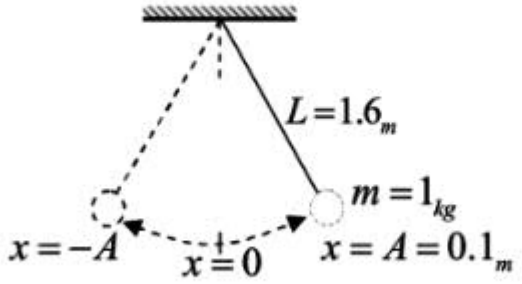
א. מצא את הקבוע k של התנועה.
ב. מצא את המהירות הזוויתית ω של התנועה.
ג. מצא את זמן המחזור.
ד. מצא את תדירות התנועה. מה משמעותה ?

12. בציור מתוארת מטוטלת מתמטית : גוף שמסתו $m=0.8_{kg}$ תלוי על חוט שאורכו $L=2.5_m$. מסיטים את החוט בזווית קטנה ומרפים, והגוף מבצע תנועה הרמונית. משרעת התנודה היא $A=0.1_m$. ברגע $t=0$ היה הגוף בקצה החיובי של התנודה.



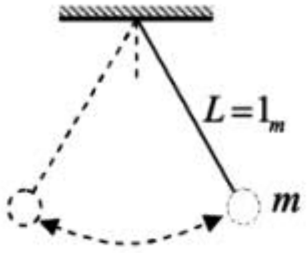
א. מצא את הקבוע k של התנועה.
ב. רשום ביטוי להעתק הגוף כפונקציה של הזמן.
ג. רשום ביטוי למהירות הגוף כפונקציה של הזמן.
ד. רשום ביטוי לתאוצת הגוף כפונקציה של הזמן.
ה. מצא את זמן המחזור של התנועה.
ו. כעבור כמה זמן מרגע $t=0$ יקבל הגוף את מהירותו המקסימלית בפעם הראשונה ? מה תהיה מהירותו המקסימלית ?
ז. כעבור כמה זמן מרגע $t=0$ יקבל הגוף את תאוצתו המקסימלית בפעם הראשונה ? מה תהיה תאוצתו המקסימלית ?

13. בציור מתוארת מטוטלת מתמטית : גוף שמסתו $m=1_{kg}$ תלוי על חוט שאורכו $L=1.6_m$. מסיטים את החוט בזווית קטנה ומרפים, והגוף מבצע תנועה הרמונית. משרעת התנודה היא $A=0.1_m$. ברגע $t=0$ היה הגוף בקצה החיובי של התנודה.



א. רשום ביטוי להעתק הגוף כפונקציה של הזמן.
ב. רשום ביטוי למהירות הגוף כפונקציה של הזמן.
ג. מצא את זמן המחזור של התנועה.
ד. היכן יהיה הגוף כעבור רבע זמן מחזור, ומה תהיה מהירותו ?
ה. רשום את הנוסחה של מהירות הגוף כפונקציה של ההעתק, והראה שכאשר מציבים בה את ההעתק שחושב בסעיף ד', מתקבלת המהירות שחושבה באותו סעיף.

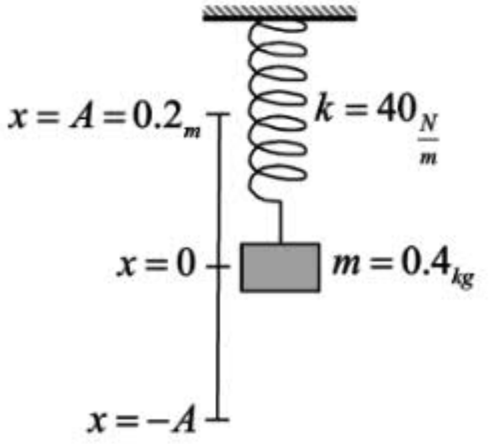
14. עורכים ניסוי למדידת תאוצת הנפילה החופשית g . לשם כך נעזרים במטוטלת מתמטית : תולים מסה על חוט שאורכו $L=1_m$, מסיטים את החוט בזווית קטנה ומרפים, והגוף מבצע תנועה הרמונית.
מדדו את הזמן שלקח למטוטלת לבצע 10 מחזורים מלאים, וקיבלו $t=19.5_{sec}$.



א. מהו זמן המחזור של תנודה בודדת ?
ב. מדוע מדדו 10 מחזורים, ולא הסתפקו במדידה של מחזור בודד ?
ג. מצא את תאוצת הנפילה החופשית g עפ"י נתוני הניסוי.
ד. מדוע חשוב להסיט את החוט בזווית קטנה ?

15. גוף שמסתו $m = 0.4_{kg}$ תלוי על קפיץ בעל קבוע $k = 40_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית מעלה ומטה.

משרעת התנודה היא $A = 0.2_m$. ברגע $t = 0$ היה הגוף בקצה החיובי של התנודה.



א. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודת שיווי המשקל, ומצא כמה התארך שם הקפיץ ממצבו הרפוי.

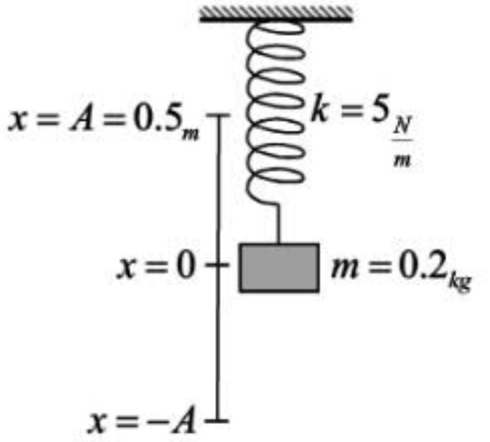
ב. מהי התאוצה המקסימלית של הגוף ? היכן היא מתקבלת ?

ג. תוך כמה זמן מרגע $t = 0$ יקבל הגוף את התאוצה המקסימלית בפעם הראשונה ?

ד. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודה הנמוכה ביותר, ומצא את תאוצתו שם משיקולי כוחות (רמז : שים לב כמה התארך הקפיץ בסה"כ בנקודה הנמוכה ביותר).

16. גוף שמסתו $m = 0.2_{kg}$ תלוי על קפיץ בעל קבוע $k = 5_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית מעלה ומטה.

משרעת התנודה היא $A = 0.5_m$. ברגע $t = 0$ היה הגוף בקצה החיובי של התנודה.



א. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודת שיווי המשקל, ומצא כמה התארך שם הקפיץ ממצבו הרפוי.

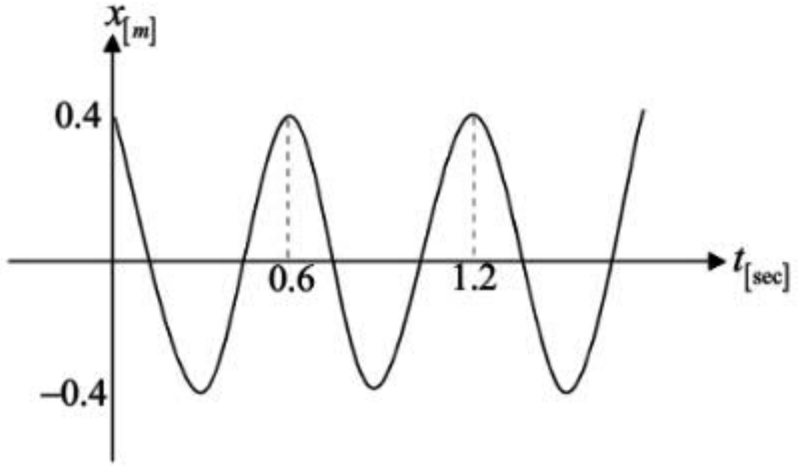
ב. מהי המהירות המקסימלית של הגוף ? היכן היא מתקבלת ?

ג. מצא את סכום האנרגיה הקינטית והאלסטית בנקודת שיווי המשקל.

ד. תוך כמה זמן מרגע $t = 0$ יקבל הגוף את מהירותו המקסימלית בפעם הראשונה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

17. גוף שמסתו $m = 0.2_{kg}$ מבצע תנועה הרמונית. הגרף המצורף מתאר את מרחק הגוף מהנש"מ כפונקציה של הזמן.



א. מהי משרעת התנודה ?

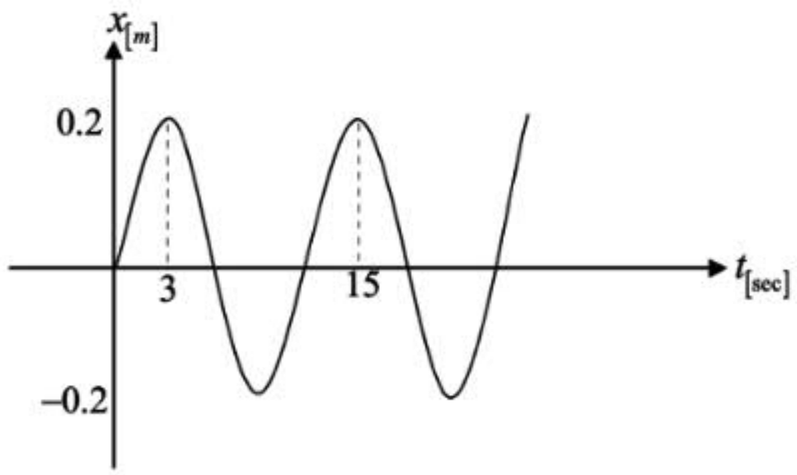
ב. היכן היה הגוף בתחילת המדידה ?

ג. מהו זמן המחזור של התנועה ?

ד. רשום ביטוי להעתק הגוף כפונקציה של הזמן.

ה. מהי המהירות המקסימלית של הגוף ?

18. גוף שמסתו $m = 0.5_{kg}$ מבצע תנועה הרמונית. הגרף המצורף מתאר את מרחק הגוף מהנש"מ כפונקציה של הזמן.



א. היכן היה הגוף בתחילת המדידה ?

ב. מהו זמן המחזור של התנועה ?

ג. רשום ביטוי להעתק הגוף כפונקציה של הזמן.

ד. מהי התאוצה המקסימלית של הגוף ? כעבור כמה זמן היא מתקבלת בפעם הראשונה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega=20_{\frac{rad}{sec}}$

ב. $x=0.25\cos(20t)$ (זווית המופע היא 0, כי הגוף החל את תנועתו בקצה החיובי).

ג. $v=-5\sin(20t)$

ד. $a=-100\cos(20t)$

ה. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T=0.314_{sec}$

2. א. $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega=15_{\frac{rad}{sec}} \Rightarrow x=0.4\cos(15t)$ (זווית המופע היא 0, כי הגוף החל את תנועתו בקצה החיובי).

ב. $v=-6\cos(15t)$

ג. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T=0.41888_{sec}$

ד. $x=0.4\cos(15\cdot 0.2094) \Rightarrow x=-0.4_m$

ה. $v=-6\sin(15\cdot 0.1047) \Rightarrow v=-6_{\frac{m}{sec}}$

3. א. $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega=10_{\frac{rad}{sec}} \Rightarrow v=-3\sin(10t)$ (זווית המופע היא 0, כי הגוף החל את תנועתו בקצה החיובי).

ב. $a=-30\cos(10t)$

ג. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T=0.6283_{sec}$

ד. $v_{max}=\omega A \Rightarrow v_{max}=3_{\frac{m}{sec}}$ מהירות זו מתקבלת בנש"מ.

ה. $a_{max}=\omega^2 A \Rightarrow a_{max}=30_{\frac{m}{sec^2}}$ תאוצה זו מתקבלת בקצוות.

4. א. $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega=12_{\frac{rad}{sec}} \Rightarrow x=0.4\cos(12t-\frac{\pi}{2})$ (זווית המופע היא $-\frac{\pi}{2}$, כי הגוף החל את תנועתו בנש"מ, והיה בכיוון הקצה החיובי).

ב. $v=-4.8\sin(12t-\frac{\pi}{2})$

ג. $a=-57.6\cos(12t-\frac{\pi}{2})$

ד. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T=0.5236_{sec}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ה. בפעם הראשונה כעבור חצי זמן מחזור $t=0.2618_{sec}$, ובפעם השנייה כעבור זמן מחזור $t=0.5236_{sec}$.

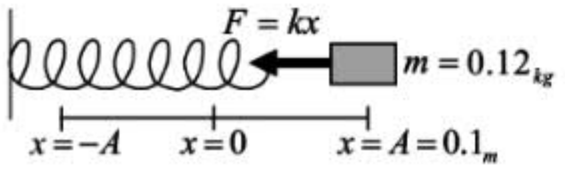
ו. בפעם הראשונה כעבור חצי רבע מחזור $t=0.1309_{sec}$, ובפעם השנייה כעבור שלושת רבעי זמן מחזור $t=0.3927_{sec}$.

5. א. $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega=5_{\frac{rad}{sec}} \Rightarrow v=-0.5\sin(5t-\frac{\pi}{2})$ (זווית המופע היא $-\frac{\pi}{2}$, כי הגוף החל את תנועתו בנש"מ, והיה בכיוון הקצה החיובי).

ב. $a=-2.5\cos(5t-\frac{\pi}{2})$

ג. $F=kx \Rightarrow F=kA \Rightarrow F=3\cdot 0.1=0.3_N$

$F=ma \Rightarrow 0.3=0.12a \Rightarrow a=2.5_{\frac{m}{sec^2}}$



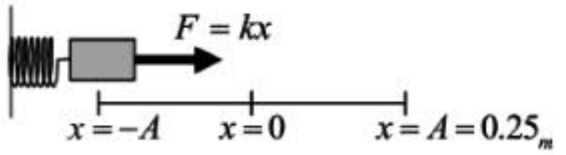
(כיוון התאוצה הוא שמאלה, בכיוון הנש"מ).

גודל התאוצה המקסימלית הוא $a_{max}=\omega^2 A \Rightarrow a_{max}=2.5_{\frac{m}{sec^2}}$

ד. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T=1.2566_{sec}$ הגוף יגיע לתאוצתו המקסימלית בפעם הראשונה כעבור רבע זמן מחזור $t=0.31416_{sec}$. בדיקה: $a=-2.5\cos(5\cdot 0.31416-\frac{\pi}{2}) \Rightarrow a=-2.5_{\frac{m}{sec^2}}$

6. א. $F=kx \Rightarrow F=kA \Rightarrow F=90\cdot 0.25=22.5_N$

$F=ma \Rightarrow 22.5=0.1a \Rightarrow a=225_{\frac{m}{sec^2}}$



(כיוון התאוצה הוא ימינה, בכיוון הנש"מ).

גודל התאוצה המקסימלית הוא: $a_{max}=\omega^2 A \Rightarrow a_{max}=\frac{k}{m}\cdot A \Rightarrow a_{max}=900\cdot 0.25=225_{\frac{m}{sec^2}}$

ב. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T=0.2094_{sec}$ הגוף יגיע למהירותו המקסימלית בפעם הראשונה כעבור רבע זמן מחזור $t=0.05236_{sec}$. המהירות המקסימלית היא בנש"מ. $v_{max}=\omega A \Rightarrow v_{max}=7.5_{\frac{m}{sec}}$

ג. $v=-7.5\sin(30t)$. נציב $t=0.05236_{sec}$: $v=-7.5\sin(30\cdot 0.05236)=-7.5_{\frac{m}{sec}}$

ד. $\frac{kA^2}{2}=\frac{mv^2}{2} \Rightarrow 90\cdot 0.25^2=0.1\cdot v^2 \Rightarrow v=7.5_{\frac{m}{sec}}$ (בקצה יש רק אנרגיה אלסטית, ובנש"מ רק אנרגיה קינטית, ולפי חוק שימור האנרגיה משווים ביניהם).

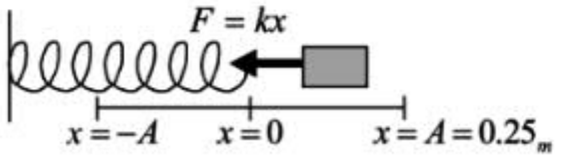
7. א. $v=\omega\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow v=40\sqrt{0.25-x^2}$

ב. $a=\omega^2 x \Rightarrow a=1{,}600x$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ג. $v=40\sqrt{0.25-(\frac{A}{2})^2} \Rightarrow v=40\sqrt{0.25-0.25^2} \Rightarrow v=17.32_{\frac{m}{sec}}$

ד. $a=1,600\cdot\frac{A}{2} \Rightarrow a=1,600\cdot0.25 \Rightarrow a=400_{\frac{m}{sec^2}}$



ה. $F=kx \Rightarrow F=k\frac{A}{2} \Rightarrow F=800\cdot0.25=200_N$

$F=ma \Rightarrow 200=0.5a \Rightarrow a=400_{\frac{m}{sec^2}}$

(כיוון התאוצה הוא שמאלה, בכיוון הנש"מ).

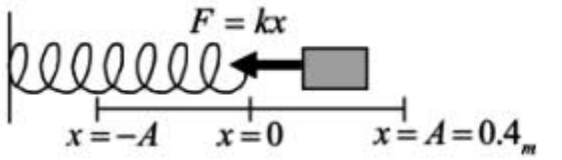
ו. $\frac{kA^2}{2}=\frac{k(\frac{A}{2})^2}{2}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow 800\cdot0.5^2=800\cdot0.25^2+0.5\cdot v^2 \Rightarrow v=17.32_{\frac{m}{sec}}$

8. א. $v=\omega\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow v=25\sqrt{0.16-x^2}$

ב. $a=\omega^2 x \Rightarrow a=625x$

ג. $v=25\sqrt{0.16-0.24^2} \Rightarrow v=8_{\frac{m}{sec}}$

ד. $a=625\cdot0.24 \Rightarrow a=150_{\frac{m}{sec^2}}$



ה. $F=kx \Rightarrow F=k\frac{A}{2} \Rightarrow F=500\cdot0.24=120_N$

$F=ma \Rightarrow 120=0.8a \Rightarrow a=150_{\frac{m}{sec^2}}$

(כיוון התאוצה הוא שמאלה, בכיוון הנש"מ).

ו. $\frac{kA^2}{2}=\frac{k\cdot0.24^2}{2}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow 500\cdot0.4^2=500\cdot0.24^2+0.8\cdot v^2 \Rightarrow v=8_{\frac{m}{sec}}$

9. א. $x=0.8\cos(20t)$ (זווית המופע היא 0, כי הגוף החל את תנועתו בקצה החיובי).

ב. $v=-16sin(20t)$

ג. נציב $t=0.04636_{sec}$:

$x=0.8\cos(20\cdot0.04636) \Rightarrow x=0.48_m$

$v=-16sin(20\cdot0.04636) \Rightarrow v=-12.8_{\frac{m}{sec}}$

ד. $v=\omega\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow v=20\sqrt{0.64-x^2}$.

נציב $x=0.48_m$: $v=20\sqrt{0.64-0.48^2} \Rightarrow v=12.8_{\frac{m}{sec}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ה. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T=0.31416_{sec}$. המהירות המקסימלית מתקבלת בנש"מ. גודל המהירות המקסימלית הוא: $v_{max}=\omega A \Rightarrow v_{max}=16_{\frac{m}{sec}}$. בפעם הראשונה היא תתקבל כעבור רבע זמן מחזור: $t=0.07854_{sec}$, ובפעם השנייה כעבור שלושת רבעי זמן מחזור: $t=0.2356_{sec}$.

10. א. $a_{max}=\omega^2 A \Rightarrow a_{max}=\frac{k}{m}\cdot A \Rightarrow a_{max}=500_{\frac{m}{sec^2}}$ תאוצה זו מתקבלת בקצוות.

ב. המהירות המקסימלית מתקבלת בנש"מ. גודל המהירות המקסימלית הוא: $v_{max}=\omega A \Rightarrow v_{max}=10_{\frac{m}{sec}}$.

$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T=0.12566_{sec}$

בפעם הראשונה היא תתקבל כעבור רבע זמן מחזור: $t=0.0314_{sec}$; בפעם הרביעית כעבור אחד ושלושת רבעי זמן מחזור: $t=0.22_{sec}$; ובפעם המאה כעבור $49\frac{3}{4}$ זמני מחזור: $t=6.25177_{sec}$.

ג. $v=-10sin(50t)$ (זווית המופע היא 0, כי הגוף החל את תנועתו בקצה החיובי).

נציב $t=6.25177_{sec}$: $v=-10sin(50\cdot6.25177) \Rightarrow v=10_{\frac{m}{sec}}$

ד. $\frac{kA^2}{2}=\frac{mv^2}{2} \Rightarrow 750\cdot0.2^2=0.3\cdot v^2 \Rightarrow v=10_{\frac{m}{sec}}$

11. א. $k=\frac{mg}{L} \Rightarrow K=3_{\frac{N}{m}}$

ב. $\omega=\sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \omega=\sqrt{10}_{\frac{rad}{sec}}$

ג. $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T=1.987_{sec}$

ד. $f=\frac{1}{T} \Rightarrow f=0.503_{\frac{1}{sec}}$ התדירות מראה על כמות התנודות שהגוף עושה כל שנייה.

12. א. $k=\frac{mg}{L} \Rightarrow K=3.2_{\frac{N}{m}}$

ב. $\omega=\sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \omega=2_{\frac{rad}{sec}}$ $x=0.1\cos(2t)$ (זווית המופע היא 0, כי הגוף החל את תנועתו בקצה החיובי).

ג. $v=-0.2\sin(2t)$

ד. $a=-0.4\cos(2t)$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ה. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T = 3.1416_{sec}$

ו. בפעם הראשונה תתקבל המהירות המקסימלית כעבור רבע זמן מחזור : $t = 0.7854_{sec}$.

גודל המהירות המקסימלית הוא : $v_{max} = \omega A \Rightarrow v_{max} = 0.2_{\frac{m}{sec}}$

ז. בפעם הראשונה תתקבל התאוצה המקסימלית כעבור חצי זמן מחזור : $t = 1.5708_{sec}$,

גודל התאוצה המקסימלית הוא : $a_{max} = \omega^2 A \Rightarrow a_{max} = 0.4_{\frac{m}{sec^2}}$

13. א. $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \omega = 2.5_{\frac{rad}{sec}}$ $x = 0.1\cos(2.5t)$ (זווית המופע היא 0, כי הגוף החל את תנועתו בקצה החיובי).

ב. $v = -0.25\sin(2.5t)$

ג. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T = 2.5133_{sec}$

ד. כעבור רבע זמן מחזור הגוף יהיה בנש"מ, ומהירותו תהיה מקסימלית : $v_{max} = \omega A \Rightarrow v_{max} = 0.25_{\frac{m}{sec}}$

ה. $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v = 2.5\sqrt{0.01 - x^2}$. נציב $x = 0$ (כי הגוף בנש"מ) :

$v = 2.5\sqrt{0.01 - 0^2} \Rightarrow v = 2.5_{\frac{m}{sec}}$

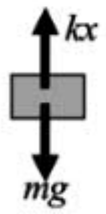
14. א. $T = \frac{t}{10} \Rightarrow T = \frac{19.5}{10} \Rightarrow T = 1.95_{sec}$

ב. ככל שמודדים גודל יותר גדול הדיוק טוב יותר. ב-10 תנודות זמן המדידה די גדול, ומאפשר דיוק טוב יותר של הניסוי.

ג. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 1.95 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{g}} \Rightarrow g = 10.38_{\frac{m}{sec^2}}$

ד. רק בזווית קטנה מתקבלת תנועה הרמונית, ואז הנוסחאות שהשתמשנו בהן נכונות (יש לציין שאילו היינו מסיטים בזווית גדולה, עדיין הייתה מתקבלת תנועה מחזורית, אך לא הרמונית).

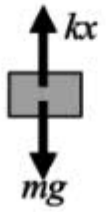
15. א. $mg = kx \Rightarrow x = 0.1_m$



ב. $a_{max} = \omega^2 A \Rightarrow a_{max} = \frac{k}{m}\cdot A \Rightarrow a_{max} = 20_{\frac{m}{sec^2}}$. התאוצה המקסימלית מתקבלת בקצוות.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

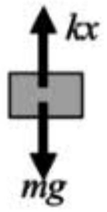
ג. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 0.62832_{sec}$. בפעם הראשונה יקבל הגוף את התאוצה המקסימלית כעבור חצי זמן מחזור : $t = 0.31416_{sec}$



ד. יש לשים לב שהקפיץ התארך ממצבו הרפוי ב- $x = 0.3_m$.

$kx - mg = ma \Rightarrow 40\cdot 0.3 - 0.4\cdot 10 = 0.4a \Rightarrow a = 20_{\frac{m}{sec^2}}$

16. א. $mg = kx \Rightarrow x = 0.4_m$



ב. $v_{max} = \omega A \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}}\cdot A \Rightarrow v_{max} = 2.5_{\frac{m}{sec}}$. המהירות המקסימלית מתקבלת בנש"מ.

ג. $E_k + E_{el} = \frac{mv_{max}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_k + E_{el} = \frac{0.2\cdot 2.5^2}{2} + \frac{5\cdot 0.4^2}{2} = 1.025_J$ (יש לשים לב שבנש"מ הקפיץ מתוח ב- 0.4_m, ולכן יש שם אנרגיה אלסטית. כמו כן, המהירות בנש"מ היא מקסימלית).

ד. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 1.2566_{sec}$. בפעם הראשונה יקבל הגוף את המהירות המקסימלית כעבור רבע זמן מחזור : $t = 0.31416_{sec}$

17. א. $A = 0.4_m$

ב. בתחילת המדידה היה הגוף בקצה החיובי.

ג. $T = 0.6_{sec}$

ד. $x = 0.4\cos(10.472t)$ $(T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = 10.472_{\frac{rad}{sec}})$

ה. $v_{max} = \omega A \Rightarrow v_{max} = 4.1888_{\frac{m}{sec}}$

18. א. בתחילת המדידה היה הגוף בנש"מ בדרכו לקצה החיובי.

ב. $T = 12_{sec}$

ג. $x = 0.2\cos(0.5236t - \frac{\pi}{2})$ $(T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = 0.5236_{\frac{rad}{sec}})$

ד. גודל התאוצה המקסימלית הוא : $a_{max} = \omega^2 A \Rightarrow a_{max} = 0.0548_{\frac{m}{sec^2}}$

בפעם הראשונה תתקבל התאוצה המקסימלית כעבור רבע זמן מחזור : $t = 3_{sec}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תנועה הרמונית פשוטה - אימון מתקדם

נוסחאות

תנועה הרמונית פשוטה (תה"פ) היא תנועה מחזורית, שבה גודל הכוח נמצא ביחס ישר להעתק : $F=-kx$.

(סימן המינוס מציין שהכוח מכוון תמיד הפוך מכיוון ההעתק - כוח מחזיר)

נוסחאות

העתק המסה כפונקציה של הזמן : $x=A\cdot\cos(\omega t+\phi)$

מהירות המסה כפונקציה של הזמן או ההעתק : $v=-A\omega\cdot sin(\omega t+\phi)=\pm\omega\cdot\sqrt{A^2-x^2}$

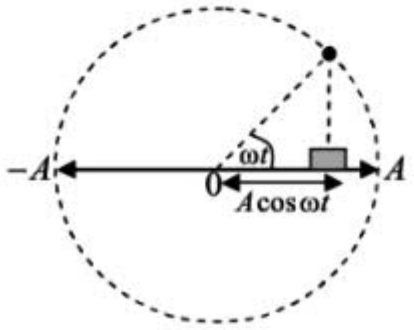
תאוצת המסה כפונקציה של הזמן או ההעתק : $a=-A\omega^2\cdot\cos(\omega t+\phi)=\pm\omega^2\cdot x$

המהירות המקסימלית בנש"מ : $v_{max}=\pm\omega\cdot A$

התאוצה המקסימלית (בקצוות) : $a_{max}=\pm\omega^2\cdot A$

המהירות הזוויתית : $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=2\pi f$

זמן המחזור של התנודות (לא תלוי במשרעת!) : $T=\frac{1}{f}=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$



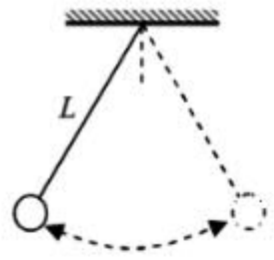
מטוטלת מתמטית

כאשר התנודות בזוויות קטנות, ניתן להתייחס לתנועה כאל תנועה הרמונית פשוטה.

המהירות הזוויתית : $\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$

זמן המחזור של התנודות (לא תלוי במשרעת!) : $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

קבוע התנועה ההרמונית : $k=\frac{mg}{L}$



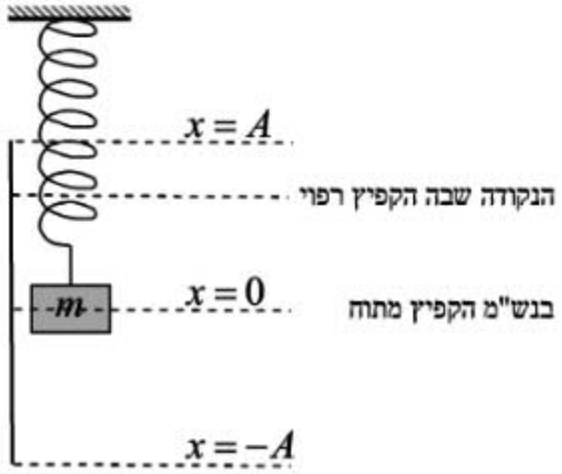
קפיץ אנכי

גודל הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף : $F=k\cdot x$

האנרגיה האלסטית האגורה בקפיץ : $E_{el}=\frac{k\cdot x^2}{2}$

x מציין את מידת התארכות\התכווצות הקפיץ ממצבו הרפוי.

בנקודת שיווי המשקל שקול הכוחות הוא 0 : $mg=kx$



© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

שימוש בטריגונומטריה

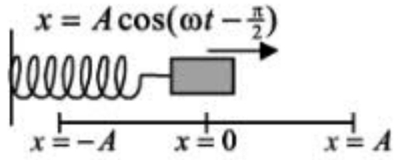
cosα = מספר
shift cos (מספר) = B
α = B + 2πK
α = -B+2πK

sinα = מספר
shift sin (מספר) = B
α = B + 2πK
α = (π - B) + 2πK

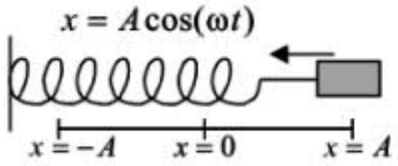
זווית המופע ϕ

תפקידה של זווית המופע הוא לקבוע את תנאי ההתחלה של הבעיה. כלומר היכן היה הגוף בזמן $t=0$.

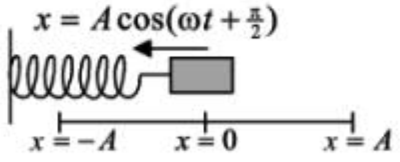
כאשר המסה נמצאת בנש"מ $(x=0)$ ברגע $t=0$, ונעה לכיוון $x=A$, זווית המופע תהיה $\phi=-\frac{\pi}{2}$.



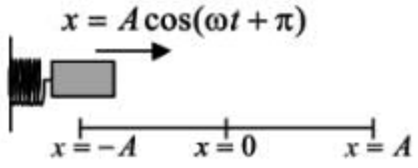
כאשר המסה נמצאת בקצה $x=A$ ברגע $t=0$, זווית המופע תהיה $\phi=0$.



כאשר המסה נמצאת בנש"מ $(x=0)$ ברגע $t=0$, ונעה לכיוון $x=-A$, זווית המופע תהיה $\phi=\frac{\pi}{2}$.

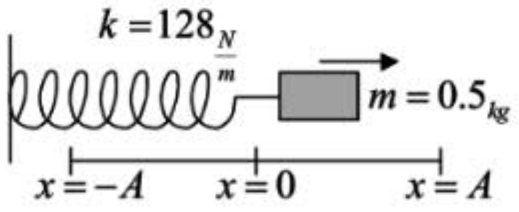


כאשר המסה נמצאת בקצה $x=-A$ ברגע $t=0$, זווית המופע תהיה $\phi=\pi$.



1. גוף שמסתו $m=0.5_{kg}$ קשור לקפיץ בעל קבוע $k=128_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק.

ידוע שסך האנרגיה שיש לגוף היא $E=23.04_J$



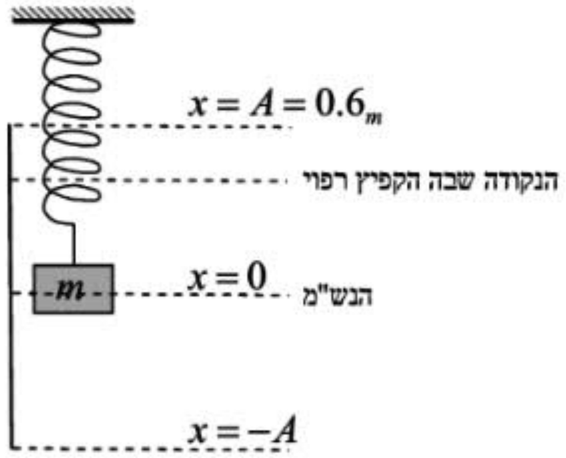
א. מצא את המהירות הזוויתית ω

ב. מהי המהירות המקסימלית של הגוף ? (רמז : בנש"מ האנרגיה היא רק קינטית, והמהירות שם מקסימלית).

ג. מהי משרעת התנודה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

2. גוף שמסתו $m=0.2_{kg}$ תלוי על קפיץ בעל קבוע $k=20_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית מעלה ומטה. משרעת התנודה היא $A=0.6_{m}$.

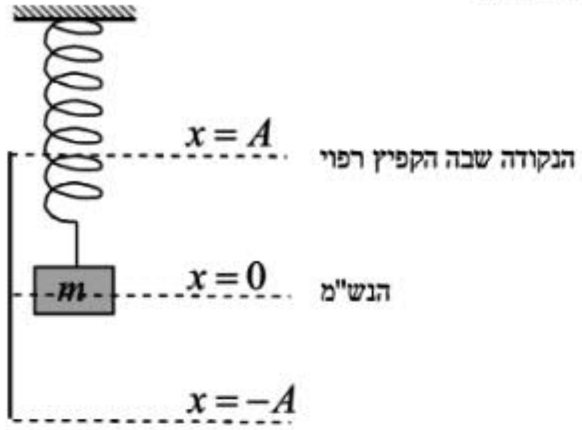


א. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודת שיווי המשקל, ומצא כמה התארך שם הקפיץ ממצבו הרפוי.

ב. מהי התאוצה המקסימלית של הגוף ?

ג. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודות הקצה, והראה שהתאוצה שם היא אכן התאוצה המקסימלית שחישבת בסעיף ב'.

3. גוף שמסתו $m=1_{kg}$ תלוי על קפיץ בעל קבוע $k=4_{\frac{N}{m}}$, ונמצא בשיווי משקל. מרימים את הגוף לגובה בו הקפיץ היה רפוי, ומרפים. כתוצאה מכך מבצע הגוף תנועה הרמונית.



א. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודת שיווי המשקל, ומצא כמה התארך שם הקפיץ ממצבו הרפוי.

ב. מהי משרעת התנודה ?

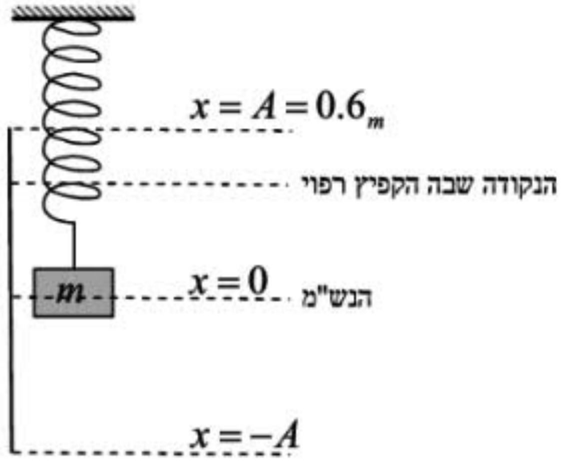
ג. מהי המהירות המקסימלית של הגוף ?

ד. קבע את מישור הייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בנש"מ, ורשום את סך האנרגיה שיש לגוף כשהוא בקצה העליון של התנועה.

ה. בעזרת חוק שימור האנרגיה מצא את המהירות המקסימלית של הגוף (רמז : השווה בין האנרגיה בקצה העליון לאנרגיה כשהגוף בנש"מ).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

4. גוף שמסתו $m=0.8_{kg}$ תלוי על קפיץ בעל קבוע $k=20_{\frac{N}{m}}$, ונע בתנועה הרמונית מעלה ומטה. משרעת התנודה היא $A=0.6_{m}$.



א. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודת שיווי המשקל, ומצא כמה התארך שם הקפיץ ממצבו הרפוי.

ב. קבע את מישור הייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בנש"מ, ורשום את סך האנרגיה שיש לגוף כשהוא בקצה העליון של התנועה.

ג. בעזרת חוק שימור האנרגיה מצא את המהירות המקסימלית של הגוף (רמז : השווה בין האנרגיה בקצה העליון לאנרגיה כשהגוף בנש"מ).

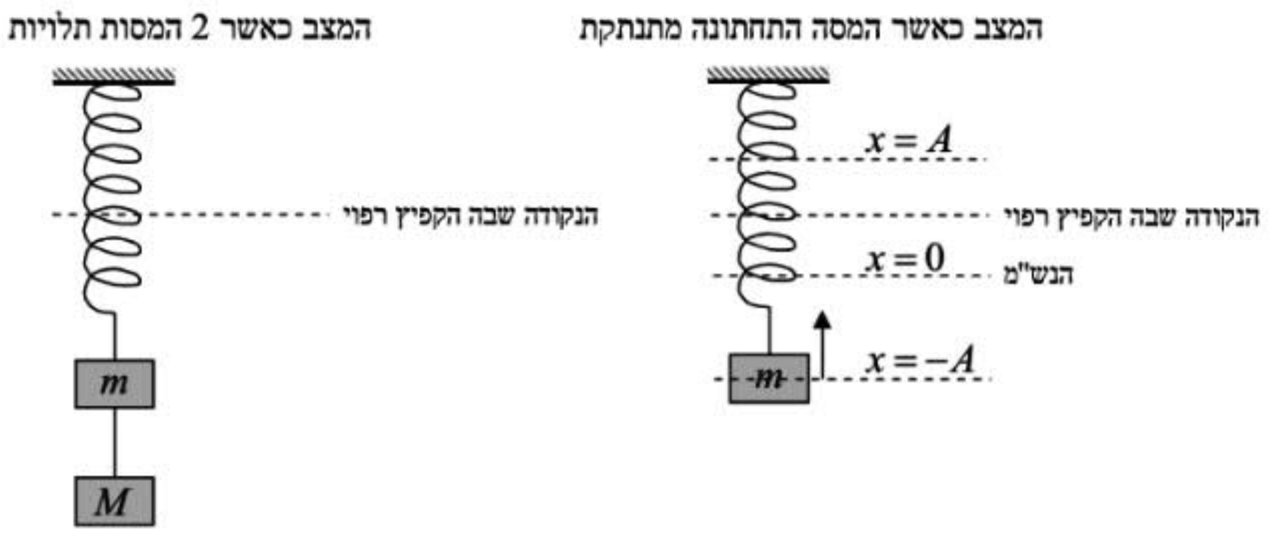
ודא שהמהירות המקסימלית שמצאת אכן מקיימת את הנוסחה : $v_{max}=\omega A$.

ד. ערוך תרשים כוחות על הגוף כשהוא בקצה העליון של תנועתו, ומצא את תאוצתו שם משיקולי כוחות.

הראה שהתאוצה שהתקבלה מתאימה לתאוצה המקסימלית המתקבלת מהנוסחה : $a_{max}=\omega^2 A$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

5. שני גופים תלויים במנוחה על קפיץ בעל קבוע $k = 5_{\frac{N}{m}}$, כמתואר בציור. מסת הגוף העליון היא $m = 0.2_{kg}$, ומסת הגוף התחתון היא $M = 0.8_{kg}$. ברגע מסוים ניתק הגוף התחתון, וכתוצאה מכך מבצע הגוף העליון תנועה הרמונית.



א. ערוך תרשים כוחות כאשר 2 הגופים תלויים במנוחה, ומצא כמה התארך הקפיץ ממצבו הרפוי.

ב. מצא כמה מתארך הקפיץ ממצבו הרפוי לנש"מ של התנועה ההרמונית, כאשר המסה התחתונה מתנתקת. (רמז : ערוך תרשים כוחות רק על המסה m, ובדוק היכן היא בשיווי משקל).

ג. מהי משרעת התנודה ?

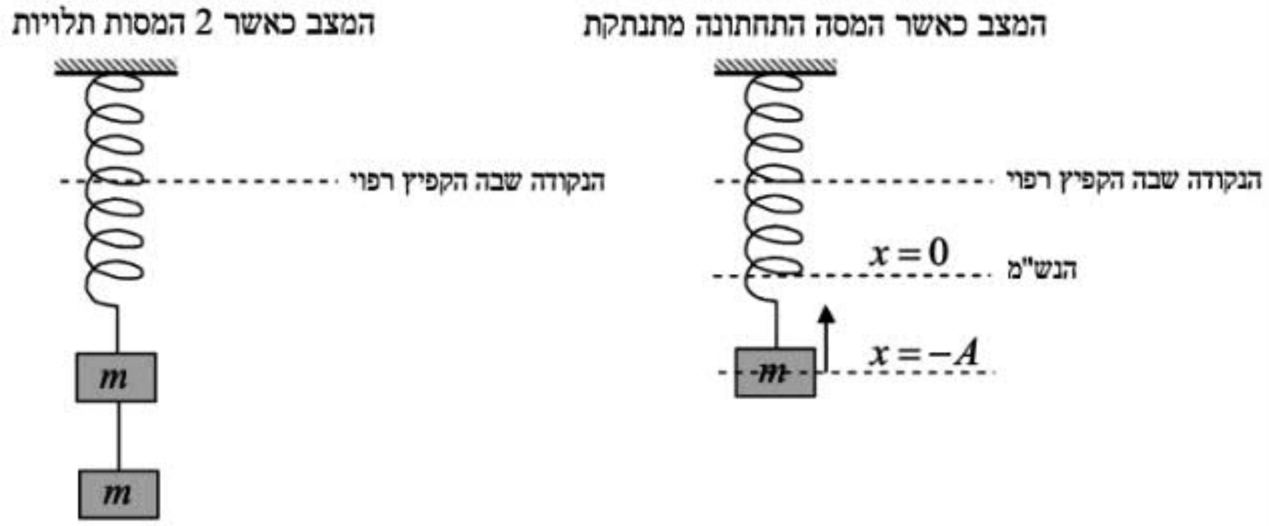
ד. מצא את המהירות המקסימלית.

ה. מהי מהירות הגוף כשהוא במרחק של חצי משרעת מהנש"מ ? (רמז : היעזר בנוסחה של המהירות כפונקציה של ההעתק).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. שני גופים זהים תלויים במנוחה על קפיץ בעל קבוע $k = 32_{\frac{N}{m}}$, כמתואר בציור. מסת כל גוף היא $m = 2_{kg}$.

ברגע מסוים ניתק הגוף התחתון, וכתוצאה מכך מבצע הגוף העליון תנועה הרמונית.



א. ערוך תרשים כוחות כאשר 2 הגופים תלויים במנוחה, ומצא כמה התארך הקפיץ ממצבו הרפוי.

ב. מצא כמה מתארך הקפיץ ממצבו הרפוי לנש"מ של התנועה ההרמונית, כאשר המסה התחתונה מתנתקת.

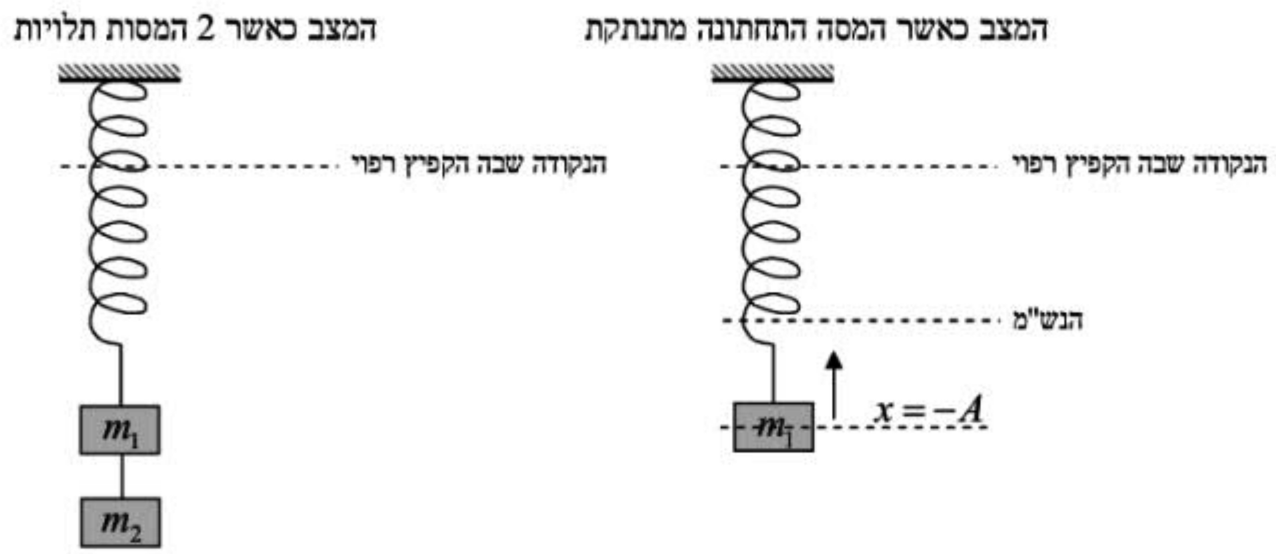
ג. מהי משרעת התנודה ?

ד. מצא את התאוצה המקסימלית של הגוף.

ה. ערוך תרשים כוחות על הגוף כשהוא בקצה העליון של התנועה, ומצא את תאוצתו שם משיקולי כוחות.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

7. שני גופים תלויים במנוחה על קפיץ בעל קבוע $k = 100_{\frac{N}{m}}$, כמתואר בציור. מסת הגוף העליון היא $m_1 = 4_{kg}$, ומסת הגוף התחתון היא $m_2 = 1_{kg}$. ברגע מסוים ניתק הגוף התחתון, וכתוצאה מכך מבצע הגוף העליון תנועה הרמונית.



א. ערוך תרשים כוחות כאשר 2 הגופים תלויים במנוחה, ומצא כמה התארך הקפיץ ממצבו הרפוי.

ב. מצא כמה מתארך הקפיץ ממצבו הרפוי לנש"מ של התנועה ההרמונית, כאשר המסה התחתונה מתנתקת.

ג. מהי משרעת התנודה ?

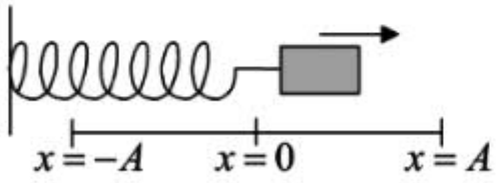
ד. קבע את מישור הייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בנש"מ, ורשום את סך האנרגיה שיש לגוף כשהוא בקצה העליון של התנועה.

ה. בעזרת חוק שימור האנרגיה מצא את המהירות המקסימלית של הגוף. ודא שהמהירות המקסימלית שמצאת אכן מקיימת את הנוסחה : $v_{max} = \omega A$.

ו. ערוך תרשים כוחות על הגוף כשהוא במיקום $x = -\frac{A}{4}$, ומצא את תאוצתו שם משיקולי כוחות. הראה שהתאוצה שם שווה לתאוצה המתקבלת מהנוסחה $a = \pm\omega^2 x$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

8. גוף נע בתנועה הרמונית. נוסחת ההעתק כפונקציה של הזמן מתוארת בקשר הבא : $x = 0.6\cos(\frac{\pi}{3}t)$.



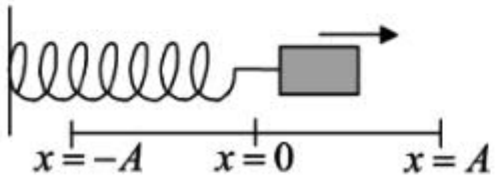
א. מצא את המהירות הזוויתית ω.

ב. מהו זמן המחזור של התנודה ?

ג. מהי משרעת התנודה ? היכן היה הגוף ברגע $t = 0$?

ד. תוך כמה זמן יגיע הגוף לנקודה $x = -0.3$ בפעם הראשונה ? (רמז : יש לפתור משוואה טריגונומטרית. מאחר שיש למשוואה אינסוף פתרונות, יש לבחור את הפתרון שנמצא בטווח הזמנים שבין רבע זמן מחזור לחצי זמן מחזור, כי בטווח זה יגיע הגוף בפעם הראשונה להעתק הרצוי. דרך נוספת היא להמיר את תנועת הגוף לתנועה במעגל, ולקחת את החלק היחסי של תנועתו מזמן המחזור).

9. גוף נע בתנועה הרמונית. נוסחת ההעתק כפונקציה של הזמן מתוארת בקשר הבא : $x = 1.2\cos(\frac{\pi}{9}t)$.

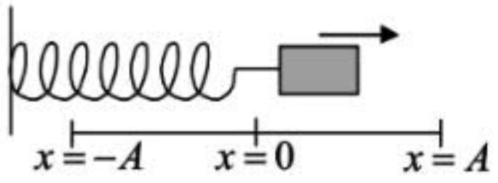


א. מהו זמן המחזור של התנודה ?

ב. היכן היה הגוף ברגע $t = 0$?

ג. תוך כמה זמן יגיע הגוף לנקודה $x = 0.6_m$ בפעם השנייה ? (רמז : יש לפתור משוואה טריגונומטרית. מאחר שיש למשוואה אינסוף פתרונות, יש לבחור את הפתרון שנמצא בטווח הזמנים שבין שלושת רבעי זמן מחזור לזמן מחזור שלם, כי בטווח זה יגיע הגוף בפעם השנייה להעתק הרצוי. דרך נוספת היא להמיר את תנועת הגוף לתנועה במעגל, ולקחת את החלק היחסי של תנועתו מזמן המחזור).

10. גוף נע בתנועה הרמונית. נוסחת ההעתק כפונקציה של הזמן מתוארת בקשר הבא : $x = 0.28\cos(\frac{\pi}{6}t)$.



א. מהו זמן המחזור של התנודה ?

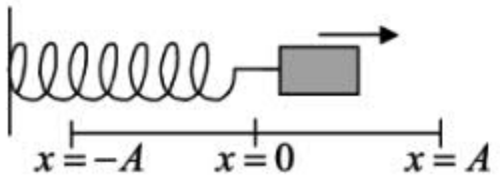
ב. היכן היה הגוף ברגע $t = 0$?

ג. היעזר בזמן המחזור, והערך באיזה טווח של זמנים יגיע הגוף להעתק $x = -0.198_m$ בפעם השנייה.

ד. תוך כמה זמן יגיע הגוף לנקודה $x = -0.198_m$ בפעם השנייה ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

11. גוף נע בתנועה הרמונית. נוסחת ההעתק כפונקציה של הזמן מתוארת בקשר הבא : $x = 0.5\cos(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{2})$.



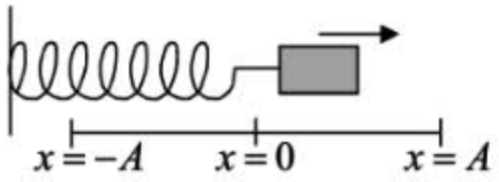
א. מהו זמן המחזור של התנודה ?

ב. היכן היה הגוף ברגע $t = 0$? מה היה כיוון תנועתו ?

ג. היעזר בזמן המחזור, והערך באיזה טווח של זמנים יגיע הגוף להעתק $x = 0.433_m$ בפעם <u>השנייה</u>.

ד. תוך כמה זמן יגיע הגוף לנקודה $x = 0.433_m$ בפעם <u>השנייה</u> ?

12. גוף נע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק. נוסחת ההעתק כפונקציה של הזמן מתוארת בקשר הבא :
$x = 4\cos(\frac{\pi}{12}t + \pi)$.



א. מהו זמן המחזור של התנודה ?

ב. היכן היה הגוף ברגע $t = 0$? (רמז : הצב $t = 0$ במשוואת ההעתק).

ג. היעזר בזמן המחזור, והערך באיזה טווח של זמנים יגיע הגוף להעתק $x = 2_m$ בפעם <u>הראשונה</u>.

ד. תוך כמה זמן יגיע הגוף לנקודה $x = 2_m$ בפעם <u>הראשונה</u> ?

ה. מצא את מהירותו בנקודה $x = 2_m$ ב-3 דרכים :

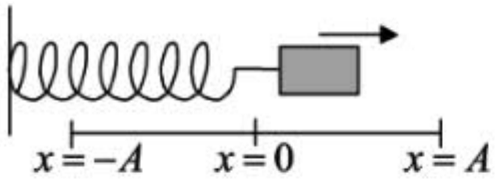
פעם אחת בעזרת הנוסחה של המהירות כפונקציה של הזמן והצבת הזמן שמצאת.

פעם שנייה בעזרת הנוסחה של המהירות כפונקציה של ההעתק.

פעם שלישית בעזרת חוק שימור האנרגיה (רמז : שים לב ש- $k = \omega^2 m$).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

13. גוף נע בתנועה הרמונית על משטח אופקי חלק. נוסחת ההעתק כפונקציה של הזמן מתוארת בקשר הבא :
$x = 0.3\cos(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{2})$.



א. היכן היה הגוף ברגע $t = 0$? (רמז : הצב $t = 0$ בנוסחת ההעתק).

ב. רשום את הנוסחה למהירות הגוף כפונקציה של הזמן, ומצא את מהירותו (גודל <u>וכיוון</u>) בזמן $t = 0$.

ג. היעזר בזמן המחזור, והערך באיזה טווח של זמנים יגיע הגוף להעתק $x = 0.2598_m$ בפעם <u>הראשונה</u>.

(רמז : שים לב שכיוון מהירותו של הגוף הוא לקצה השלילי ברגע $t = 0$).

ד. תוך כמה זמן יגיע הגוף לנקודה $x = 0.2598_m$ בפעם <u>הראשונה</u> ?

ה. מצא את תאוצתו בנקודה $x = 0.2598_m$ ב-3 דרכים :

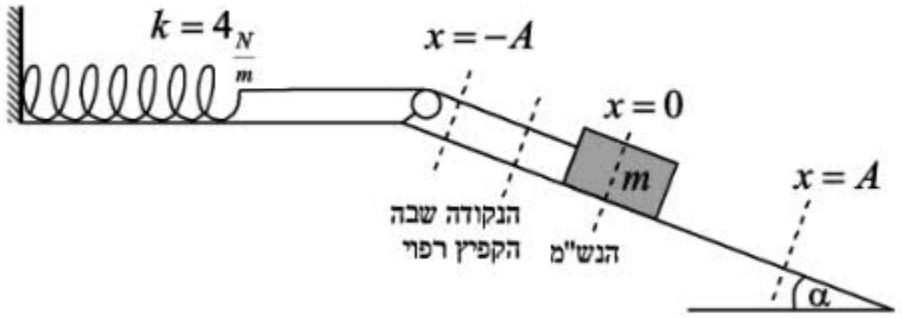
פעם אחת בעזרת הנוסחה של התאוצה כפונקציה של הזמן והצבת הזמן שמצאת.

פעם שנייה בעזרת הנוסחה של התאוצה כפונקציה של ההעתק.

פעם שלישית בעזרת סימוני כוחות ומציאת התאוצה בעזרת החוק השני של ניוטון (רמז : $k = \omega^2 m$).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

14. גוף שמסתו $m=1_{kg}$ מונח על מדרון חלק בעל שיפוע $\alpha=30^{\circ}$, ומחובר לקפיץ בעל קבוע $k=4_{\frac{N}{m}}$ דרך גלגלת, כמתואר בציור. הגוף נמצא בשיווי משקל. מסיטים את הגוף למרחק $x=2_{m}$ כלפי מטה, ומרפים. הגוף מתחיל לבצע תנועה הרמונית.



א. ערוך תרשים כוחות על הגוף בנקודת שיווי המשקל, ומצא כמה התארך שם הקפיץ ממצבו הרפוי.

ב. מצא את תאוצת הגוף בנקודה הנמוכה ביותר בשתי דרכים :

פעם אחת ע"י שימוש בנוסחה של התאוצה המקסימלית.

פעם שנייה בעזרת סימוני כוחות ומציאת התאוצה באמצעות החוק השני של ניוטון.

ג. מהו הגובה שהגוף עולה מהנקודה הנמוכה ביותר ועד הגבוהה ביותר ?

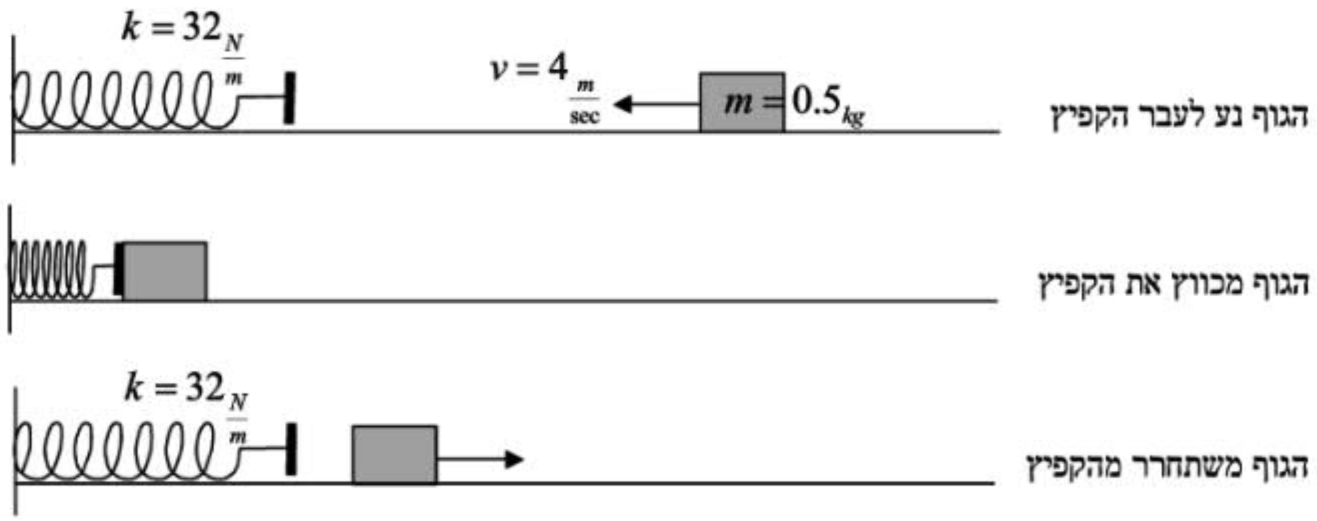
ד. מצא את מהירות הגוף בנש"מ ב-2 דרכים :

פעם אחת בעזרת הנוסחה של המהירות המקסימלית.

פעם שנייה בעזרת חוק שימור האנרגיה (רמז : בחר את תחתית המסלול כמישור הייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית. שים לב! בתחתית המסלול יש רק אנרגיה אלסטית, ובנש"מ יש גם אנרגיה אלסטית, גם קינטית וגם פוטנציאלית).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

15. גוף שמסתו $m=0.5_{kg}$ נע במהירות קבועה $v=4_{\frac{m}{sec}}$ על משטח אופקי חלק. הגוף מתנגש בקפיץ בעל קבוע $k=32_{\frac{N}{m}}$ בהתנגשות אלסטית (ללא איבוד אנרגיה). כתוצאה מכך מכווץ הגוף את הקפיץ, ולאחר מכן נדחף בחזרה ומשתחרר מהקפיץ, כמתואר בציור. בחר את הכיוון שמאלה ככיוון החיובי.



א. מצא את הכיווץ המקסימלי של הקפיץ ב-2 דרכים :

פעם אחת בעזרת חוק שימור האנרגיה.

פעם שנייה בעזרת הנוסחה של המהירות המקסימלית : $v=\omega A$.

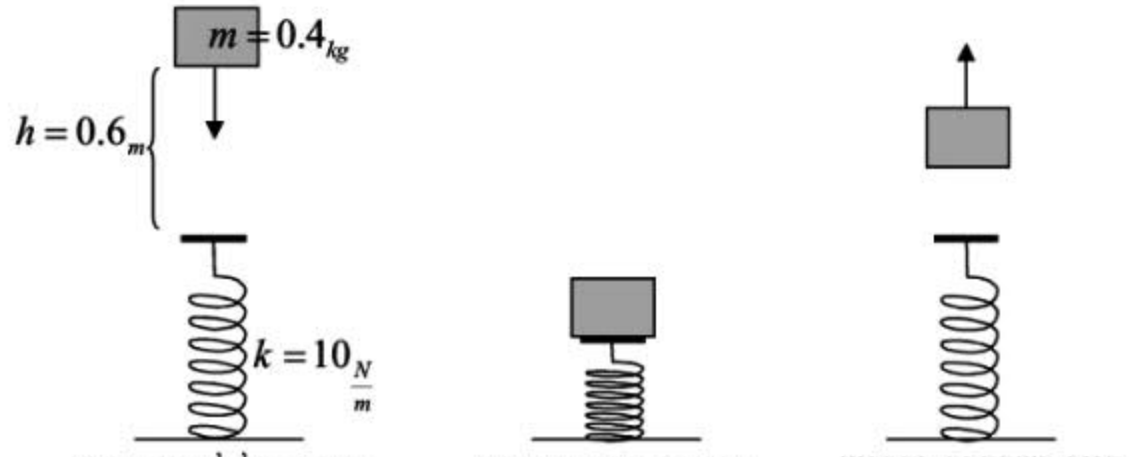
ב. כמה זמן עבר מרגע הפגיעה בקפיץ ועד רגע ההתנתקות ממנו ? (רמז : חשב תחילה את זמן המחזור).

ג. רשום נוסחה להעתק הגוף כפונקציה של הזמן מהרגע שהגוף פוגע בקפיץ ועד רגע ההתנתקות ממנו. הגדר את רגע הפגיעה כ-$t=0$, ואת מקום הפגיעה $x=0$ (רמז : שים לב מה צריכה להיות זווית המופע).

ד. שרטט גרף של מהירות הגוף כפונקציה של הזמן מהרגע שהגוף פוגע בקפיץ ועד <u>5 שניות</u> לאחר שהוא מתנתק ממנו (רמז : שים לב שמהירות שמאלה היא חיובית, ומהירות ימינה נחשבת שלילית).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

16. גוף שמסתו $m=0.4_{kg}$ נמצא בגובה $h=0.6_m$ מקפיץ בעל קבוע $k=10_{\frac{N}{m}}$, כמתואר בציור. הגוף נופל ממנוחה, מתנגש בקפיץ בהתנגשות אלסטית (ללא איבוד אנרגיה). כתוצאה מכך מכווץ הגוף את הקפיץ, ולאחר מכן נדחף בחזרה ומשתחרר מהקפיץ.



א. באיזו מהירות פוגע הגוף בקפיץ ?

ב. משיקולי כוחות מצא כמה מתכווץ הקפיץ ממצבו הרפוי כשהגוף בנש"מ.

ג. האם מהירות הגוף קטנה או גדלה מרגע פגיעתו בקפיץ ועד הגיעו לנש"מ ?

ד. מצא את הכיווץ המקסימלי של הקפיץ (רמז : היעזר בנוסחה של המהירות כפונקציה של ההעתק).

ה. מצא את המהירות המקסימלית של הגוף.

תשובות

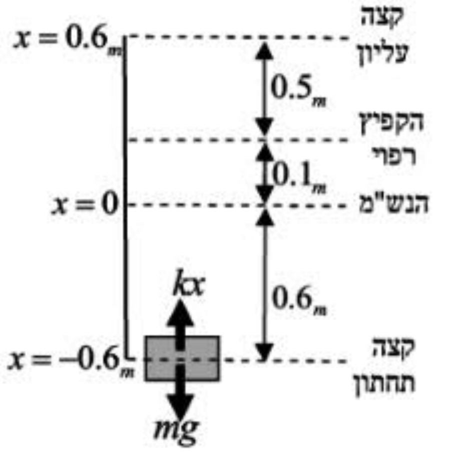
1. א. $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega=16_{\frac{rad}{sec}}$

ב. $\frac{mv^2}{2}=23.04 \Rightarrow v=9.6_{\frac{m}{sec}}$

ג. חישוב בעזרת אנרגיות : $\frac{kA^2}{2}=23.04 \Rightarrow A=0.6_{\frac{m}{sec}}$

חישוב בעזרת הנוסחה של v_{max} : $v_{max}=\omega A \Rightarrow 9.6=16\cdot A \Rightarrow A=0.6_m$

2. א. $kx=mg \Rightarrow x=0.1_m$



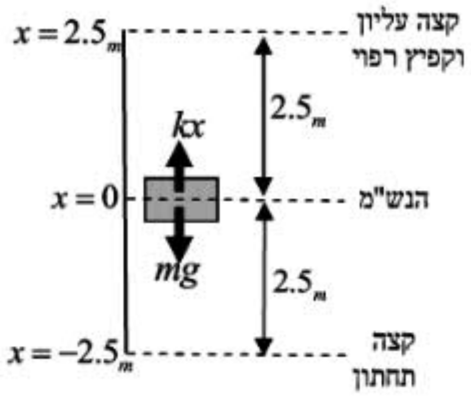
ב. $a_{max}=\omega^2 A \Rightarrow a_{max}=\frac{k}{m}\cdot A \Rightarrow a_{max}=60_{\frac{m}{sec^2}}$

ג. $kx-mg=ma \Rightarrow k\cdot 0.7-mg=ma \Rightarrow a=60_{\frac{m}{sec^2}}$

בנקודה הנמוכה ביותר הקפיץ מתוח ממצבו הרפוי ב-0.7_m

3. א. $kx=mg \Rightarrow x=2.5_m$

ב. $A=2.5_m$



ג. $v_{max}=\omega A \Rightarrow 9.6=\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot A \Rightarrow v_{max}=5_{\frac{m}{sec}}$

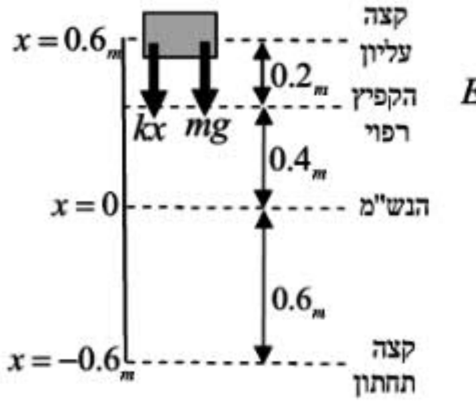
ד. $E_{top}=mgh \Rightarrow E_{top}=mgA \Rightarrow E_{top}=25_J$

בקצה העליון הקפיץ רפוי ואין מהירות. לכן יש רק אנרגיה פוטנציאלית.

ה. $25=\frac{mv^2}{2}+\frac{kx^2}{2} \Rightarrow 25=\frac{mv^2}{2}+\frac{k\cdot(2.5)^2}{2} \Rightarrow v=5_{\frac{m}{sec}}$

בנש"מ הקפיץ מתוח ב-$x=2.5_m$ ממצבו הרפוי, ויש אנרגיה קינטית.

4. א. $kx=mg \Rightarrow x=0.4_m$



ב. $E_{top}=mgh+\frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_{top}=mgA+\frac{k(0.2)^2}{2} \Rightarrow E_{top}=5.2_J$

יש לשים לב שבקצה העליון הקפיץ מכווץ ב-0.2_m ממצבו הרפוי.

ג. $5.2=\frac{mv^2}{2}+\frac{kx^2}{2} \Rightarrow 5.2=\frac{mv^2}{2}+\frac{k\cdot(0.4)^2}{2} \Rightarrow v=3_{\frac{m}{sec}}$

$v_{max} = \omega A \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A \Rightarrow v_{max} = 3_{\frac{m}{sec}}$

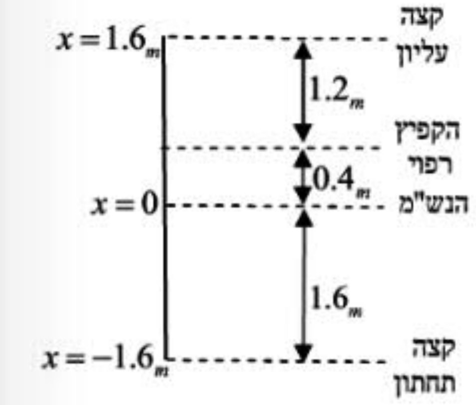
ד. $mg + kx = ma \Rightarrow mg + k \cdot 0.2 = ma \Rightarrow a = 15_{\frac{m}{sec^2}}$

בקצה העליון הקפיץ מכווץ ב- 0.2_m ממצבו הרפוי, ולכן הכוח האלסטי כלפי מטה!

$a_{max} = \omega^2 A \Rightarrow a_{max} = \frac{k}{m} \cdot A \Rightarrow a_{max} = 15_{\frac{m}{sec}}$

5. א. $kx = (m+M)g \Rightarrow x = 2_m$

ב. $kx = mg \Rightarrow x = 0.4_m$



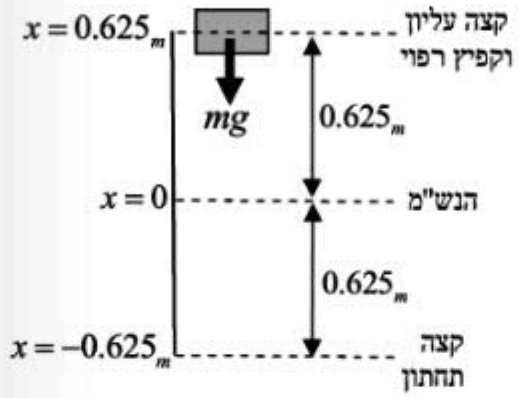
ג. $A = 2 - 0.4 = 1.6_m$ משרעת התנודה היא המרחק המקסימלי מהנש"מ.

ד. $v_{max} = \omega A \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A \Rightarrow v_{max} = 8_{\frac{m}{sec}}$

ה. $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v = \omega\sqrt{A^2 - (\frac{A}{2})^2} \Rightarrow v = 6.928_{\frac{m}{sec}}$

6. א. $kx = (m+M)g \Rightarrow x = 1.25_m$

ב. $kx = mg \Rightarrow x = 0.625_m$



ג. $A = 1.25 - 0.625 = 0.625_m$

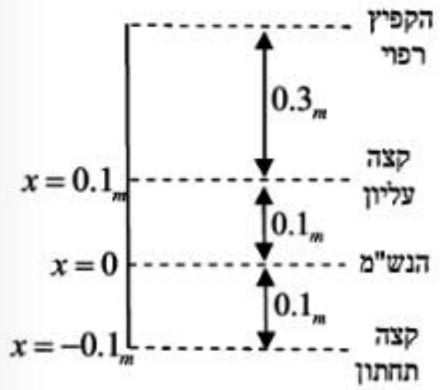
ד. $a_{max} = \omega A \Rightarrow a_{max} = \frac{k}{m} \cdot A \Rightarrow a_{max} = 10_{\frac{m}{sec^2}}$

ה. $mg = ma \Rightarrow a = 10_{\frac{m}{sec^2}}$

יש לשים לב שבקצה העליון הקפיץ מגיע בדיוק למצבו הרפוי, ולכן הכוח היחידי הפועל על הגוף הוא mg.

7. א. $kx = (m_1 + m_2)g \Rightarrow x = 0.5_m$

ב. $kx = m_1 g \Rightarrow x = 0.4_m$



ג. $A = 0.5 - 0.4 = 0.1_m$

ד.

$$E_{top} = m_1 gh + \frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_{top} = m_1 gA + \frac{k(0.3)^2}{2}$$

$$E_{top} = 8.5_J$$

יש לשים לב שבקצה העליון הקפיץ מתוח ב- 0.3_m ממצבו הרפוי.

ה. $8.5 = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \Rightarrow 8.5 = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{k \cdot (0.4)^2}{2} \Rightarrow v = 0.5_{\frac{m}{sec}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

יש לשים לב שבנש"מ הקפיץ מתוח ב- $x = 0.4_m$ ממצבו הרפוי.

$v_{max} = \omega A \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \cdot A \Rightarrow v_{max} = 0.5_{\frac{m}{sec}}$

ו. $kx - m_1 g = m_1 a \Rightarrow k \cdot (0.4 + \frac{A}{4}) - m_1 g = m_1 a \Rightarrow a = 0.625_{\frac{m}{sec^2}}$

יש לשים לב שבנקודה $x = -\frac{A}{4}$ הקפיץ מתוח ב- $0.4 + \frac{A}{4}$ ממצבו הרפוי.

$a = \pm\omega^2 x \Rightarrow a = \pm\frac{k}{m} \cdot \left(-\frac{A}{4}\right) \Rightarrow a = \pm 0.625_{\frac{m}{sec}}$ (גודל התאוצה הוא $0.625_{\frac{m}{sec}}$, והכיוון כלפי מעלה - לכיוון הנש"מ).

8. א. $\omega = \frac{\pi}{3}_{\frac{rad}{sec}}$

ב. $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 6_{sec}$

ג. $A = 0.6_m$. ברגע $t = 0$ היה הגוף בקצה החיובי, כלומר ב- $x = 0.6_m$.

ד. דרך א: פתרון משוואה טריגונומטרית.

$$-0.3 = 0.6\cos(\tfrac{\pi}{3}t)$$
$$\tfrac{\pi}{3}t = \pm 2.0944 + 2\pi k \; / : \tfrac{\pi}{3}$$
$$t = \pm 2 + 6k$$

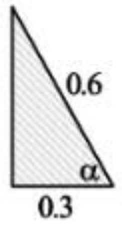
התשובה חייבת להיות בטווח הזמנים $\frac{T}{4} < t < \frac{T}{2}$, כלומר $1.5_{sec} < t < 3_{sec}$

לכן הפתרון היחיד בתחום הוא $t = 2_{sec}$.

דרך ב: המרת התנועה ההרמונית לתנועת גוף על מעגל.

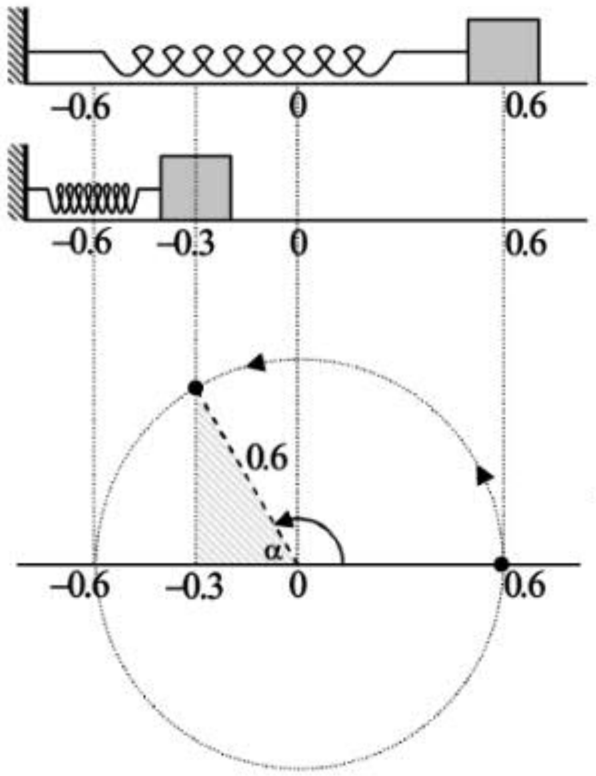
נסתכל על גוף שנע על מעגל דמיוני מ- $x = 0.6$, עד שהוא מגיע ל- $x = -0.3$ בפעם הראשונה.

נחשב את הזווית החדה במשולש המקווקו:



$\cos\alpha = \frac{0.3}{0.6} = 0.5$

$\alpha = 60^\circ$



בסה"כ עשה הגוף זווית של $180 - 60 = 120^\circ$

החלק היחסי של הזווית מ- 360° הוא $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$

זה גם אותו החלק היחסי מזמן המחזור.

לכן: $t = \frac{1}{3}T = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2_{sec}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

9. א. $\omega=\frac{\pi}{9}\frac{rad}{sec} \Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T=18_{sec}$

ב. ברגע $t=0$ היה הגוף בקצה החיובי, כלומר ב- $x=1.2_m$.

ג. דרך א : פתרון משוואה טריגונומטרית.

$$0.6=1.2\cos(\tfrac{\pi}{9}t)$$
$$\tfrac{\pi}{9}t=\pm1.0472+2\pi k/:\tfrac{\pi}{9}$$
$$t=\pm3+18k$$

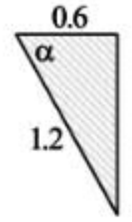
התשובה חייבת להיות בטווח הזמנים $\frac{3}{4}T<t<T$, כלומר $13.5_{sec}<t<18_{sec}$

לכן הפתרון היחיד בתחום הוא $t=15_{sec}$.

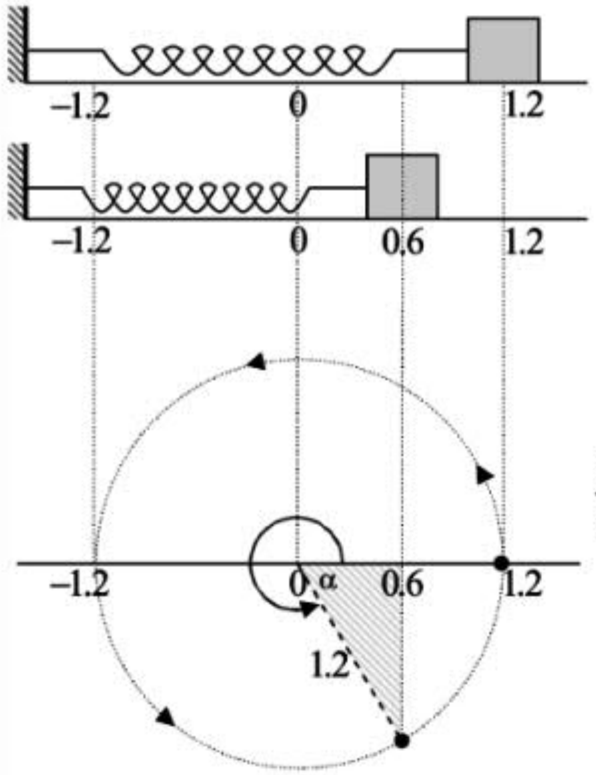
דרך ב : המרת התנועה ההרמונית לתנועת גוף על מעגל.

נסתכל על גוף שנע על מעגל דמיוני מ- $x=1.2$, עד שהוא מגיע ל- $x=0.6$ בפעם השנייה.

נחשב את הזווית החדה במשולש המקווקו :



$$\cos\alpha=\frac{0.6}{1.2}=0.5$$
$$\alpha=60^\circ$$



בסה"כ עשה הגוף זווית של $360-60=300^\circ$

החלק היחסי של הזווית מ- 360° הוא $\frac{300}{360}=\frac{5}{6}$

זה גם אותו החלק היחסי מזמן המחזור.

לכן : $t=\frac{5}{6}T=\frac{5}{6}\cdot18=15_{sec}$

10. א. $\omega=\frac{\pi}{6}\frac{rad}{sec} \Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T=12_{sec}$

ב. ברגע $t=0$ היה הגוף בקצה החיובי, כלומר ב- $x=0.28_m$.

ג. בפעם השנייה יהיה הגוף בהעתק $x=-0.198_m$ בטווח הזמנים $\frac{1}{2}T<t<\frac{3}{4}T$, כלומר $6_{sec}<t<9_{sec}$

ד. דרך א : פתרון משוואה טריגונומטרית.

$$-0.198=0.28\cos(\tfrac{\pi}{6}t)$$
$$\tfrac{\pi}{6}t=\pm2.3562+2\pi k/:\tfrac{\pi}{6}$$
$$t=\pm4.5+12k$$

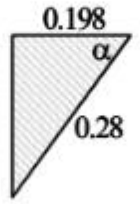
הפתרון היחיד בתחום הרצוי הוא $t=7.5_{sec}$.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

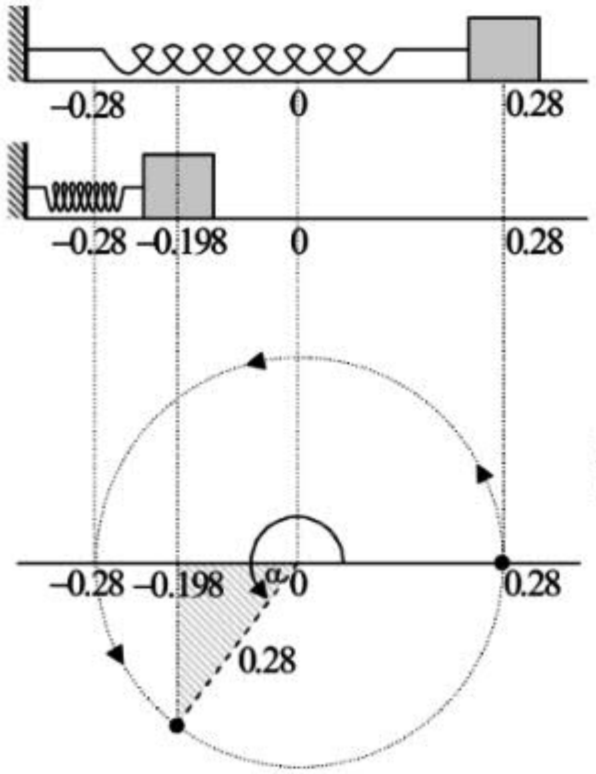
דרך ב : המרת התנועה ההרמונית לתנועת גוף על מעגל.

נסתכל על גוף שנע על מעגל דמיוני מ- $x=0.28$, עד שהוא מגיע ל- $x=-0.198$ בפעם השנייה.

נחשב את הזווית החדה במשולש המקווקו :



$$\cos\alpha=\frac{0.198}{0.28}=0.707$$
$$\alpha=45^\circ$$



בסה"כ עשה הגוף זווית של $180+45=225^\circ$

החלק היחסי של הזווית מ- 360° הוא $\frac{225}{360}=\frac{5}{8}$

זה גם אותו החלק היחסי מזמן המחזור.

לכן : $t=\frac{5}{8}T=\frac{5}{8}\cdot12=7.5_{sec}$

11. א. $\omega=\frac{\pi}{3}\frac{rad}{sec} \Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T=6_{sec}$

ב. ברגע $t=0$ היה הגוף בנש"מ בדרכו לקצה החיובי.

ג. בפעם השנייה יהיה הגוף בהעתק $x=0.433_m$ בטווח הזמנים $\frac{1}{4}T<t<\frac{1}{2}T$, כלומר $1.5_{sec}<t<3_{sec}$

ד. דרך א : פתרון משוואה טריגונומטרית.

$$0.433=0.5\cos(\tfrac{\pi}{3}t-\tfrac{\pi}{2})$$
$$\tfrac{\pi}{3}t-\tfrac{\pi}{2}=\pm0.5236+2\pi k\;/+\tfrac{\pi}{2}$$
$$\tfrac{\pi}{3}t=\pm0.5236+\tfrac{\pi}{2}+2\pi k/:\tfrac{\pi}{3}$$
$$t=\pm0.5+1.5+6k$$

הפתרון היחיד בתחום הרצוי הוא $t=2_{sec}$.

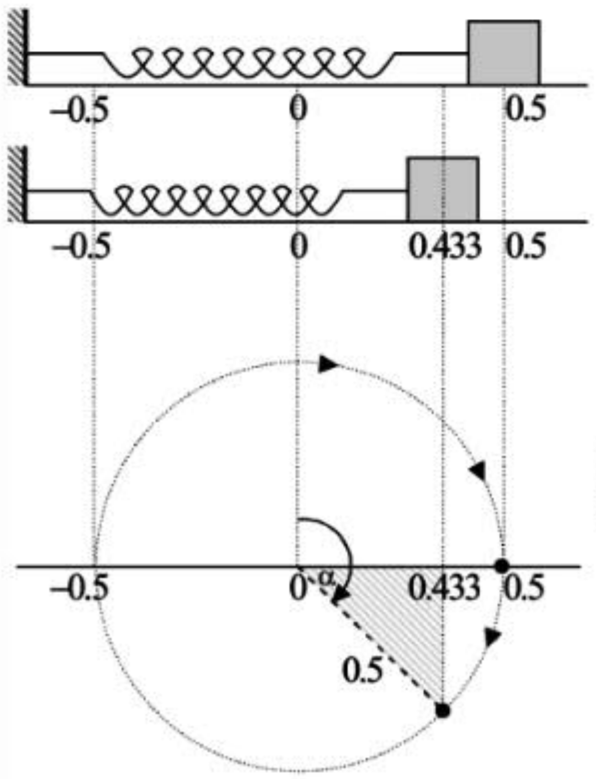
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

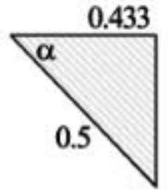
דרך ב : המרת התנועה ההרמונית לתנועת גוף על מעגל.

נסתכל על גוף שנע על מעגל דמיוני מ- $x = 0$, עד שהוא מגיע ל- $x = 0.433$ בפעם השנייה.

נשים לב שכיוון תנועתו בהתחלה היה לכיוון הקצה החיובי.

נחשב את הזווית החדה במשולש המקווקו :





$\cos\alpha = \frac{0.433}{0.5} = 0.866$

$\alpha = 30^\circ$

בסה"כ עשה הגוף זווית של $90 + 30 = 120^\circ$

החלק היחסי של הזווית מ- 360° הוא $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$

זה גם אותו החלק היחסי מזמן המחזור.

לכן : $t = \frac{1}{3}T = \frac{1}{3}\cdot 6 = 2_{sec}$

12. א. $\omega = \frac{\pi}{12}\,_{\frac{rad}{sec}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 24_{sec}$

ב. ברגע $t = 0$ היה הגוף בקצה השלילי, כלומר ב- $x = -4_m$.

ג. בפעם הראשונה יהיה הגוף בהעתק $x = 2_m$ בטווח הזמנים $\frac{1}{4}T < t < \frac{1}{2}T$, כלומר $6_{sec} < t < 12_{sec}$

ד. דרך א : פתרון משוואה טריגונומטרית.

$$2 = 4\cos(\tfrac{\pi}{12}t + \pi)$$
$$\tfrac{\pi}{12}t + \pi = \pm 1.0472 + 2\pi k \;/ -\pi$$
$$\tfrac{\pi}{12}t = \pm 1.0472 - \pi + 2\pi k \;/ : \tfrac{\pi}{12}$$
$$t = \pm 4 - 12 + 24k$$

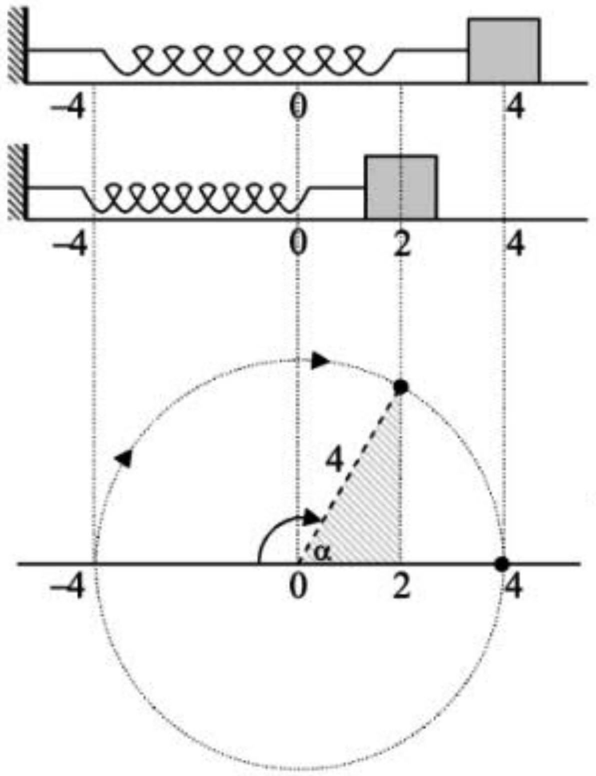
הפתרון היחיד בתחום הרצוי הוא $t = 8_{sec}$.

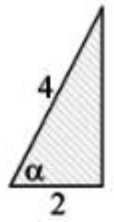
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

דרך ב : המרת התנועה ההרמונית לתנועת גוף על מעגל.

נסתכל על גוף שנע על מעגל דמיוני מ- $x = -4$, עד שהוא מגיע ל- $x = 2$ בפעם הראשונה.

נחשב את הזווית החדה במשולש המקווקו :





$\cos\alpha = \frac{2}{4} = 0.5$

$\alpha = 60^\circ$

בסה"כ עשה הגוף זווית של $180 - 60 = 120^\circ$

החלק היחסי של הזווית מ- 360° הוא $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$

זה גם אותו החלק היחסי מזמן המחזור.

לכן : $t = \frac{1}{3}T = \frac{1}{3}\cdot 24 = 8_{sec}$

ה. דרך א : המהירות כפונקציה של הזמן : $v = -0.2\cdot\frac{\pi}{12}\cdot sin(\frac{\pi}{12}t + \pi)$

נציב $t = 8_{sec}$: $v = -4\cdot\frac{\pi}{12}\cdot sin(\frac{\pi}{12}\cdot 8 + \pi) \Rightarrow v = 0.9069_{\frac{m}{sec}}$

דרך ב : $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v = \omega\sqrt{4^2 - 2^2} \Rightarrow v = 0.9069_{\frac{m}{sec}}$

דרך ג : $\frac{kA^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \Rightarrow \frac{\omega^2 m\cdot 4^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{\omega^2 m\cdot 2^2}{2} \Rightarrow v = 0.9069_{\frac{m}{sec}}$

13. א. ברגע $t = 0$ היה הגוף בנש"מ.

ב. $v = -0.3\cdot\frac{\pi}{6}\cdot sin(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{2})$. עבור $t = 0$: $v = -0.157_{\frac{m}{sec}}$ כלומר המהירות לכיוון הקצה השלילי!

ג. בפעם הראשונה יהיה הגוף בהעתק $x = 0.2598_m$ בטווח הזמנים $\frac{1}{2}T < t < \frac{3}{4}T$.

$\omega = \frac{\pi}{6}\,_{\frac{rad}{sec}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 12_{sec}$, כלומר $6_{sec} < t < 9_{sec}$

ד. דרך א : פתרון משוואה טריגונומטרית.

$$0.2598 = 0.3\cos(\tfrac{\pi}{6}t + \tfrac{\pi}{2})$$
$$\tfrac{\pi}{6}t + \tfrac{\pi}{2} = \pm 0.52365 + 2\pi k \;/ -\tfrac{\pi}{2}$$
$$\tfrac{\pi}{6}t = \pm 0.52365 - \tfrac{\pi}{2} + 2\pi k \;/ : \tfrac{\pi}{6}$$
$$t = \pm 1 - 3 + 12k$$

הפתרון היחיד בתחום הרצוי הוא $t = 8_{sec}$.

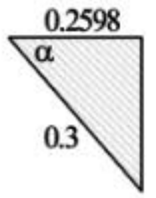
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

דרך ב: המרת התנועה ההרמונית לתנועת גוף על מעגל.

נסתכל על גוף שנע על מעגל דמיוני מ- $x=0$, עד שהוא מגיע ל- $x=0.2598$ בפעם הראשונה.

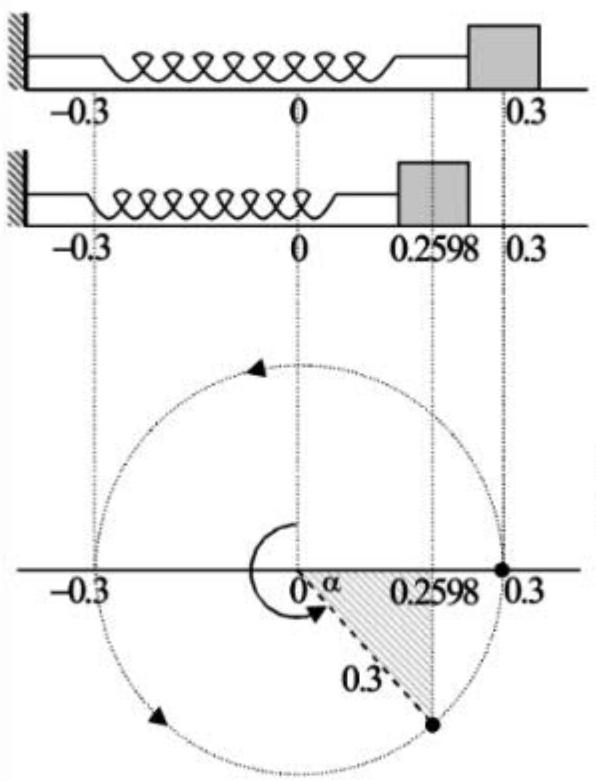
נשים לב שכיוון תנועתו בהתחלה היה לכיוון הקצה השלילי.

נחשב את הזווית החדה במשולש המקווקו:



$$\cos\alpha=\frac{0.2598}{0.3}=0.866$$

$$\alpha=30^\circ$$



בסה"כ עשה הגוף זווית של $270-30=240^\circ$

החלק היחסי של הזווית מ- 360° הוא $\frac{240}{360}=\frac{2}{3}$

זה גם אותו החלק היחסי מזמן המחזור.

לכן: $t=\frac{2}{3}T=\frac{2}{3}\cdot 12=8_{sec}$

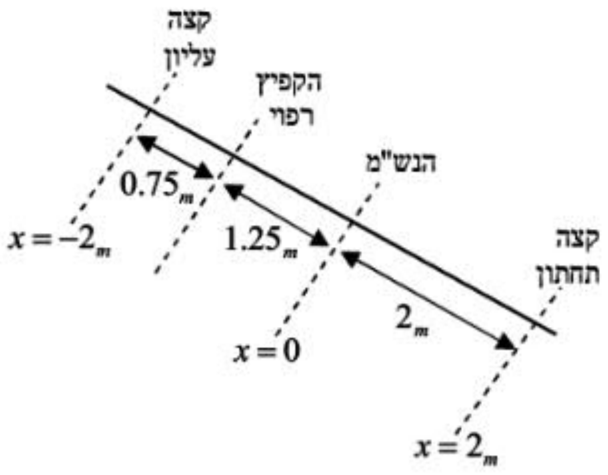
ה. דרך א: התאוצה כפונקציה של הזמן: $a=-0.3\cdot(\frac{\pi}{12})^2\cdot\cos(\frac{\pi}{6}t+\frac{\pi}{2})$ עבור $t=8$:

$a=-0.0178\ _{\frac{m}{sec^2}}$ (הסימן השלילי מייצג שכיוון התאוצה הוא לכיוון השלילי).

דרך ב: התאוצה כפונקציה של ההעתק: $a=-(\frac{\pi}{12})^2\cdot x$, ומכאן: $a_{x=0.2598_m}=-0.0178\ _{\frac{m}{sec^2}}$

דרך ג: $m\omega^2x=ma \Rightarrow kx=ma$, ומכאן: $a_{x=0.2598_m}=-0.0178\ _{\frac{m}{sec^2}}$ (בכיוון הנש"מ).

14. א. $kx=mg\sin\alpha \Rightarrow x=1.25_m$



ב. דרך א: $a_{max}=\omega^2A$

$$a_{max}=\frac{k}{m}\cdot A$$

$$a_{max}=8\ _{\frac{m}{sec^2}}$$

דרך ב: $kx-mg\sin\alpha=ma$

$$k\cdot 3.25-mg\sin\alpha=ma$$

$$a=8\ _{\frac{m}{sec^2}}$$

ג. $\sin\alpha=\frac{h}{4}\Rightarrow h=2_m$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ד. דרך א: $v_{max}=\omega A \Rightarrow v_{max}=\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot A \Rightarrow v_{max}=4_{\frac{m}{sec}}$

דרך ב: $\frac{k\cdot 3.25^2}{2}=\frac{k\cdot 1.25^2}{2}+\frac{mv^2}{2}+mg\cdot 1 \Rightarrow v=4_{\frac{m}{sec}}$

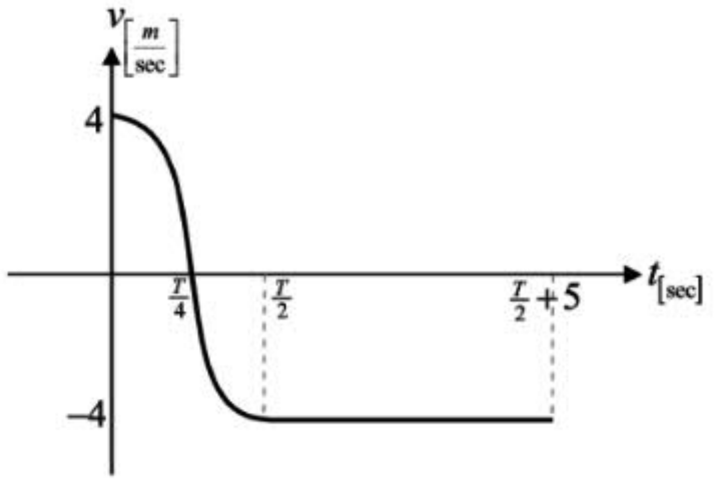
15. א. דרך א: $\frac{m\cdot v^2}{2}=\frac{k\cdot x^2}{2} \Rightarrow x=0.5_m$

דרך ב: $v_{max}=\omega A \Rightarrow v_{max}=\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot A \Rightarrow 4=\sqrt{\frac{32}{0.5}}\cdot A \Rightarrow A=0.5_m$

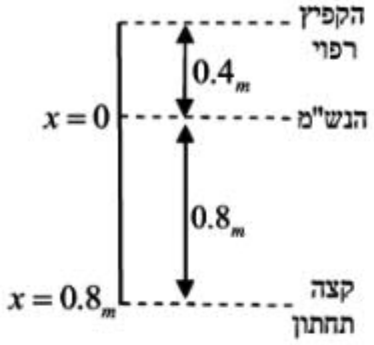
ב. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T=0.7854_{sec}$. הזמן המבוקש הוא חצי זמן מחזור, כלומר: $t=0.3927_{sec}$

ג. $x=0.5\cos(8t-\frac{\pi}{2})$. זווית המופע היא $-\frac{\pi}{2}$, כי הגוף נמצא ברגע $t=0$ בנש"מ, וכיוון תנועתו לקצה החיובי.

ד.



16. א. $mgh=\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=\sqrt{12}_{\frac{m}{sec}}=3.464_{\frac{m}{sec}}$



ב. $mg=kx \Rightarrow x=0.4_m$

ג. מהירות הגוף גדלה עד הגיעו לנש"מ, כי הכוח mg גדול יותר מהכוח שמפעיל הקפיץ. יש לשים לב שהכוח השקול אומנם קטן, ולכן התאוצה קטנה, אך היא עדיין חיובית, ולכן הגוף מגביר את מהירותו.

ד. $v=\omega\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow \sqrt{12}=5\cdot\sqrt{A^2-0.4^2} \Rightarrow A=0.8_m$

נעזרנו בידע שבנקודה $x=0.4_m$ מהירות הגוף היא $v=\sqrt{12}_{\frac{m}{sec}}$.

משרעת התנודה היא $A=0.8_m$, ובסה"כ יתכווץ הקפיץ ב- $0.8_m+0.4_m=1.2_m$

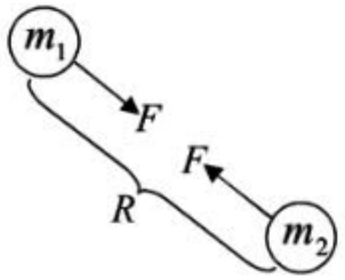
ה. $v_{max}=\omega A \Rightarrow v_{max}=5\cdot 0.8 \Rightarrow v_{max}=4_{\frac{m}{sec}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

גרביטציה - הכוח הגרביטציוני

נוסחאות

כוח בין שתי מסות

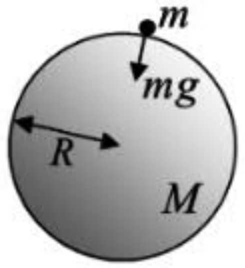


$F=\frac{G\cdot m_1\cdot m_2}{R^2}$ הכוח בין המסות הוא כוח משיכה.

G קבוע הגרביטציה. $G=6.67\cdot10^{-11}\ \frac{N\cdot m^2}{kg^2}$

R המרחק בין <u>מרכז</u> מסה אחת <u>למרכז</u> המסה האחרת.

מציאת g על פני כוכב לכת



שמים מסה m על פני הקרקע של כוכב שמסתו M.

המסה m נמשכת בכוח mg, השווה לכוח המשיכה בין שתי המסות.

$$mg=\frac{G\cdot M\cdot m}{R^2}\ \Rightarrow\ \boxed{g=\frac{G\cdot M}{R^2}}$$

R הוא המרחק בין מרכזי 2 המסות, ושווה לרדיוס הכוכב M.

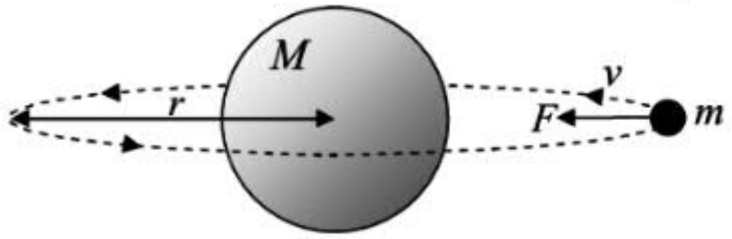
לוויין בחלל

הכוח שמרגיש הלוויין הוא בכיוון מרכז הסיבוב, ושווה למסת הלוויין כפול התאוצה הצנטריפטאלית.

$$F=\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r}\ \Rightarrow\ v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$$ (v היא המהירות המשיקית של הלוויין).

זמן המחזור של תנועת הלוויין:

$$\begin{cases}T=\frac{2\pi r}{v}\ \Rightarrow\ T^2=\frac{4\pi^2r^2}{v^2}\\ v^2=\frac{G\cdot M}{r}\end{cases}\ \Rightarrow\ \boxed{T^2=\frac{4\pi^2r^3}{G\cdot M}}$$



חוק קפלר השלישי:

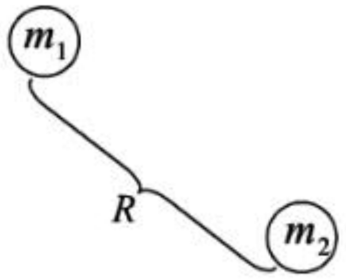
2 לוויינים, המקיפים את אותו הכוכב, מקיימים: $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

נתונים בסיסיים עבור כמה כוכבי לכת

	מסה (kg)	רדיוס (m)	רדיוס מסלול ממוצע (m)	זמן מחזור
שמש	$1.99\cdot10^{30}$	$6.96\cdot10^{8}$		
ירח	$7.35\cdot10^{22}$	$1.74\cdot10^{6}$	$3.84\cdot10^{8}$	27.3 יממות
ארץ (Earth)	$5.974\cdot10^{24}$	$6.38\cdot10^{6}$	$149.6\cdot10^{9}$	1.00 שנים
מאדים (Mars)	$0.642\cdot10^{24}$	$3.4\cdot10^{6}$	$227.9\cdot10^{9}$	1.881 שנים
צדק (Jupiter)	$1899.1\cdot10^{24}$	$71.4\cdot10^{6}$	$778.3\cdot10^{9}$	11.86 שנים

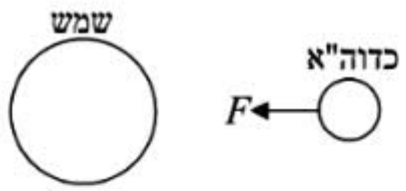
1. נתון כוכב שמסתו $m_1=5\cdot10^{20}\ _{kg}$, וכוכב אחר שמסתו $m_2=8\cdot10^{20}\ _{kg}$. המרחק בין מרכזי שני הכוכבים הוא $R=5\cdot10^{9}\ _{m}$.



מהו הכוח שמרגיש כל כוכב, ומה כיוונו?

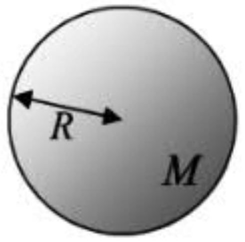
(טיפ: כשרוצים לרשום במחשבון $5\cdot10^{20}$, יש להקיש 20 5×10^x).

2. מהו הכוח שבו נמשך כדור הארץ לשמש?



(רמז: היעזר בטבלת הנתונים, ושים לב שהמרחק בין המרכזים של שני הכוכבים הוא רדיוס המסלול של כדור הארץ סביב השמש).

3. נתון כוכב שמסתו $M=8\cdot10^{22}\ _{kg}$, ורדיוסו $R=5\cdot10^{5}\ _{m}$.



א. מהי תאוצת הכובד g שירגיש גוף, שיימצא בקרבת פני הקרקע של הכוכב? (רמז: עבור מסה m שנמצאת סמוך לפני הכוכב שווה כוח המשיכה mg לכוח המשיכה בין שתי המסות).

ב. מהי תאוצת הכובד g שירגיש גוף, שיימצא במרחק 300 קילומטר מעל פני הקרקע של הכוכב?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

4. הכוכב המתואר בציור הוא כדור הארץ.

א. הוכח כי תאוצת הכובד g , שירגיש גוף שיימצא בקרבת פני הקרקע של כדור הארץ, היא בקירוב $9.8\ \frac{m}{sec^2}$

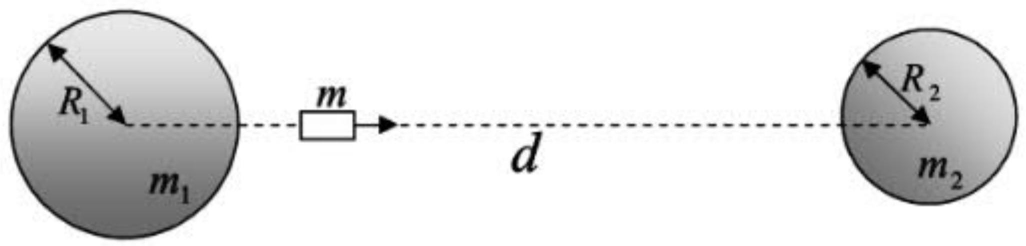
ב. הסבר מדוע גוף, שיימצא במרחק של כמה קילומטרים בודדים מפני הקרקע של כדור הארץ, ירגיש את אותה תאוצת הכובד כמו גוף שנמצא על הקרקע.

5. הכוכב המתואר בציור הוא כדור הארץ.

א. מהי תאוצת הכובד g , שירגיש גוף שיימצא במרחק 2,000 קילומטר מעל פני הקרקע ?

ב. באיזה מרחק מעל פני הקרקע תהיה תאוצת הכובד קטנה פי 4 מזו שמרגיש גוף שנמצא על פני הקרקע ?

6. נתונים שני כוכבי לכת. מסתו של האחד היא $m_1 = 8\cdot10^{22}{}_{kg}$, ורדיוסו $R_1 = 3\cdot10^6{}_m$. מסתו של האחר היא $m_2 = 2\cdot10^{22}{}_{kg}$, ורדיוסו $R_2 = 2\cdot10^6{}_m$. מרכז הכוכב האחד מרוחק ממרכז הכוכב האחר $d = 1.2\cdot10^9{}_m$. חללית, שמסתה $m = 20,000_{kg}$, יוצאת מהכוכב שמסתו m_1 ונעה לכיוון הכוכב האחר על המסלול המחבר את מרכזי שני הכוכבים.



א. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) שתרגיש החללית כשהיא בדיוק באמצע הדרך בין שני הכוכבים ?

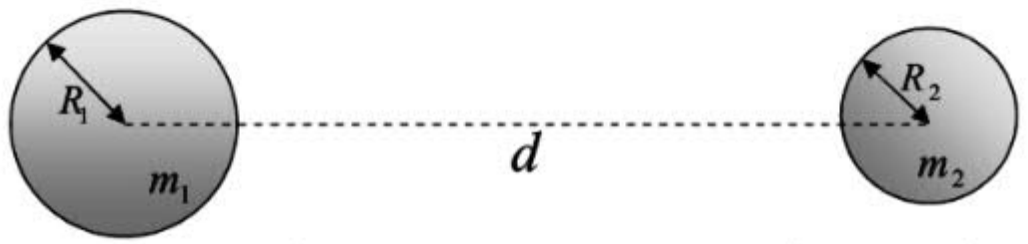
ב. באיזה מרחק מפני הקרקע של הכוכב השמאלי תהיה החללית בשיווי משקל ?

ג. מהו הכוח שהכוכב, שמסתו m_1 , מושך אליו את החללית, כשהיא עדיין על פני הקרקע שלו ?

ד. מהו הכוח שהכוכב, שמסתו m_2 , מושך אליו את החללית, כשהיא עדיין על פני הקרקע של הכוכב השמאלי ? האם הכוח הזה משפיע על החללית ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

7. נתונים שני כוכבי לכת. מסתו של האחד היא $m_1 = 3.2\cdot10^{24}{}_{kg}$, ורדיוסו $R_1 = 6\cdot10^5{}_m$. מסתו של האחר היא $m_2 = 2\cdot10^{23}{}_{kg}$, ורדיוסו $R_2 = 4\cdot10^5{}_m$. מרכז הכוכב האחד מרוחק ממרכז הכוכב האחר $d = 4.8\cdot10^7{}_m$.

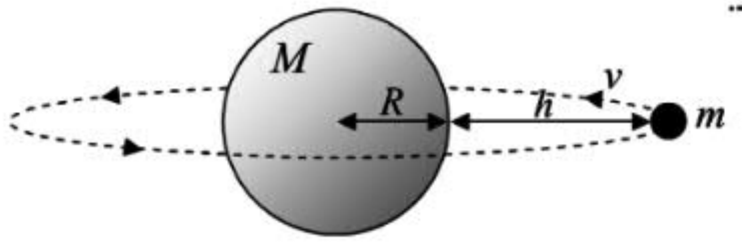


א. מהו שדה הכבידה g (תאוצת הכובד), בדיוק באמצע הדרך בין שני הכוכבים ?

ב. באיזה מרחק מפני הקרקע של הכוכב הימני יתאפס שדה הכבידה ?

ג. מהו שדה הכבידה על פני הכוכב השמאלי ? האם הכוכב הימני משפיע על שדה הכבידה שם ?

8. נתון כוכב שמסתו $M = 8\cdot10^{22}{}_{kg}$, ורדיוסו $R = 6\cdot10^5{}_m$. לוויין, שמסתו m , מסתובב סביב הכוכב במסלול מעגלי בגובה $h = 4\cdot10^4{}_m$ מפני הכוכב.

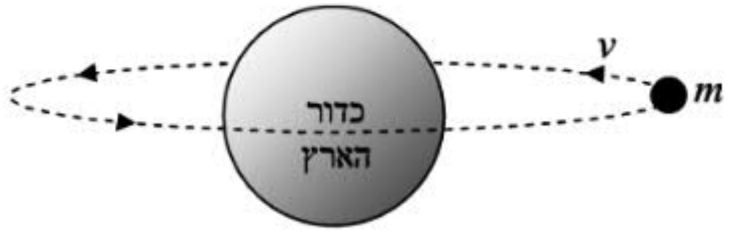


א. מהו רדיוס הסיבוב של הלוויין ?

ב. מהי מהירות הסיבוב v של הלוויין ? (רמז : בתנועה מעגלית הכוח הפועל על גוף שווה למסת הגוף כפול התאוצה הרדיאלית, שהיא $\frac{v^2}{R}$).

ג. מהו זמן המחזור של הסיבוב ? (רמז : היעזר בנוסחה $T = \frac{2\pi R}{v}$). רשום את התשובה בשעות.

9. הכוכב המתואר בציור הוא כדור הארץ. מתקינים על לוויין ריגול מצלמה, שתוכננה לצלם אובייקטים ממרחק של $d = 4,000_{km}$.



א. מה צריך להיות רדיוס הסיבוב של הלוויין על מנת שיצלם כפי שתוכנן ?

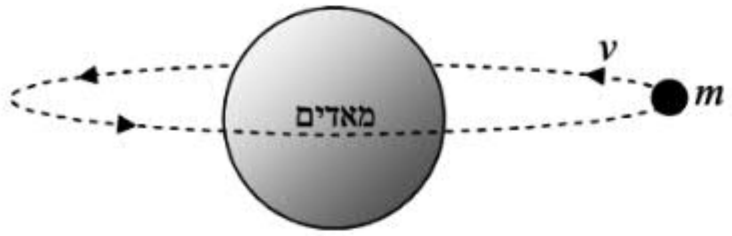
ב. מה תהיה מהירות הלוויין על מנת שיישאר בתנועתו המעגלית ?

ג. מה יהיה זמן המחזור של הלוויין ?

ד. כמה סיבובים עשה הלוויין בזמן שכדור הארץ עשה סיבוב אחד סביב צירו ? (רמז : כדור הארץ מסתובב סביב צירו במשך 24 שעות).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

10. הכוכב המתואר בציור הוא מאדים. מתכננים לוויין שיסתובב סביב הכוכב, כך שזמן המחזור של הסיבוב יהיה $T=10_h$ (10 שעות).

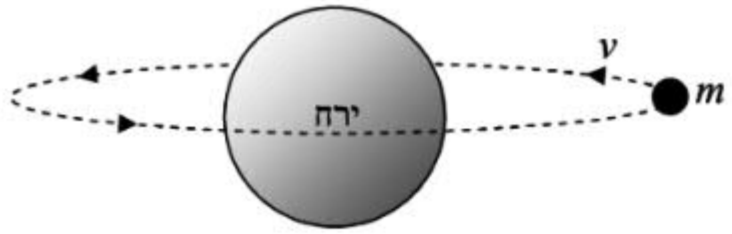


א. היעזר בנוסחה $T=\frac{2\pi r}{v}$, ובטא את מהירות הלוויין כפונקציה של רדיוס הסיבוב שלו.

ב. מה חייב להיות רדיוס הסיבוב של הלוויין ? (רמז : הכוח הפועל על גוף, שנע בתנועה מעגלית, שווה למסת הגוף כפול התאוצה הרדיאלית, שהיא $\frac{v^2}{R}$).

ג. מה יהיה גובה הלוויין מפני הקרקע של הכוכב ?

11. הכוכב המתואר בציור הוא הירח. מתקינים על לוויין מצלמה, המסוגלת לצלם אובייקטים בטווח מרחקים $500_{km} \le d \le 6,000_{km}$.

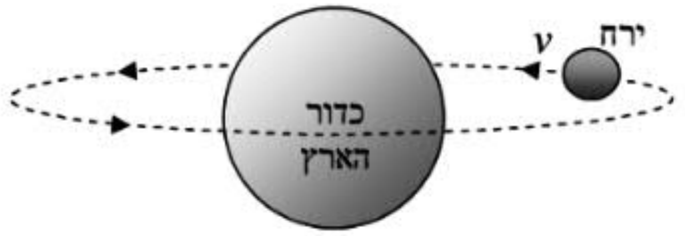


א. מהו טווח הרדיוסים, שבהם ניתן לסובב את הלוויין על מנת שיוכל לצלם ?

ב. מהו טווח המהירויות שיש להקנות ללוויין על מנת שיישאר בתנועתו המעגלית ?

ג. מהו זמן המחזור המינימלי והמקסימלי האפשרי ללוויין זה ?

12. הכוכב המתואר בציור הוא כדור הארץ. התייחס לירח שמסתובב סביבו כמו אל לוויין.



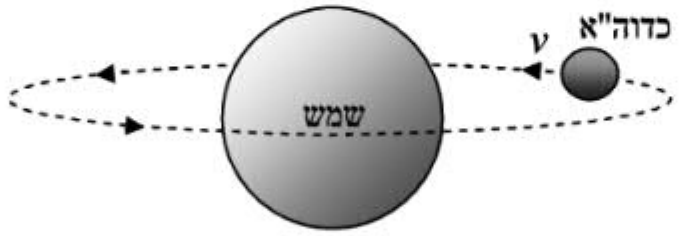
א. מהו הכוח שבו נמשך הירח לכדור הארץ ? מדוע הירח לא מתנגש בכדור הארץ ?

ב. רשום את משוואת הכוחות עבור הירח, ומצא את המהירות שבה הוא מסתובב סביב כדור הארץ.

ג. היעזר בנוסחה $T=\frac{2\pi R}{v}$, והוכח שזמן המחזור של הירח סביב כדור הארץ הוא כחודש.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

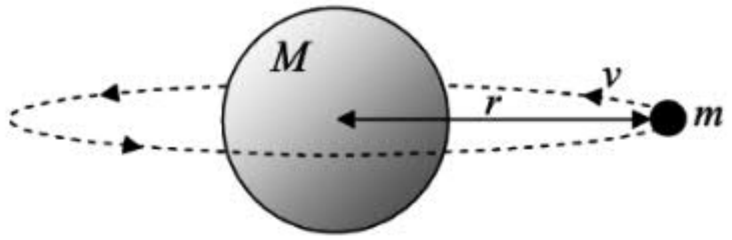
13. הכוכב המתואר בציור הוא השמש. התייחס לכדור הארץ, שמסתובב סביבו, כמו אל לוויין.



א. רשום את משוואת הכוחות עבור כדור הארץ, ומצא את המהירות שבה הוא מסתובב סביב השמש.

ב. היעזר בנוסחה $T=\frac{2\pi R}{v}$, והוכח שזמן המחזור של כדור הארץ סביב השמש הוא כשנה.

14. בציור מתואר כוכב שמסתו M. לוויין, שמסתו m, נע סביבו במסלול מעגלי שרדיוסו r (יש לבטא את התשובות בעזרת קבוע הגרביטציה G והפרמטרים המופיעים בשאלה).



א. מהו שדה הכבידה (תאוצת הכוכב g) במסלול שבו נמצא הלוויין ?

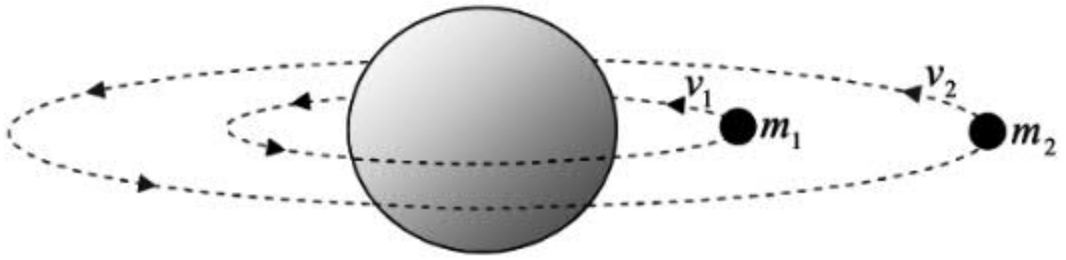
ב. מהי המהירות שבה מסתובב הלוויין סביב הכוכב ?

ג. בטא את מהירות הסיבוב של הלוויין באמצעות תאוצת הכוכב g שמצאת בסעיף א'.

ד. מהו זמן המחזור של הלוויין ?

ה. בטא את זמן המחזור של הלוויין באמצעות תאוצת הכוכב g שמצאת בסעיף א'.

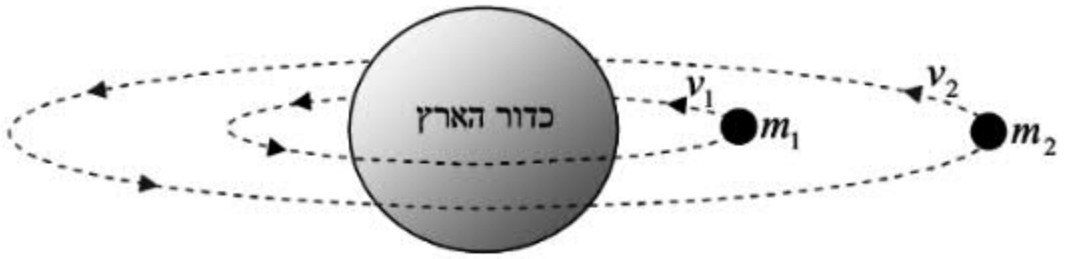
15. בציור מתוארים שני לוויינים המקיפים כוכב. רדיוס הסיבוב של האחד קטן פי 4 מרדיוס הסיבוב של האחר.



מהו היחס בין זמני המחזור של שני הלוויינים ? (רמז : היעזר בחוק קפלר $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$)

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

16. הכוכב המתואר בציור הוא כדור הארץ. רוצים לשים שני לוויינים שיסתובבו סביבו : לוויין אחד שמסתו m_1, צריך להיות בעל זמן מחזור $T_1 = 2_h$, ולוויין אחר שמסתו m_2, צריך להיות בעל זמן מחזור $T_2 = 6_h$.



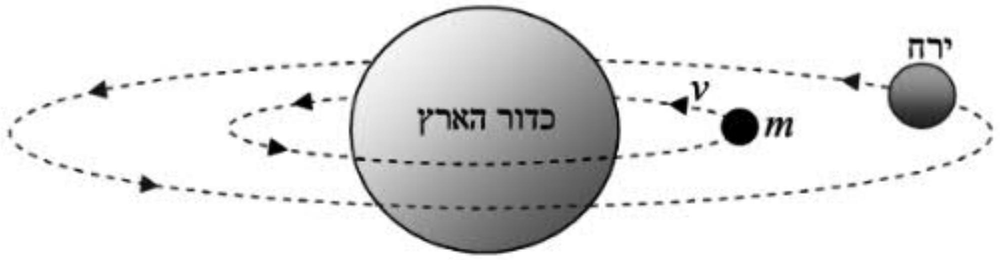
א. היעזר בנוסחה $T = \frac{2\pi R}{v}$ ובמשוואת הכוחות עבור הלוויין m_1, ומצא את רדיוס הסיבוב שלו.

ב. היעזר בנוסחה $T = \frac{2\pi R}{v}$ ובמשוואת הכוחות עבור הלוויין m_2, ומצא את רדיוס הסיבוב שלו.

ג. הצב את הערכים שקיבלת, והראה שחוק קפלר מתקיים עבור שני הלוויינים, כלומר : $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$

17. הכוכב המתואר בציור הוא כדור הארץ. רוצים לשים לוויין, שמסתו m, שיסתובב סביבו בזמן מחזור $T = 24_h$.

לצורך חישוב רדיוס הסיבוב נעזרים בידע, שהירח גם משמש כלוויין סביב כדור הארץ.

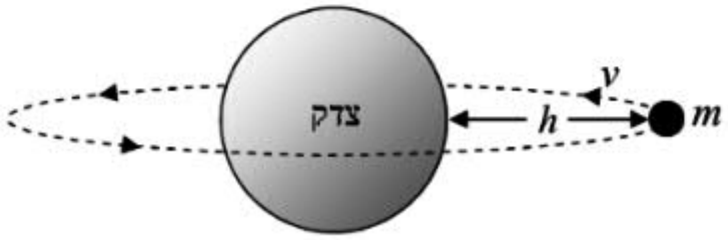


א. היעזר בחוק קפלר, ומצא את רדיוס הסיבוב של הלוויין.

ב. מהו שדה הכבידה באזור שבו נמצא הלוויין ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

18. הכוכב המתואר בציור הוא צדק. רוצים לשים לוויין, שמסתו m, שיסתובב סביבו בגובה $h = 10{,}000_{km}$ מפני הקרקע.

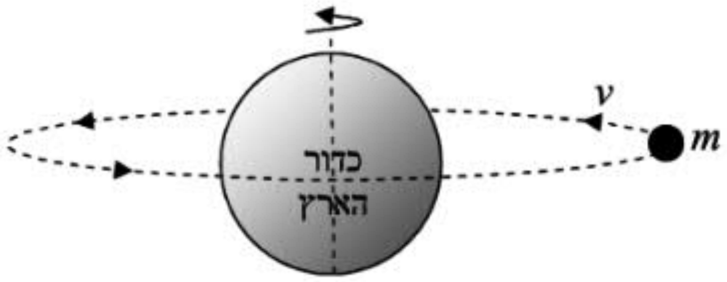


א. מה צריכה להיות מהירות הסיבוב של הלוויין ?

ב. מה יהיה זמן המחזור של אותו לוויין ?

ג. רוצים לשגר לוויין נוסף סביב צדק בגובה $1{,}000_{km}$ מפני הקרקע. היעזר בחוק קפלר, ומצא את זמן המחזור של הלוויין החדש.

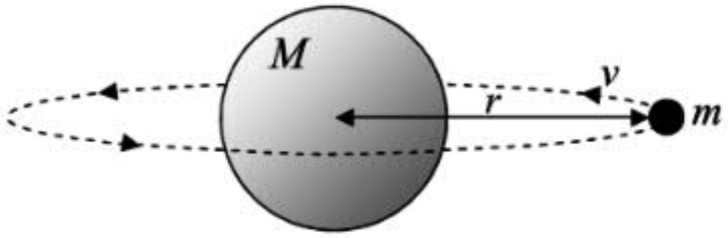
19. הכוכב המתואר בציור הוא כדור הארץ. רוצים לשים לוויין, שמסתו m, שיהיה כל הזמן מעל אותה נקודה על פני כדור הארץ - מעל קו המשווה (קו המשווה הוא קו דמיוני, המקיף את כדוה"א באמצע הדרך בין הקוטב הצפוני לקוטב הדרומי). ידוע שכדוה"א מסתובב סביב צירו בזמן מחזור של 24 שעות.



א. מה צריך להיות זמן המחזור של אותו לוויין ?

ב. מה יהיה רדיוס הסיבוב של הלוויין ?

20. בציור מתואר כוכב שמסתו M. לוויין נע במסלול מעגלי שרדיוסו r (יש לבטא את התשובות בעזרת קבוע הגרביטציה G והפרמטרים המופיעים בשאלה).



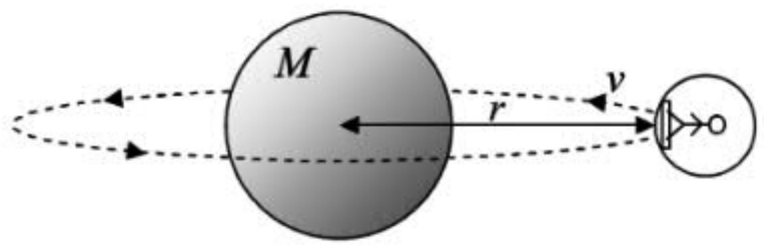
א. מצא את מהירות הלוויין.

ב. מהו זמן המחזור של הלוויין ?

ג. הראה ש- $\frac{T^2}{r^3}$ הוא גודל קבוע שאינו תלוי בפרמטרים הקשורים בלוויין. כיצד מוכח כך חוק קפלר ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

21. בציור מתואר כוכב שמסתו M. לוויין נע במסלול מעגלי שרדיוסו r. בתוך הלוויין נמצא אדם שעומד על משקל. מסתו של האדם היא m (יש לבטא את התשובות בעזרת קבוע הגרביטציה G והפרמטרים המופיעים בשאלה).



א. מצא את מהירות הלוויין.

ב. סמן את הכוחות הפועלים על האדם בתוך הלוויין.

ג. רשום את משוואת הכוחות הפועלים על האדם, ומצא את הכוח שבו הוא לוחץ על המשקל.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. $F = 1.0672\cdot 10^{12}\,_N$ הכוח בכיוון משיכה בין המסות.

2. $F = 3.543\cdot 10^{22}\,_N$ הכוח בכיוון משיכה בין המסות.

3. א. $\frac{GMm}{R^2} = mg \;\Rightarrow\; g = \frac{GM}{R^2} \;\Rightarrow\; g = 21.344\,\frac{m}{\sec^2}$

ב. $\frac{GMm}{r^2} = mg \;\Rightarrow\; g = \frac{GM}{(R+300{,}000)^2} \;\Rightarrow\; g = 8.3375\,\frac{m}{\sec^2}$

4. א. $\frac{GMm}{R^2} = mg \;\Rightarrow\; g = \frac{GM}{R^2} \;\Rightarrow\; g = 9.789\,\frac{m}{\sec^2}$

ב. גם אם נוסיף ל-R כמה קילומטרים, יהיה זה זניח, כי R הוא בסדר גודל של אלפי קילומטרים. לכן ערכו של g כמעט לא ישתנה במרווחים של כמה קילומטרים מעל פני כדוה"א.

5. א. $\frac{GMm}{r^2} = mg \;\Rightarrow\; g = \frac{GM}{(6.38\cdot 10^6 + 2000\cdot 10^3)^2} \;\Rightarrow\; g = 5.674\,\frac{m}{\sec^2}$

ב. $4\cdot\frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{R^2} \;\Rightarrow\; \frac{4}{r^2} = \frac{1}{(6.38\cdot 10^6)^2} \;\Rightarrow\; r = 1.276\cdot 10^7\,_m$

המרחק מפני הקרקע יהיה 6,380 ק"מ. ($h = r - R \;\Rightarrow\; h = 6.38\cdot 10^6\,_m$)

6. א. $F = \frac{G\cdot m_1\cdot m}{(0.5d)^2} - \frac{G\cdot m_2\cdot m}{(0.5d)^2} \;\Rightarrow\; F = 0.222_N$ כיוון הכוח הוא לכוכב שמסתו m_1.

ב. $\frac{G\cdot m_1\cdot m}{x^2} = \frac{G\cdot m_2\cdot m}{(d-x)^2} \;\Rightarrow\; \frac{m_1}{x^2} = \frac{m_2}{(d-x)^2} \;\Rightarrow\; x = \frac{2d}{3}$ (x הוא המרחק בין החללית למרכז הכוכב השמאלי).

המרחק מפני הקרקע של הכוכב השמאלי יהיה $x - R_1 = 7.97\cdot 10^8\,_m$ (כלומר 797,000 ק"מ).

ג. $F = \frac{G\cdot m_1\cdot m}{R_1^2} \;\Rightarrow\; F = 11{,}857.78_N$

ד. $F = \frac{G\cdot m_2\cdot m}{(d-R_1)^2} \;\Rightarrow\; F = 0.0186_N$ כוח זה זניח בהשוואה לכוח שהכוכב השמאלי מושך אליו את החללית, ולכן ניתן לומר שאינו משפיע על החללית.

7. א. $mg = \frac{G\cdot m_1\cdot m}{(0.5d)^2} - \frac{G\cdot m_2\cdot m}{(0.5d)^2} \;\Rightarrow\; g = \frac{G\cdot(m_1 - m_2)}{(0.5d)^2} \;\Rightarrow\; g = 0.3474\,\frac{m}{\sec^2}$ כיוון שדה הכבידה הוא לכוכב שמסתו m_1.

ב. $\frac{G\cdot m_1\cdot m}{x^2} = \frac{G\cdot m_2\cdot m}{(d-x)^2} \;\Rightarrow\; \frac{m_1}{x^2} = \frac{m_2}{(d-x)^2} \;\Rightarrow\; x = \frac{4d}{5}$ (x הוא המרחק בין החללית למרכז הכוכב השמאלי).

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

המרחק מפני הקרקע של הכוכב הימני יהיה $d-x-R_2=9.2\cdot10^6{}_m$ (כלומר 9,200 ק"מ).

ג. $mg=\frac{G\cdot m_1\cdot m}{R_1^2} \Rightarrow g=592.889_{\frac{m}{sec^2}}$ השפעת הכוכב הימני על שדה הכבידה שם היא זניחה.

8. א. $r=R+h \Rightarrow r=640,000_m$

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}} \Rightarrow v=2,887.473_{\frac{m}{sec}}$

ג. $T=\frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T=1,392.65_{sec}$

9. א. $r=R_{\text{כדוה"א}}+d \Rightarrow r=1.038\cdot10^7{}_m$

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}} \Rightarrow v=6,195.79_{\frac{m}{sec}}$

ג. $T=\frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T=10,526.41_{sec}$ (כלומר 2.924 שעות).

ד. בזמן שכדור הארץ השלים סיבוב אחד סביב צירו עשה הלוויין כ-8.2 סיבובים.

10. א. $T=\frac{2\pi r}{v} \Rightarrow 10\cdot60\cdot60=\frac{2\pi r}{v} \Rightarrow v=1.745\cdot10^{-4}r$

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=v^2 \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=(1.745\cdot10^{-4}r)^2 \Rightarrow r=1.12\cdot10^7{}_m$

ג. גובה הלוויין מפני הקרקע של הכוכב יהיה $r-R_{\text{מאדים}}=7.802\cdot10^6{}_m$ (כלומר 7,802 ק"מ).

11. א. $r_{min}=R_{\text{ירח}}+d_{min} \Rightarrow r_{min}=2.24\cdot10^6{}_m$ $\quad$ $r_{max}=R_{\text{ירח}}+d_{max} \Rightarrow r_{max}=7.74\cdot10^6{}_m$

טווח הרדיוסים יהיה: $2.24\cdot10^6{}_m \le r \le 7.74\cdot10^6{}_m$

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}} \Rightarrow v_{min}=795.859_{\frac{m}{sec}}$, $v_{max}=1,479.39_{\frac{m}{sec}}$

טווח המהירויות יהיה: $795.859_{\frac{m}{sec}} \le v \le 1,479.39_{\frac{m}{sec}}$

ג. $T=\frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T_{min}=9,513.6_{sec}$, $T_{max}=61,106.12_{sec}$ $\quad (2.64_h \le T \le 16.97_h)$

12. א. $F=\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} \Rightarrow F=1.986\cdot10^{20}{}_N$ הירח לא מתנגש בכדוה"א, כי הוא מבצע תנועה מעגלית, והכוח משנה רק את כיוון מהירותו המשיקית.

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}} \Rightarrow v=1,018.66_{\frac{m}{sec}}$

ג. $T=\frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T=2.369\cdot10^6{}_{sec} \Rightarrow T=27.4_{\text{ימים}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

13. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}} \Rightarrow v=29,786.787_{\frac{m}{sec}}$

ב. $T=\frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T=3.156\cdot10^6{}_{sec} \Rightarrow T=365.24_{\text{ימים}}$

14. א. $mg=\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} \Rightarrow g=\frac{G\cdot M}{r^2}$

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$

ג. $v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}=\sqrt{\frac{G\cdot M\cdot r}{r^2}}=\sqrt{gr}$

ד. $T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}}=\frac{2\pi r\sqrt{r}}{\sqrt{G\cdot M}}=\sqrt{\frac{4\pi^2r^3}{GM}}$

ה. $T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi r}{\sqrt{gr}}=2\pi\sqrt{\frac{r^2}{gr}}=2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$

15. $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2=\left(\frac{r_1}{4r_1}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2=\frac{1}{64} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{8}$

זמן המחזור של הלוויין בעל רדיוס הסיבוב הקטן יהיה קטן פי 8 מזה של הלוויין בעל רדיוס הסיבוב הגדול.

16. א. $T_1=\frac{2\pi r_1}{v_1} \Rightarrow v_1=\frac{2\pi r_1}{T_1} \Rightarrow v_1=8.7266\cdot10^{-4}r_1$

$\frac{G\cdot M\cdot m_1}{r_1^2}=\frac{m v_1^2}{r_1} \Rightarrow v_1^2=\frac{G\cdot M}{r_1}$

משתי המשוואות נקבל: $r_1=8.058\cdot10^6{}_m \Leftarrow (8.7266\cdot10^{-4}r_1)^2=\frac{G\cdot M}{r_1}$

ב. $T_2=\frac{2\pi r_2}{v_2} \Rightarrow v_2=\frac{2\pi r_2}{T_2} \Rightarrow v_2=2.9089\cdot10^{-4}r_2$

$\frac{G\cdot M\cdot m_2}{r_2^2}=\frac{m v_2^2}{r_2} \Rightarrow v_2^2=\frac{G\cdot M}{r_2}$

משתי המשוואות נקבל: $r_2=1.673\cdot10^7{}_m \Leftarrow (2.9089\cdot10^{-4}r_2)^2=\frac{G\cdot M}{r_2}$

ג. $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2=\left(\frac{2\cdot3600}{6\cdot3600}\right)^2=0.111$ $\quad$ $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3=\left(\frac{8.058\cdot10^6}{1.673\cdot10^7}\right)^3=0.111$ ולכן: $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$

17. א. $\left(\frac{T}{T_{moon}}\right)^2=\left(\frac{r}{r_{moon}}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{24\cdot3600}{27.3\cdot24\cdot3600}\right)^2=\left(\frac{r}{3.84\cdot10^8}\right)^3 \Rightarrow r=4.235\cdot10^7{}_m$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ב. $mg = \frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} \Rightarrow g = \frac{G\cdot M}{r^2} \Rightarrow g = 0.222_{\frac{m}{sec^2}}$

18. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G\cdot M}{r}} \Rightarrow v = 39{,}447.97_{\frac{m}{sec}}$

ב. $T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = 12{,}965.21_{sec} \Rightarrow T = 3.6_h$

ג. $\left(\frac{T}{T_m}\right)^2 = \left(\frac{r}{r_m}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T}{12{,}965.21}\right)^2 = \left(\frac{72.4\cdot10^6}{81.4\cdot10^6}\right)^3 \Rightarrow T = 10{,}875.54_{sec} \Rightarrow T = 3.021_h$

19. א. $T = 24_h$ (כמו זמן המחזור של כדור הארץ).

ב. $T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow v = 7.2722\cdot10^{-5}r$

$$\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{G\cdot M}{r}$$

משתי המשוואות נקבל: $(7.2722\cdot10^{-5}r)^2 = \frac{G\cdot M}{r} \Rightarrow r = 4.2236\cdot10^7_m$

20. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$

ב. $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}} = \frac{2\pi r\sqrt{r}}{\sqrt{G\cdot M}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$

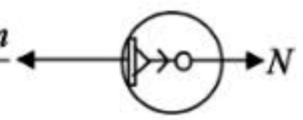
ג. $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ קיבלנו שהיחס הוא קבוע ותלוי במסת הכוכב. לכן כל לוויין יקיים את התנאי הזה.

נוכל לרשום: $\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$

21. א. $v = \sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$

ב.

$\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}$



ג. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} - N = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} - N = \frac{m\cdot\frac{G\cdot M}{r}}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} - N = \frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}$

ומכאן נקבל ש-$N = 0$, כלומר האדם מרחף בתוך הלוויין ומרגיש חסר משקל.

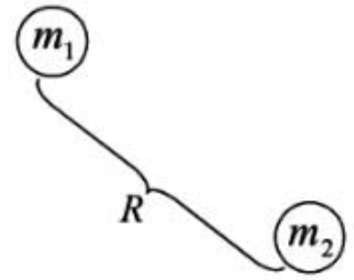
© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

גרביטציה – אנרגיות

נוסחאות

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית

$E = -\frac{G\cdot m_1\cdot m_2}{R}$ האנרגיה היא העבודה הדרושה להביא את אחת המסות מהאינסוף ליד המסה האחרת.

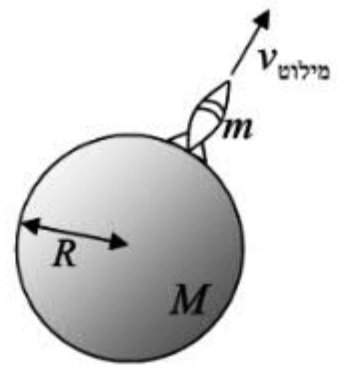


G קבוע הגרביטציה. $G = 6.67\cdot10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{kg^2}$

R המרחק בין מרכז מסה אחת למרכז המסה האחרת.

מציאת מהירות המילוט v מכוכב

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הטיל בתוספת האנרגיה הקינטית שלו, כשהוא על פני הכוכב, שווה לאנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הטיל, כשהוא רחוק מאוד מהשפעת הכוכב (באינסוף).



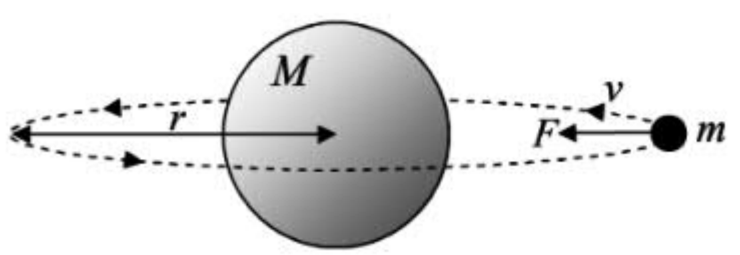
$$-\frac{G\cdot M\cdot m}{R} + \frac{mv^2}{2} = -\frac{G\cdot M\cdot m}{"\infty"} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

משוואת הכוחות עבור לוויין

$F = \frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$ (v היא המהירות המשיקית של הלוויין).

זמן המחזור של לוויין

$$\begin{cases} T = \frac{2\pi r}{v} \\ v = \sqrt{\frac{G\cdot M}{r}} \end{cases} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G\cdot M}$$



האנרגיה הכוללת שיש ללוויין

$$E_{TOTAL} = -\frac{G\cdot M\cdot m}{r} + \frac{mv^2}{2} = -\frac{G\cdot M\cdot m}{r} + \frac{m\cdot\frac{G\cdot M}{r}}{2} = -\frac{G\cdot M\cdot m}{r} + \frac{G\cdot M\cdot m}{2r} = -\frac{G\cdot M\cdot m}{2r}$$

חוק קפלר השלישי

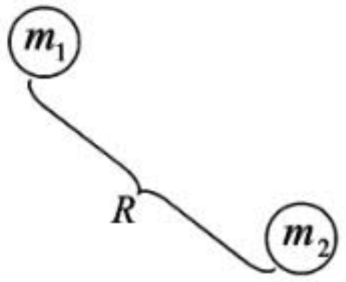
2 לוויינים, המקיפים את אותו הכוכב, מקיימים: $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

נתונים בסיסיים עבור כמה כוכבי לכת

	מסה (kg)	רדיוס (m)	רדיוס מסלול ממוצע (m)	זמן מחזור
שמש	$1.99\cdot10^{30}$	$6.96\cdot10^{8}$		
ירח	$7.35\cdot10^{22}$	$1.74\cdot10^{6}$	$3.84\cdot10^{8}$	27.3 יממות
ארץ (Earth)	$5.974\cdot10^{24}$	$6.38\cdot10^{6}$	$149.6\cdot10^{9}$	1.00 שנים
מאדים (Mars)	$0.642\cdot10^{24}$	$3.4\cdot10^{6}$	$227.9\cdot10^{9}$	1.881 שנים
צדק (Jupiter)	$1899.1\cdot10^{24}$	$71.4\cdot10^{6}$	$778.3\cdot10^{9}$	11.86 שנים

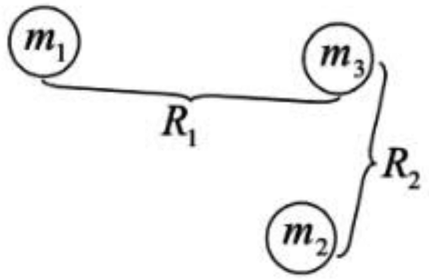
1. נתון כוכב, שמסתו $m_1 = 2\cdot10^{18}{}_{kg}$, וכוכב אחר, שמסתו $m_2 = 8\cdot10^{20}{}_{kg}$. המרחק בין מרכזי שני הכוכבים הוא $R = 3\cdot10^{10}{}_{m}$.



א. מהי האנרגיה הכובדית של המסה m_1 ? מה משמעות התוצאה שקיבלת ?

ב. מהי האנרגיה הכובדית של המסה m_2 ? מה משמעות התוצאה שקיבלת ?

2. בציור מתוארות 3 מסות : $m_1 = 2\cdot10^{15}{}_{kg}$, $m_2 = 4\cdot10^{14}{}_{kg}$, $m_3 = 6\cdot10^{16}{}_{kg}$. המרחק בין מרכזי המסות m_1, m_2 הוא $R_1 = 8\cdot10^{6}{}_{m}$, והמרחק בין מרכזי המסות m_2, m_3 הוא $R_2 = 2\cdot10^{6}{}_{m}$.

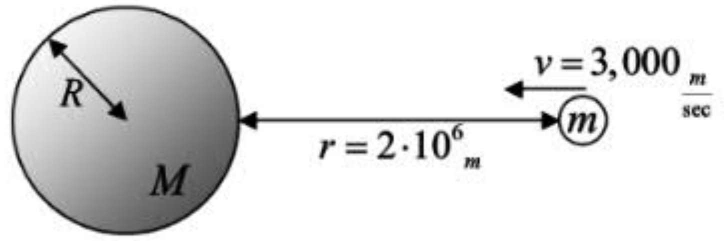


א. מהי האנרגיה הכובדית של המסה m_3 ?

ב. מה משמעות התוצאה שקיבלת ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

3. נתון כוכב, שמסתו $M = 6\cdot10^{21}{}_{kg}$ ורדיוסו $R = 5\cdot10^{5}{}_{m}$. מטאור, שמסתו $m = 2{,}000_{kg}$, נע לעבר הכוכב. ידוע שכאשר המרחק בין המטאור לפני הקרקע של הכוכב הוא $r = 2\cdot10^{6}{}_{m}$, מהירות המטאור היא $v = 3{,}000\,\frac{m}{sec}$.



א. מהי האנרגיה הכוללת (קינטית וכובדית) שיש למטאור ברגע המתואר בציור ?

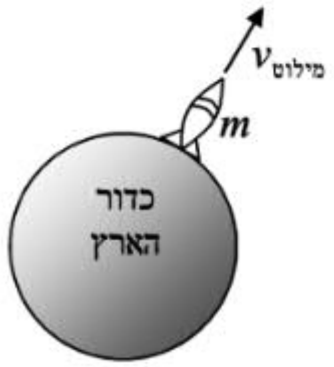
ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות פגיעתו של המטאור בפני הכוכב.

4. מטאור שמסתו $m = 500_{kg}$ נע לעבר כדור הארץ. ידוע שכאשר המרחק בין המטאור לבין כדור הארץ היה גדול מאוד (והמטאור לא הושפע מכדור הארץ), הייתה מהירות המטאור $v = 6{,}000\,\frac{m}{sec}$.

א. מהי האנרגיה הכוללת (קינטית וכובדית) שיש למטאור כשהוא מרוחק מאוד מכדור הארץ ?

ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות פגיעתו של המטאור בפני הקרקע של כדור הארץ.

5. רוצים לשלח טיל מפני הקרקע של כדור הארץ שיגיע לחלל. מסת הטיל היא $m = 5{,}000_{kg}$. המהירות שבה משלחים את הטיל נקראת מהירות המילוט, וזו המהירות המינימלית הדרושה כדי שהטיל יגיע לחלל, הרחק מהשפעת כדור הארץ.



א. מה תהיה האנרגיה של הטיל כשיהיה מרוחק מהשפעת כדור הארץ ? (רמז : מהירות הטיל שם תהיה 0).

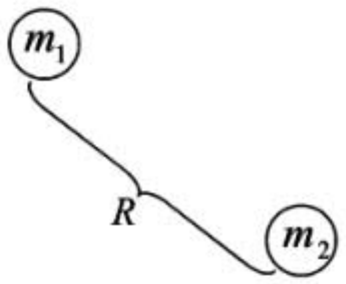
ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות המילוט שיש להעניק לטיל.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

נתונים בסיסיים עבור כמה כוכבי לכת

	מסה (kg)	רדיוס (m)	רדיוס מסלול ממוצע (m)	זמן מחזור
שמש	$1.99\cdot10^{30}$	$6.96\cdot10^{8}$		
ירח	$7.35\cdot10^{22}$	$1.74\cdot10^{6}$	$3.84\cdot10^{8}$	27.3 יממות
ארץ (Earth)	$5.974\cdot10^{24}$	$6.38\cdot10^{6}$	$149.6\cdot10^{9}$	1.00 שנים
מאדים (Mars)	$0.642\cdot10^{24}$	$3.4\cdot10^{6}$	$227.9\cdot10^{9}$	1.881 שנים
צדק (Jupiter)	$1899.1\cdot10^{24}$	$71.4\cdot10^{6}$	$778.3\cdot10^{9}$	11.86 שנים

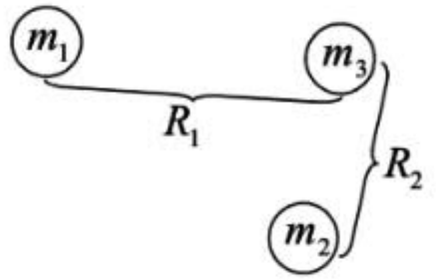
1. נתון כוכב, שמסתו $m_1 = 2\cdot10^{18}_{kg}$, וכוכב אחר, שמסתו $m_2 = 8\cdot10^{20}_{kg}$. המרחק בין מרכזי שני הכוכבים הוא $R = 3\cdot10^{10}_{m}$.



א. מהי האנרגיה הכובדית של המסה m_1 ? מה משמעות התוצאה שקיבלת ?

ב. מהי האנרגיה הכובדית של המסה m_2 ? מה משמעות התוצאה שקיבלת ?

2. בציור מתוארות 3 מסות : $m_1 = 2\cdot10^{15}_{kg}$, $m_2 = 4\cdot10^{14}_{kg}$, $m_3 = 6\cdot10^{16}_{kg}$. המרחק בין מרכזי המסות m_1, m_2 הוא $R_1 = 8\cdot10^{6}_{m}$, והמרחק בין מרכזי המסות m_2, m_3 הוא $R_2 = 2\cdot10^{6}_{m}$.

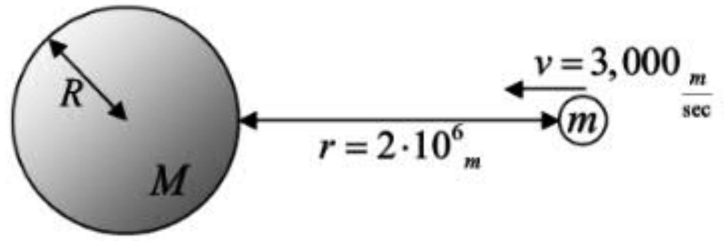


א. מהי האנרגיה הכובדית של המסה m_3 ?

ב. מה משמעות התוצאה שקיבלת ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

3. נתון כוכב, שמסתו $M = 6\cdot10^{21}_{kg}$ ורדיוסו $R = 5\cdot10^{5}_{m}$. מטאור, שמסתו $m = 2{,}000_{kg}$, נע לעבר הכוכב. ידוע שכאשר המרחק בין המטאור לפני הקרקע של הכוכב הוא $r = 2\cdot10^{6}_{m}$, מהירות המטאור היא $v = 3{,}000\frac{m}{sec}$.



א. מהי האנרגיה הכוללת (קינטית וכובדית) שיש למטאור ברגע המתואר בציור ?

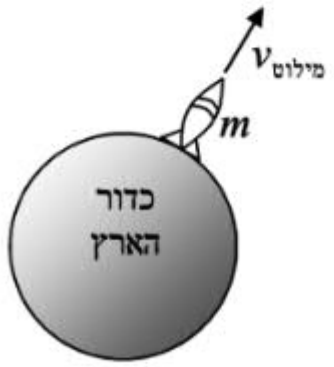
ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות פגיעתו של המטאור בפני הכוכב.

4. מטאור שמסתו $m = 500_{kg}$ נע לעבר כדור הארץ. ידוע שכאשר המרחק בין המטאור לבין כדור הארץ היה גדול מאוד (והמטאור לא הושפע מכדור הארץ), הייתה מהירות המטאור $v = 6{,}000\frac{m}{sec}$.

א. מהי האנרגיה הכוללת (קינטית וכובדית) שיש למטאור כשהוא מרוחק מאוד מכדור הארץ ?

ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות פגיעתו של המטאור בפני הקרקע של כדור הארץ.

5. רוצים לשלח טיל מפני הקרקע של כדור הארץ שיגיע לחלל. מסת הטיל היא $m = 5{,}000_{kg}$. המהירות שבה משלחים את הטיל נקראת מהירות המילוט, וזו המהירות המינימלית הדרושה כדי שהטיל יגיע לחלל, הרחק מהשפעת כדור הארץ.

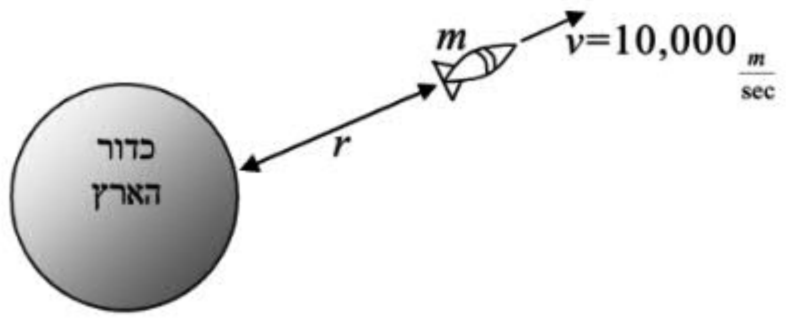


א. מה תהיה האנרגיה של הטיל כשיהיה מרוחק מהשפעת כדור הארץ ? (רמז : מהירות הטיל שם תהיה 0).

ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירות המילוט שיש להעניק לטיל.

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

6. מהירותו של טיל, שמסתו $m=2,500_{kg}$, והוא נמצא במרחק $r=2,000_{km}$ מפני הקרקע של כדור הארץ, היא $v=10,000\,\frac{m}{sec}$ בכיוון החלל החיצון. מנועי הטיל כבויים.



א. מהי תהיה האנרגיה הכוללת של הטיל כשהוא במקום המתואר בשאלה ?

ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירותו של הטיל במרחק $5,000_{km}$ מפני הקרקע של כדוה"א.

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירותו של הטיל כשהוא רחוק מאוד מכדוה"א ולא מושפע ממנו.

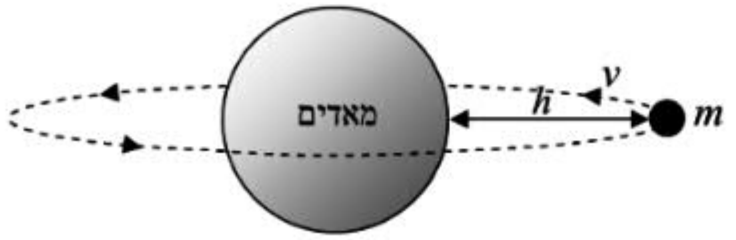
7. משגרים טיל מפני הקרקע של הירח. מסת הטיל היא $m=1,600_{kg}$.

א. מהי מהירות המילוט מהירח ?

ב. משגרים את הטיל במהירות השווה למחצית מהירות המילוט שחישבת. לאיזה גובה יגיע הטיל מפני הקרקע של הירח ?

ג. משגרים את הטיל במהירות השווה לכפליים ממהירות המילוט שחישבת. מה תהיה מהירות הטיל הרחק מהשפעתו של הירח ?

8. הכוכב בציור הוא מאדים. לוויין, שמסתו $m=1,500_{kg}$, מסתובב סביב הכוכב במסלול מעגלי בגובה $h=4\cdot10^6_m$ מפני הכוכב.

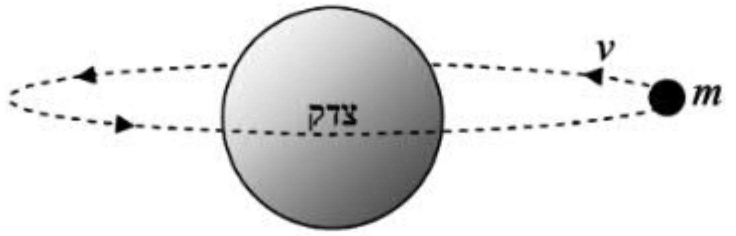


א. מהי מהירות הסיבוב v של הלוויין ?

ב. חשב את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית שיש ללוויין, ואת האנרגיה הקינטית שלו.

ג. חשב את סך האנרגיה שיש ללוויין ע"י סכום האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאנרגיה הקינטית, שחישבת בסעיף ב', והראה שהיא זהה לאנרגיה המתקבלת משימוש בנוסחה : $E_{TOTAL}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2r}$ (r הוא רדיוס הסיבוב של הלוויין).

9. הכוכב בציור הוא צדק. לוויין שמסתו $m=900_{kg}$ מסתובב סביב הכוכב במסלול מעגלי בזמן מחזור $T=48_h$ (48 שעות).



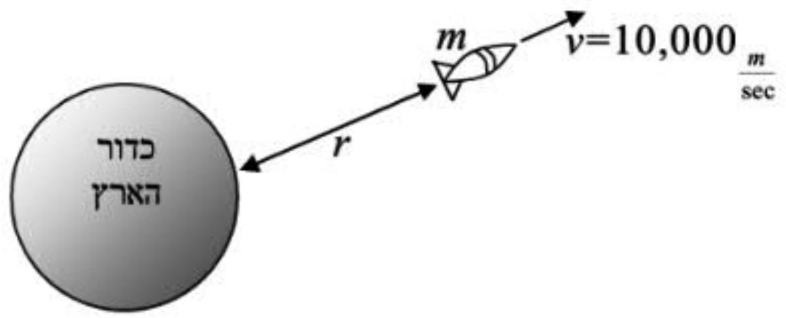
א. מהי מהירות הסיבוב v של הלוויין ?

ב. מהי האנרגיה הכוללת שיש ללוויין ?

ג. מה הייתה האנרגיה הכוללת של הלוויין, אילו היה במסלול מעגלי שרדיוסו גדול פי 3 מהמסלול הנוכחי ?
(רמז : היעזר בנוסחה $E_{TOTAL}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2r}$).

ד. מהי תוספת האנרגיה שיש להעניק ללוויין כדי שינוע במסלול מעגלי, שרדיוסו גדול פי 3 מהמסלול הנוכחי ?

6. מהירותו של טיל, שמסתו $m = 2,500_{kg}$, והוא נמצא במרחק $r = 2,000_{km}$ מפני הקרקע של כדור הארץ, היא $v = 10,000 \frac{m}{sec}$ בכיוון החלל החיצון. מנועי הטיל כבויים.



א. מהי תהיה האנרגיה הכוללת של הטיל כשהוא במקום המתואר בשאלה ?

ב. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירותו של הטיל במרחק $5,000_{km}$ מפני הקרקע של כדוה"א.

ג. היעזר בחוק שימור האנרגיה, ומצא את מהירותו של הטיל כשהוא רחוק מאוד מכדוה"א ולא מושפע ממנו.

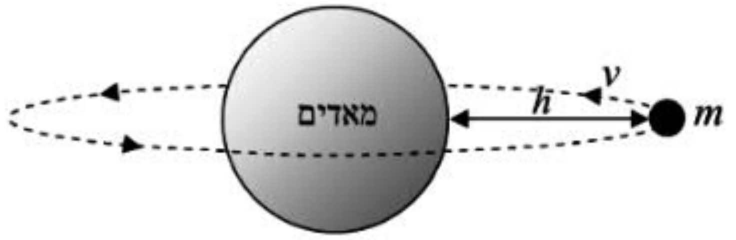
7. משגרים טיל מפני הקרקע של הירח. מסת הטיל היא $m = 1,600_{kg}$.

א. מהי מהירות המילוט מהירח ?

ב. משגרים את הטיל במהירות השווה למחצית מהירות המילוט שחישבת. לאיזה גובה יגיע הטיל מפני הקרקע של הירח ?

ג. משגרים את הטיל במהירות השווה לכפליים ממהירות המילוט שחישבת. מה תהיה מהירות הטיל הרחק מהשפעתו של הירח ?

8. הכוכב בציור הוא מאדים. לוויין, שמסתו $m = 1,500_{kg}$, מסתובב סביב הכוכב במסלול מעגלי בגובה $h = 4 \cdot 10^6_m$ מפני הכוכב.

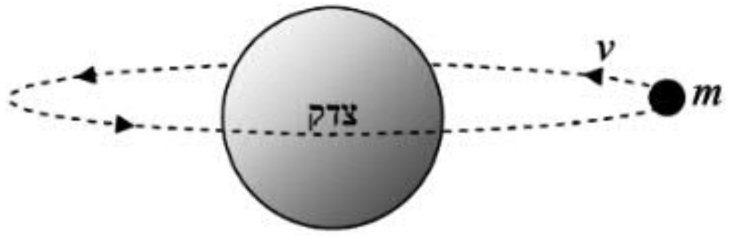


א. מהי מהירות הסיבוב v של הלוויין ?

ב. חשב את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית שיש ללוויין, ואת האנרגיה הקינטית שלו.

ג. חשב את סך האנרגיה שיש ללוויין ע"י סכום האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאנרגיה הקינטית, שחישבת בסעיף ב', והראה שהיא זהה לאנרגיה המתקבלת משימוש בנוסחה : $E_{TOTAL} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2r}$ (r הוא רדיוס הסיבוב של הלוויין).

9. הכוכב בציור הוא צדק. לוויין שמסתו $m = 900_{kg}$ מסתובב סביב הכוכב במסלול מעגלי בזמן מחזור $T = 48_h$ (48 שעות).



א. מהי מהירות הסיבוב v של הלוויין ?

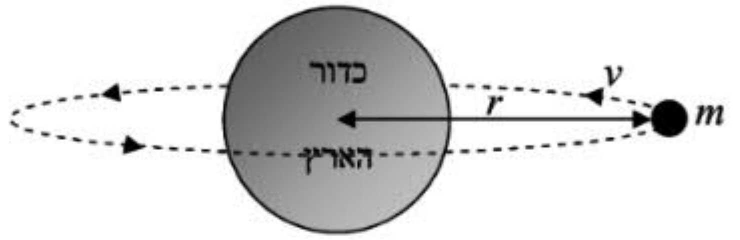
ב. מהי האנרגיה הכוללת שיש ללוויין ?

ג. מה הייתה האנרגיה הכוללת של הלוויין, אילו היה במסלול מעגלי שרדיוסו גדול פי 3 מהמסלול הנוכחי ?

(רמז : היעזר בנוסחה $E_{TOTAL} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2r}$).

ד. מהי תוספת האנרגיה שיש להעניק ללוויין כדי שינוע במסלול מעגלי, שרדיוסו גדול פי 3 מהמסלול הנוכחי ?

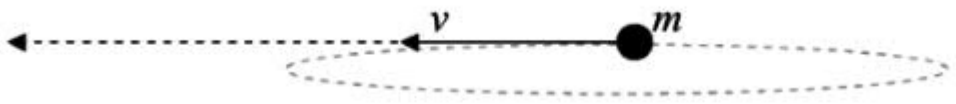
10. הכוכב בציור הוא כדור הארץ. לוויין שמסתו $m = 1,200_{kg}$ מסתובב סביב הכוכב במסלול מעגלי שרדיוסו $r = 9\cdot 10^6_m$.



א. מהי מהירות הסיבוב v של הלוויין ?

ב. מהי האנרגיה הכוללת שיש ללוויין ?

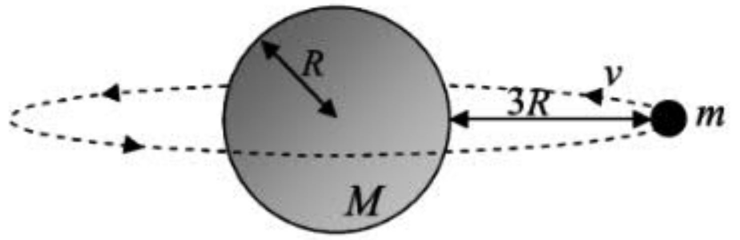
ג. רוצים להעניק ללוויין מהירות, כך שיתנתק ממסלולו ויברח מתחום ההשפעה של כדור הארץ. מהי התוספת שיש להעניק למהירות הנוכחית של הלוויין כדי שיימלט מתחום ההשפעה של כדוה"א, בהנחה שהתוספת למהירות ניתנת באותו כיוון של המהירות הנוכחית ? (רמז : חשב את מהירות המילוט מהגובה שבו נמצא הלוויין, והחסר ממנה את המהירות שכבר יש ללוויין).



מהירות המילוט ניתנת באותו כיוון של המהירות הנוכחית של הלוויין.

ד. מהי התוספת שיש להעניק למהירות הנוכחית של הלוויין כדי שיימלט מתחום ההשפעה של כדוה"א, בהנחה שהתוספת למהירות ניתנת בכיוון הנגדי למהירות הנוכחית ?

11. רוצים להקים תחנת חלל שמסתה m, כך שתנוע במסלול מעגלי בגובה $3R$ מפני הקרקע של כוכב, שמסתו M ורדיוסו R. מביאים את תחנת החלל למקומה בשני שלבים : בשלב הראשון משגרים אותה מפני הקרקע לגובה הרצוי, ובשלב השני נותנים לה את המהירות המשיקית הדרושה כדי שתנוע במסלול המעגלי המיועד.

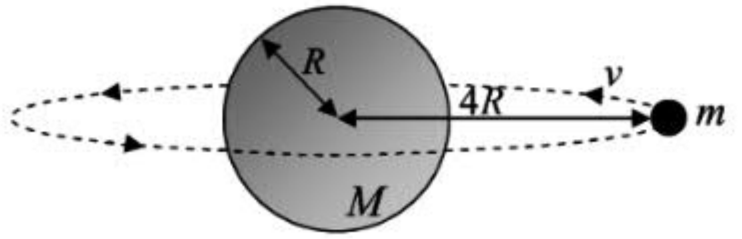


א. מהי המהירות, שבה יש לשגר את תחנת החלל מפני הקרקע, כדי שתגיע לגובה הרצוי ?

ב. איזו מהירות משיקית יש להקנות לתחנה כדי שתנוע במסלול המעגלי ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. לוויין שמסתו m מסתובב סביב כוכב שמסתו M ורדיוסו R. רדיוס הסיבוב של הלוויין גדול פי 4 מרדיוס הכוכב.

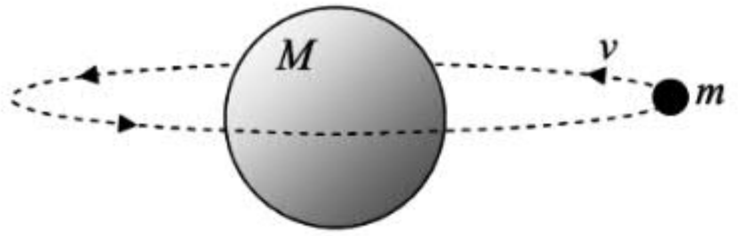


א. מהי מהירות הסיבוב v של הלוויין ?

ב. רוצים לשנות את מסלול הלוויין, כך שמהירות הסיבוב שלו תגדל פי 9. מצא את רדיוס המסלול החדש של הלוויין.

ג. מהו השינוי באנרגיה של הלוויין בעוברו מהמסלול המקורי למסלולו החדש ?

13. לוויין שמסתו m מסתובב סביב כוכב שמסתו M. ידוע ששדה הכבידה באזור שבו נמצא הלוויין הוא g.



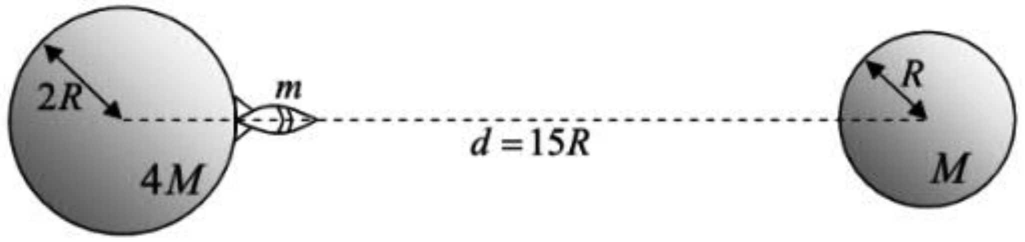
א. מהו רדיוס הסיבוב של הלוויין ?

ב. מהי מהירות הסיבוב של הלוויין ?

ג. מהי מהירות המילוט בנקודה שבה נמצא הלוויין ?

ד. מהי התוספת שיש להעניק למהירות הנוכחית של הלוויין כדי שיימלט מתחום ההשפעה של הכוכב, בהנחה שהתוספת למהירות ניתנת באותו כיוון של המהירות הנוכחית ?

14. נתונים שני כוכבי לכת. מסתו של האחד היא $4M$ ורדיוסו $2R$. מסתו של השני היא M ורדיוסו R. מרכז הכוכב האחד מרוחק ממרכז הכוכב השני $d = 15R$. משלחים חללית, שמסתה m, מפני הקרקע של הכוכב שמסתו $4M$ לכיוון הכוכב האחר.



א. מהי סך האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית שיש לחללית כשהיא על פני הקרקע של הכוכב השמאלי ?

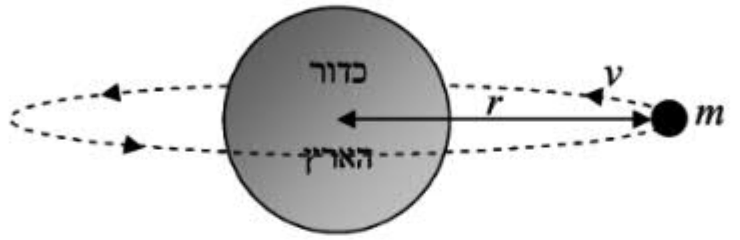
ב. באיזה מרחק מפני הקרקע של הכוכב השמאלי תרגיש החללית שהיא בשיווי משקל ?

ג. מהי המהירות המינימלית שיש להקנות לחללית כדי שתגיע לכוכב האחר ? (רמז : די שהיא תגיע לנקודה שחישבת בסעיף ב', כי משם היא כבר תיפול לכוכב).

ד. מהי המהירות שבה תפגע החללית בקרקע של הכוכב הימני, בהנחה ששוגרה במהירות שחישבת בסעיף ג' ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

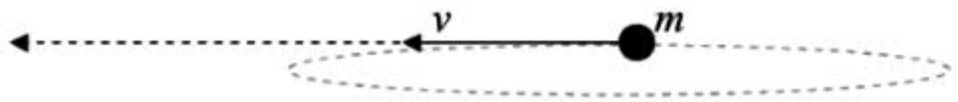
10. הכוכב בציור הוא כדור הארץ. לוויין שמסתו $m=1,200_{kg}$ מסתובב סביב הכוכב במסלול מעגלי שרדיוסו $r=9\cdot10^6_{m}$.



א. מהי מהירות הסיבוב v של הלוויין ?

ב. מהי האנרגיה הכוללת שיש ללוויין ?

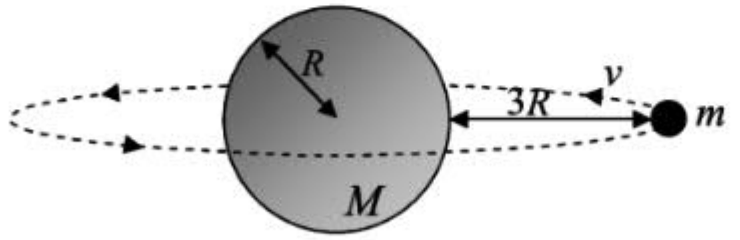
ג. רוצים להעניק ללוויין מהירות, כך שיתנתק ממסלולו ויברח מתחום ההשפעה של כדור הארץ. מהי <u>התוספת</u> שיש להעניק למהירות הנוכחית של הלוויין כדי שיימלט מתחום ההשפעה של כדוה"א, בהנחה שהתוספת למהירות ניתנת באותו כיוון של המהירות הנוכחית ? (רמז : חשב את מהירות המילוט מהגובה שבו נמצא הלוויין, והחסר ממנה את המהירות שכבר יש ללוויין).



מהירות המילוט ניתנת באותו כיוון של המהירות הנוכחית של הלוויין.

ד. מהי <u>התוספת</u> שיש להעניק למהירות הנוכחית של הלוויין כדי שיימלט מתחום ההשפעה של כדוה"א, בהנחה שהתוספת למהירות ניתנת בכיוון הנגדי למהירות הנוכחית ?

11. רוצים להקים תחנת חלל שמסתה m, כך שתנוע במסלול מעגלי בגובה $3R$ מפני הקרקע של כוכב, שמסתו M ורדיוסו R. מביאים את תחנת החלל למקומה בשני שלבים : בשלב הראשון משגרים אותה מפני הקרקע לגובה הרצוי, ובשלב השני נותנים לה את המהירות המשיקית הדרושה כדי שתנוע במסלול המעגלי המיועד.

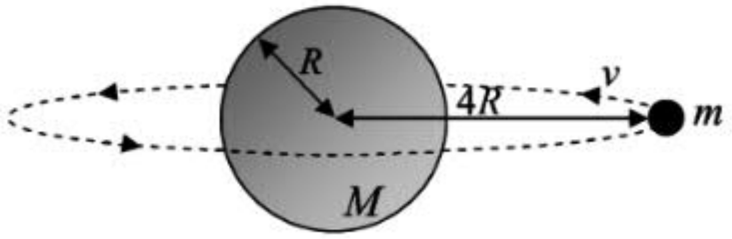


א. מהי המהירות, שבה יש לשגר את תחנת החלל מפני הקרקע, כדי שתגיע לגובה הרצוי ?

ב. איזו מהירות משיקית יש להקנות לתחנה כדי שתנוע במסלול המעגלי ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

12. לוויין שמסתו m מסתובב סביב כוכב שמסתו M ורדיוסו R. רדיוס הסיבוב של הלוויין גדול פי 4 מרדיוס הכוכב.

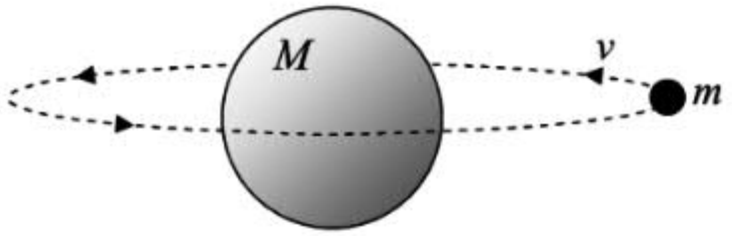


א. מהי מהירות הסיבוב v של הלוויין ?

ב. רוצים לשנות את מסלול הלוויין, כך שמהירות הסיבוב שלו תגדל פי 9. מצא את רדיוס המסלול החדש של הלוויין.

ג. מהו השינוי באנרגיה של הלוויין בעוברו מהמסלול המקורי למסלולו החדש ?

13. לוויין שמסתו m מסתובב סביב כוכב שמסתו M. ידוע ששדה הכבידה באזור שבו נמצא הלוויין הוא g.



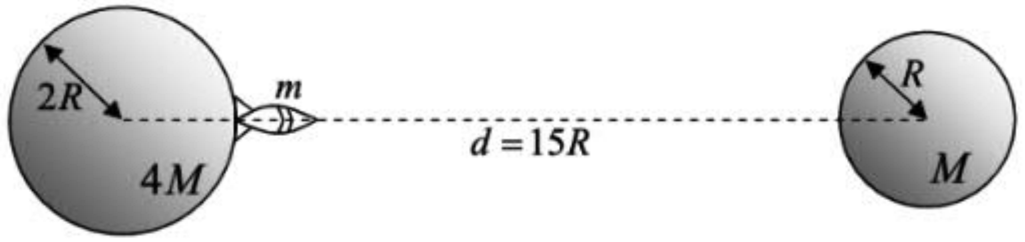
א. מהו רדיוס הסיבוב של הלוויין ?

ב. מהי מהירות הסיבוב של הלוויין ?

ג. מהי מהירות המילוט בנקודה שבה נמצא הלוויין ?

ד. מהי <u>התוספת</u> שיש להעניק למהירות הנוכחית של הלוויין כדי שיימלט מתחום ההשפעה של הכוכב, בהנחה שהתוספת למהירות ניתנת באותו כיוון של המהירות הנוכחית ?

14. נתונים שני כוכבי לכת. מסתו של האחד היא $4M$ ורדיוסו $2R$. מסתו של השני היא M ורדיוסו R. מרכז הכוכב האחד מרוחק ממרכז הכוכב השני $d=15R$. משלחים חללית, שמסתה m, מפני הקרקע של הכוכב שמסתו $4M$ לכיוון הכוכב האחר.



א. מהי סך האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית שיש לחללית כשהיא על פני הקרקע של הכוכב השמאלי ?

ב. באיזה מרחק מפני הקרקע של הכוכב השמאלי תרגיש החללית שהיא בשיווי משקל ?

ג. מהי המהירות המינימלית שיש להקנות לחללית כדי שתגיע לכוכב האחר ? (רמז : די שהיא תגיע לנקודה שחישבת בסעיף ב', כי משם היא כבר תיפול לכוכב).

ד. מהי המהירות שבה תפגע החללית בקרקע של הכוכב הימני, בהנחה ששוגרה במהירות שחישבת בסעיף ג' ?

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

תשובות

1. א. $E=-\frac{G\cdot m_1\cdot m_2}{R} \Rightarrow E=-3.557\cdot10^{18}{}_J$ המשמעות היא שכדי להביא את המסה m_1 מהאינסוף למקום שבו היא נמצאת כעת יש להשקיע עבודה בסך $W=-3.557\cdot10^{18}{}_J$. התשובה השלילית מצביעה על עבודת בלימה, כי המסות נמשכות זו לזו.

ב. $E=-\frac{G\cdot m_1\cdot m_2}{R} \Rightarrow E=-3.557\cdot10^{18}{}_J$ המשמעות היא שכדי להביא את המסה m_2 מהאינסוף למקום בו היא נמצאת כעת יש להשקיע עבודה בסך $W=-3.557\cdot10^{18}{}_J$.

2. א. $E=-\frac{G\cdot m_1\cdot m_3}{R_1}-\frac{G\cdot m_2\cdot m_3}{R_2} \Rightarrow E=-1.8009\cdot10^{15}{}_J$

ב. המשמעות היא שכדי להביא את המסה m_3 מהאינסוף למקום בו היא נמצאת כעת יש להשקיע עבודה בסך $W=-1.8009\cdot10^{15}{}_J$. התשובה השלילית מצביעה על עבודת בלימה.

3. א. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{(r+R)}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_{total}=8.68\cdot10^9{}_J$

ב. $8.68\cdot10^9=-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=3,206\,{}_{\frac{m}{sec}}$

4. א. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{"\infty"}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_{total}=9\cdot10^9{}_J$

ב. $9\cdot10^9=-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=12,685\,{}_{\frac{m}{sec}}$

5. א. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{"\infty"}+\frac{m\cdot0^2}{2} \Rightarrow E_{total}=0$

ב. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2}=0 \Rightarrow v=11,176\,{}_{\frac{m}{sec}}$

6. א. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{(R+r)}+\frac{m\cdot v^2}{2} \Rightarrow E_{total}=6.126\cdot10^9{}_J$

ב. $6.126\cdot10^9=-\frac{G\cdot M\cdot m}{(R+5\cdot10^6)}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=8,656\,{}_{\frac{m}{sec}}$

ג. $6.126\cdot10^9=-\frac{G\cdot M\cdot m}{"\infty"}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=2,214\,{}_{\frac{m}{sec}}$

7. א. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{m\cdot v_0^2}{2}=0 \Rightarrow v_0=2,373.8\,{}_{\frac{m}{sec}}$

ב. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{m(0.5v_0)^2}{2}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{r} \Rightarrow r=2.32\cdot10^6{}_m$

הגובה מפני הקרקע יהיה: $h=2.32\cdot10^6-1.74\cdot10^6=5.8\cdot10^5{}_m$ (כלומר 580 ק"מ מפני הקרקע).

ג. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{m(2v_0)^2}{2}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{"\infty"}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=4,111.5\,{}_{\frac{m}{sec}}$

8. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{m\cdot v^2}{r} \Rightarrow v=2,405.55\,{}_{\frac{m}{sec}}$ $(r=R+h=7.4\cdot10^6{}_m)$

ב. $E_P=-\frac{G\cdot M\cdot m}{R} \Rightarrow E_P=-8.68\cdot10^9{}_J$ $E_K=\frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_K=4.34\cdot10^9{}_J$

ג. $E_{total}=E_P+E_K \Rightarrow -4.34\cdot10^9{}_J$ $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2r} \Rightarrow E_{total}=-4.34\cdot10^9{}_J$

9. א. $T=\frac{2\pi r}{v} \Rightarrow r=\frac{T}{2\pi}\cdot v \Rightarrow r=27,502\cdot v$

$\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=v^2 \Rightarrow \frac{G\cdot M}{27,502\cdot v}=v^2 \Rightarrow v=16,638\,{}_{\frac{m}{sec}}$

ב. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2r} \Rightarrow E_{total}=-1.246\cdot10^{11}{}_J$

ג. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2\cdot(3r)} \Rightarrow E_{total}=-4.15\cdot10^{10}{}_J$

ד. $\Delta E=-4.15\cdot10^{10}-(-1.246\cdot10^{11}) \Rightarrow \Delta E=8.3\cdot10^{10}{}_J$

10. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=v^2 \Rightarrow v=6,654\,{}_{\frac{m}{sec}}$

ב. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2r} \Rightarrow E_{total}=-2.656\cdot10^{10}{}_J$

ג. חישוב מהירות המילוט: $-\frac{G\cdot M\cdot m}{r}+\frac{mv^2}{2}=0 \Rightarrow v=9,410\,{}_{\frac{m}{sec}}$

יש להוסיף למהירות הנוכחית של הלוויין עוד: $9,410-6,654=2,756\,{}_{\frac{m}{sec}}$

ד. יש להוסיף למהירות הנוכחית של הלוויין עוד: $9,410+6,654=16,064\,{}_{\frac{m}{sec}}$

11. א. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{4R} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{3GM}{2R}}$

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{(4R)^2}=\frac{mv^2}{4R} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{4R}=v^2 \Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{4R}}$

12. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{(4R)^2}=\frac{mv^2}{4R} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{4R}=v^2 \Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{4R}}$

1. א. $E=-\frac{G\cdot m_1\cdot m_2}{R} \Rightarrow E=-3.557\cdot10^{18}{}_J$ המשמעות היא שכדי להביא את המסה m_1 מהאינסוף למקום שבו היא נמצאת כעת יש להשקיע עבודה בסך $W=-3.557\cdot10^{18}{}_J$. התשובה השלילית מצביעה על עבודת בלימה, כי המסות נמשכות זו לזו.

ב. $E=-\frac{G\cdot m_1\cdot m_2}{R} \Rightarrow E=-3.557\cdot10^{18}{}_J$ המשמעות היא שכדי להביא את המסה m_2 מהאינסוף למקום בו היא נמצאת כעת יש להשקיע עבודה בסך $W=-3.557\cdot10^{18}{}_J$.

2. א. $E=-\frac{G\cdot m_1\cdot m_3}{R_1}-\frac{G\cdot m_2\cdot m_3}{R_2} \Rightarrow E=-1.8009\cdot10^{15}{}_J$

ב. המשמעות היא שכדי להביא את המסה m_3 מהאינסוף למקום בו היא נמצאת כעת יש להשקיע עבודה בסך $W=-1.8009\cdot10^{15}{}_J$. התשובה השלילית מצביעה על עבודת בלימה.

3. א. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{(r+R)}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_{total}=8.68\cdot10^9{}_J$

ב. $8.68\cdot10^9=-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=3{,}206\,\frac{m}{sec}$

4. א. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{"\infty"}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_{total}=9\cdot10^9{}_J$

ב. $9\cdot10^9=-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=12{,}685\,\frac{m}{sec}$

5. א. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{"\infty"}+\frac{m\cdot0^2}{2} \Rightarrow E_{total}=0$

ב. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2}=0 \Rightarrow v=11{,}176\,\frac{m}{sec}$

6. א. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{(R+r)}+\frac{m\cdot v^2}{2} \Rightarrow E_{total}=6.126\cdot10^9{}_J$

ב. $6.126\cdot10^9=-\frac{G\cdot M\cdot m}{(R+5\cdot10^6)}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=8{,}656\,\frac{m}{sec}$

ג. $6.126\cdot10^9=-\frac{G\cdot M\cdot m}{"\infty"}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=2{,}214\,\frac{m}{sec}$

7. א. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{m\cdot v_0^2}{2}=0 \Rightarrow v_0=2{,}373.8\,\frac{m}{sec}$

ב. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{m(0.5v_0)^2}{2}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{r} \Rightarrow r=2.32\cdot10^6{}_m$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

הגובה מפני הקרקע יהיה : $h=2.32\cdot10^6-1.74\cdot10^6=5.8\cdot10^5{}_m$ (כלומר 580 ק"מ מפני הקרקע).

ג. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{m(2v_0)^2}{2}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{"\infty"}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=4{,}111.5\,\frac{m}{sec}$

8. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{m\cdot v^2}{r} \Rightarrow v=2{,}405.55\,\frac{m}{sec}$ $(r=R+h=7.4\cdot10^6{}_m)$

ב. $E_P=-\frac{G\cdot M\cdot m}{R} \Rightarrow E_P=-8.68\cdot10^9{}_J$ $\quad E_K=\frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_K=4.34\cdot10^9{}_J$

ג. $E_{total}=E_P+E_K \Rightarrow -4.34\cdot10^9{}_J$ $\quad E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2r} \Rightarrow E_{total}=-4.34\cdot10^9{}_J$

9. א. $T=\frac{2\pi r}{v} \Rightarrow r=\frac{T}{2\pi}\cdot v \Rightarrow r=27{,}502\cdot v$

$$\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=v^2 \Rightarrow \frac{G\cdot M}{27{,}502\cdot v}=v^2 \Rightarrow v=16{,}638\,\frac{m}{sec}$$

ב. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2r} \Rightarrow E_{total}=-1.246\cdot10^{11}{}_J$

ג. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2\cdot(3r)} \Rightarrow E_{total}=-4.15\cdot10^{10}{}_J$

ד. $\Delta E=-4.15\cdot10^{10}-(-1.246\cdot10^{11}) \Rightarrow \Delta E=8.3\cdot10^{10}{}_J$

10. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=v^2 \Rightarrow v=6{,}654\,\frac{m}{sec}$

ב. $E_{total}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2r} \Rightarrow E_{total}=-2.656\cdot10^{10}{}_J$

ג. חישוב מהירות המילוט : $-\frac{G\cdot M\cdot m}{r}+\frac{mv^2}{2}=0 \Rightarrow v=9{,}410\,\frac{m}{sec}$

יש להוסיף למהירות הנוכחית של הלוויין עוד : $9{,}410-6{,}654=2{,}756\,\frac{m}{sec}$

ד. יש להוסיף למהירות הנוכחית של הלוויין עוד : $9{,}410+6{,}654=16{,}064\,\frac{m}{sec}$

11. א. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2}=-\frac{G\cdot M\cdot m}{4R} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{3GM}{2R}}$

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{(4R)^2}=\frac{mv^2}{4R} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{4R}=v^2 \Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{4R}}$

12. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{(4R)^2}=\frac{mv^2}{4R} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{4R}=v^2 \Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{4R}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{m(9v)^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=(9v)^2 \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=\frac{81GM}{4R} \Rightarrow r=\frac{4}{81}R$

ג. $\Delta E=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2\cdot\frac{4}{81}R}-\left(-\frac{G\cdot M\cdot m}{2\cdot 4R}\right) \Rightarrow \Delta E=-10\frac{G\cdot M\cdot m}{R}$ כדאי לשים לב שלמרות מהירותו הגדלה, קטנה האנרגיה הכוללת של הלוויין.

13. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=mg \Rightarrow r=\sqrt{\frac{GM}{g}}$

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=v^2 \Rightarrow \frac{G\cdot M}{\sqrt{\frac{GM}{g}}}=v^2 \Rightarrow v^4=GMg \Rightarrow v=\sqrt[4]{GMg}$

ג. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{r}+\frac{mv^2}{2}=0 \Rightarrow v^2=\frac{2\cdot G\cdot M}{\sqrt{\frac{GM}{g}}} \Rightarrow v^4=4GMg \Rightarrow v=\sqrt[4]{4GMg}$

ד. יש להוסיף למהירות הנוכחית של הלוויין עוד : $\sqrt[4]{4GMg}-\sqrt[4]{GMg}=0.414\sqrt[4]{GMg}$

14. א. $E=-\frac{G\cdot 4M\cdot m}{2R}-\frac{G\cdot M\cdot m}{13R} \Rightarrow E=-\frac{27}{23}\cdot\frac{G\cdot M\cdot m}{R}$

ב. $\frac{G\cdot 4M\cdot m}{r^2}=\frac{G\cdot M\cdot m}{(15R-r)^2} \Rightarrow \frac{4}{r^2}=\frac{1}{(15R-r)^2} \Rightarrow \frac{2}{r}=\frac{1}{(15R-r)} \Rightarrow r=10R$

המרחק יהיה $10R-2R=8R$ מפני הקרקע של הכוכב השמאלי.

ג. נדרוש שהחללית תגיע לנקודת שיווי המשקל במהירות 0, כי משם היא כבר תיפול לכוכב הימני בהשפעת כוח הכובד : $-\frac{27}{23}\cdot\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2}=-\frac{G\cdot 4M\cdot m}{10R}-\frac{G\cdot M\cdot m}{5R} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{132}{115}\cdot\frac{G\cdot M}{R}}$

ד. $-\frac{G\cdot 4M\cdot m}{10R}-\frac{G\cdot M\cdot m}{5R}=-\frac{G\cdot 4M\cdot m}{14R}-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{48}{35}\cdot\frac{G\cdot M}{R}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{m(9v)^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=(9v)^2 \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=\frac{81GM}{4R} \Rightarrow r=\frac{4}{81}R$

ג. $\Delta E=-10\frac{G\cdot M\cdot m}{R} \Leftarrow \Delta E=-\frac{G\cdot M\cdot m}{2\cdot\frac{4}{81}R}-\left(-\frac{G\cdot M\cdot m}{2\cdot 4R}\right)$ כדאי לשים לב שלמרות מהירותו הגדלה, קטנה האנרגיה הכוללת של הלוויין.

13. א. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=mg \Rightarrow r=\sqrt{\frac{GM}{g}}$

ב. $\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=v^2 \Rightarrow \frac{G\cdot M}{\sqrt{\frac{GM}{g}}}=v^2 \Rightarrow v^4=GMg \Rightarrow v=\sqrt[4]{GMg}$

ג. $-\frac{G\cdot M\cdot m}{r}+\frac{mv^2}{2}=0 \Rightarrow v^2=\frac{2\cdot G\cdot M}{\sqrt{\frac{GM}{g}}} \Rightarrow v^4=4GMg \Rightarrow v=\sqrt[4]{4GMg}$

ד. יש להוסיף למהירות הנוכחית של הלוויין עוד : $\sqrt[4]{4GMg}-\sqrt[4]{GMg}=0.414\sqrt[4]{GMg}$

14. א. $E=-\frac{G\cdot 4M\cdot m}{2R}-\frac{G\cdot M\cdot m}{13R} \Rightarrow E=-\frac{27}{23}\cdot\frac{G\cdot M\cdot m}{R}$

ב. $\frac{G\cdot 4M\cdot m}{r^2}=\frac{G\cdot M\cdot m}{(15R-r)^2} \Rightarrow \frac{4}{r^2}=\frac{1}{(15R-r)^2} \Rightarrow \frac{2}{r}=\frac{1}{(15R-r)} \Rightarrow r=10R$

המרחק יהיה $10R-2R=8R$ מפני הקרקע של הכוכב השמאלי.

ג. נדרוש שהחללית תגיע לנקודת שיווי המשקל במהירות 0, כי משם היא כבר תיפול לכוכב הימני בהשפעת כוח הכובד : $-\frac{27}{23}\cdot\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2}=-\frac{G\cdot 4M\cdot m}{10R}-\frac{G\cdot M\cdot m}{5R} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{132}{115}\cdot\frac{G\cdot M}{R}}$

ד. $-\frac{G\cdot 4M\cdot m}{10R}-\frac{G\cdot M\cdot m}{5R}=-\frac{G\cdot 4M\cdot m}{14R}-\frac{G\cdot M\cdot m}{R}+\frac{mv^2}{2} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{48}{35}\cdot\frac{G\cdot M}{R}}$

© כל הזכויות שמורות לעידו מרבך וארז כהן